

УДК 539.3

Андрущенко В. О.<sup>1</sup>, пров. інж.,  
Бендюг В. В.<sup>1</sup>, студентка,  
Борисейко О. В.<sup>1</sup>, к. ф.-м. н., доц.,  
Кононіченко М. В.<sup>1</sup>, магістр,  
Улітко І. А.<sup>1</sup>, к. ф.-м. н., доц.

### Ефективність перетворення енергії у п'єзоелементах з розрізними електродами

Розглянуто задачу про планарні коливання п'єзокерамічних елементів з розрізними електродами. Визначені оптимальні конфігурації електродного покриття для підвищення та пригнічення ефективності перетворення енергії на резонансних частотах коливань.

Ключові слова: п'єзокераміка, КЕМЗ, керований підвід енергії.

<sup>1</sup> Київський національний університет ім. Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, просп. Глушкова, 4 е  
e-mail: andron@univ.kiev.ua, wita1818@mail.ru,  
b12313@ukr.net, ulitko@univ.kiev.ua

#### Вступ

Конструктивні елементи з п'єзоматеріалів широко застосовуються в сучасних ультразвукових резонансних сенсорах, актуаторах руху та переміщень, в динамічних опорах адаптивних оптичних систем, тощо. Процеси перетворення механічної енергії в електричну та електричної в механічну при динамічних резонансних режимах зазвичай супроводжуються її значними втратами. Навіть і без урахування дисипативних чинників, таких як тепловий розігрів елемента, динамічні коефіцієнти електромеханічного зв'язку (КЕМЗ) значно зменшуються для старших резонансних частот. Це безпосередньо впливає з аналізу амплітудно-частотних характеристик елемента завдяки скороченню ширини резонансної кривої на старших резонансах [1].

Виявляється, що керований підвід енергії для збудження резонансних коливань п'єзоелементів у випадку вдалого поділу електродного покриття діелектричними розрізами може призвести до значного підвищення величин динамічних КЕМЗ на старших резонансах [2, 3]. Це підвищення ефективності енергоперетворення дає загалом більш якісні робочі показники резонансних п'єзосенсорів та актуаторів. Крім того, поділ електродного покриття елемента при керованому електричному навантаженні відкриває можливість

V. O. Andruschenko<sup>1</sup>, Principal Engineer,  
V. V. Bendug<sup>1</sup>, student,  
O. V. Boryseiko<sup>1</sup>, PhD (Phys.-Math.), Ass. Prof.,  
M. V. Kononichenko<sup>1</sup>, MS,  
I. A. Ulitko<sup>1</sup>, PhD (Phys.-Math.), Ass. Prof.

### Energy conversion efficiency in piezoceramic elements with splitted electrodes

Steady planar vibrations of piezoceramic elements with splitted electrodes are reduced to the electroelastic boundary value problems. Optimal configurations of surface electrodes are determined for the aim of amplification or depression of the energy conversion at resonance frequencies.

Key Words: piezoceramics, EMCF, controlled energy supply.

<sup>1</sup> Taras Shevchenko National University of Kyiv, 03680, Kyiv, Glushkova avenue, 4 e  
e-mail: andron@univ.kiev.ua, wita1818@mail.ru,  
b12313@ukr.net, ulitko@univ.kiev.ua

виключити зі спектру збуджуваних частот ту чи іншу небажану частоту, що є важливим, наприклад в динамічних п'єзоактивних опорах адаптивних оптичних дзеркал.

В даній роботі розглядається проблема пригнічення резонансних коливань на першій власній частоті круглої п'єзокерамічної платівки з товщиною поляризацією. Вказаний ефект досягається за допомогою підведення протифазного електричного навантаження до частин електродів на лицьових поверхнях платівки, розділених тонкими концентричними діелектричними проміжками.

#### Постановка задачі

Розглядається п'єзокерамічний елемент у вигляді тонкого одношарового диска радіуса  $a$  та товщини  $2h$  з товщиною поляризацією. Електродні покриття на лицьових поверхнях  $z = \pm h$  розділені на дві частини кожне вузькими концентричними діелектричними розрізами з радіусом  $b$ . Коливання платівки збуджуються гармонічною різницею потенціалів  $\psi^+ - \psi^- = 2V_0 e^{i\omega t}$ , що підводиться до частин електродів згідно схеми, наведеної на рис. 1, тобто внутрішня область (1) платівки у формі круга ( $r \leq b$ ) та зовнішня область (2) у формі кільця ( $b \leq r \leq a$ ) навантажуються протифазно.

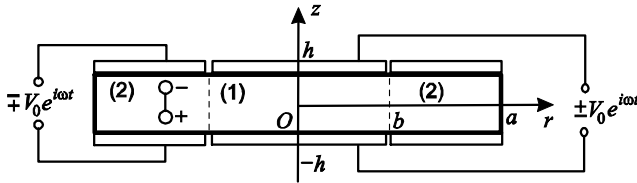


Рис. 1. Схема підводу протифазного електричного навантаження до поверхневих електродів

Для знаходження переміщень, як у області 1, так і у області 2, запишемо рівняння планарних коливань тонких п'єзокерамічних платівок [4]

$$\frac{2}{1-\nu} \text{grad div } \vec{u} - \text{rot rot } \vec{u} - \frac{1+\nu}{1-\nu} d_{31} \text{grad } E_z = 2\rho s_{11}^E (1+\nu) \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}.$$

На контурі диска задаються однорідні механічні граничні умови

$$\sigma_r|_{r=a} = 0;$$

а на границі поділу областей  $r=b$  задаються умови суміщення напружень та переміщень

$$\sigma_r^{(1)} = \sigma_r^{(2)}, \quad \tau_{r\phi}^{(1)} = \tau_{r\phi}^{(2)}, \quad u_r^{(1)} = u_r^{(2)}.$$

Електричні граничні умови на лицьових поверхнях платівки мають вигляд

$$\psi|_{z=\pm h} = \pm V_0(t) e^{i\omega t}$$

для області (1) та

$$\psi|_{z=\pm h} = \mp V_0(t) e^{i\omega t}$$

для області (2). На неелектродованій контурній поверхні вимагаємо рівності нулевій радіальній компоненті електричної індукції:

$$D_r|_{r=a} = 0.$$

В записаних формулах  $s_{11}^E$ ,  $\nu = -s_{12}^E / s_{11}^E$  – пружна податливість та коефіцієнт Пуасона,  $\rho$  – густина матеріалу,  $d_{31}$  – п'єзомодуль.

### Аналітичний розв'язок задачі

Зважаючи на повну осьову симетрію рівняння та граничних умов, розв'язок для переміщень запишемо у вигляді

$$\vec{u} = \vec{e}_r \hat{u}(r) e^{i\omega t}$$

Для амплітуд радіальних переміщень  $\hat{u}(r)$  в областях (1) та (2) загальні розв'язки скалярних диференціальних рівнянь типу Бесселя подаються у вигляді

$$\hat{u}_r^{(1)} = A J_1(\kappa r); \quad \hat{u}_r^{(2)} = B J_1(\kappa r) + C Y_1(\kappa r),$$

де  $\kappa = \omega/c$  – хвильове число,  $c = [\rho s_{11}^E (1-\nu^2)]^{-1/2}$  – швидкість хвиль радіального розтягу-стиску.

Резонансний визначник та сталі інтегрування визначаються з механічних граничних умов та умов суміщення на границі розділу так:

$$\begin{aligned} \Delta &= \kappa a J_0(\kappa a) - (1-\nu) J_1(\kappa a); \\ A &= \frac{-\pi b [\kappa a \Delta^{(1)}(a,b) - (1-\nu) \Delta^{(2)}(a,b)] + a}{\Delta} d_{31} (1+\nu) \hat{E}_z; \\ B &= \frac{\pi b J_1(\kappa b) [\kappa a Y_0(\kappa a) - (1-\nu) Y_1(\kappa a)] - a}{\Delta} d_{31} (1+\nu) \hat{E}_z; \\ C &= -\pi b J_1(\kappa b) d_{31} (1+\nu) \hat{E}_z, \end{aligned}$$

де  $\Delta^{(1)}(a,b) = J_0(\kappa a) Y_1(\kappa b) - J_1(\kappa b) Y_0(\kappa a)$ ;  
 $\Delta^{(2)}(a,b) = J_1(\kappa a) Y_1(\kappa b) - J_1(\kappa b) Y_1(\kappa a)$ .

### Пригнічення основного резонансу радіальних коливань

Як і слід було очікувати, резонансний визначник елемента з розрізними електродами співпадає з резонансним визначником диска з суцільними електродами [5]. Також умовою для визначення резонансних частот є умова нескінченного зростання амплітуди струму зміщення на електродованих поверхнях диска, а антирезонансні частоти визначаються з умови рівності нулевій цього струму. Тому можемо записати

$$I = -\frac{d}{dt} \iint_{S_1^+} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{D}) dS \rightarrow \begin{cases} 0, & \text{resonance,} \\ \infty, & \text{antiresonance.} \end{cases}$$

В тому випадку, коли певна антирезонансна частота  $\omega_A$  співпадає з частотою резонансу  $\omega_R$ , відповідну радіальну моду коливань п'єзодиска неможливо збуджувати за допомогою електричного навантаження. Дійсно, оскільки за формулою Мезона [1]

$$k_d^2 = \frac{\omega_A^2 - \omega_R^2}{\omega_A^2} = \frac{(\kappa a)_A^2 - (\kappa a)_R^2}{(\kappa a)_A^2},$$

то з умови рівності резонансної та антирезонансної частот слідує рівністю нулю відповідного КЕМЗ. При цьому, слід зауважити, коливання, збуджені механічними напруженнями на контурі, на вказаних частотах в елементі цілком можливі. Неможливе лише електричне збудження коливань, оскільки струм у зовнішньому колі, згенерований п'єзоелементом як електромеханічним перетворювачем, стає рівним за величиною, але протилежним за фазою конденсаторному струму від генератора напруг.

Амплітуди товщинної компоненти вектора електричної індукції знаходяться за наступними формулами:

$$\hat{D}_z^{(1)} = \varepsilon_{33}^T \hat{E}_z (1 - k_p^2) - \frac{d_{31}}{s_{11}^E} \frac{1}{1 - \nu} \kappa A J_0(\kappa r),$$

$$\hat{D}_z^{(2)} = \varepsilon_{33}^T \hat{E}_z (1 - k_p^2) - \frac{d_{31}}{s_{11}^E} \frac{1}{1 - \nu} (\kappa B J_0(\kappa r) + \kappa C Y_0(\kappa r)),$$

де  $\varepsilon_{33}^T$  – діелектрична проникливість,  $k_p^2$  – планарний статичний КЕМЗ. Тоді, виконавши інтегрування у відповідних областях поверхні, з умови  $\hat{I}^{(1)} + \hat{I}^{(2)} = 0$  рівняння антирезонансу отримуємо у вигляді

$$2 + (1 + \nu) \frac{k_p^2}{1 - k_p^2} \frac{1}{b} A J_1(\kappa b) + (1 + \nu) \frac{k_p^2}{1 - k_p^2} \frac{1}{a^2 - b^2} \{ a [A J_1(\kappa a) + B Y_1(\kappa a)] - b [A J_1(\kappa b) + B Y_1(\kappa b)] \} = 0.$$

Розв'язуючи отримане рівняння відносно невідомого відношення  $b/a$  при заданій резонансній частоті [5]  $(\kappa a)_{R,1} = 2,07$ , отримуємо відносний радіус діелектричного проміжку, при якому електричне збудження коливань диска на першій резонансній частоті є неможливим.

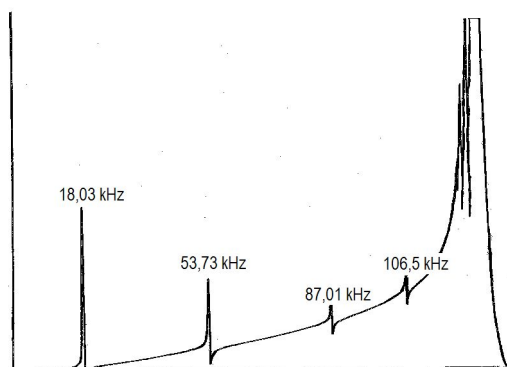


Рис. 2. Амплітудно-частотна характеристика стержня з суцільними електродами

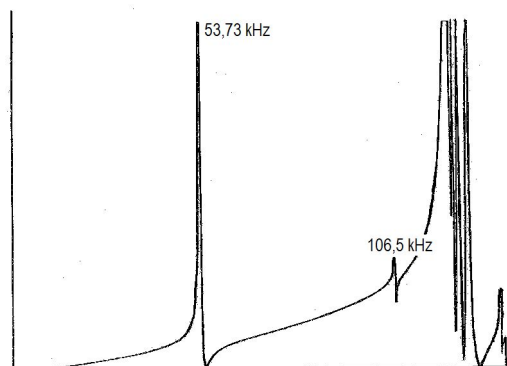


Рис. 3. Амплітудно-частотна характеристика стержня з розрізними електродами

Аналогічні аналітичні результати були отримані і для п'єзокерамічного стержня з товщин-

ною поляризацією з розрізами електродів на лицьовій поверхні, симетричними відносно центра стержня [6]. Також були проведені експериментальні дослідження електромеханічних коливань такого стержня. Відповідні АЧХ приведені на рис. 2-3.

## Висновки

Таким чином, в роботі встановлено умови мінімізації інтенсивності радіальних коливань на резонансних частотах п'єзокерамічного диска з товщиною поляризацією за допомогою керованого підводу електричного збудження. Проведено аналогію з результатами, отриманими для випадку поздовжніх коливань прямокутного у перерізі п'єзокерамічного стержня з товщиною поляризацією.

## Список використаних джерел

1. *Berlincourt D. A., Curran D. R., Jaffe H. J.* Piezoelectric and piezomagnetic materials and their function in transducers // *Physical acoustics: In 6 vols / Edt. W. P. Mason.* – V. 1. – Pt. A. – NY.: Academic Press, 1964. – 270 p.
2. *Boriseiko O. V.* Planar vibrations of piezoceramic disk under antiphase excitation // *Bulletin of Kyiv University. Ser.: Phys.-Math. Sci.* – 2001. – No 3. – P. 89-94. (in Ukrainian).
3. *Boriseiko O. V., Panasiuk O. M., Ulitko I. A.* Vibrations of piezoceramic rod with splitted electrodes // *Bulletin of Kyiv University. Ser.: Phys.-Math. Sci.* – 2006. – No 3. – P. 89-97. (in Ukrainian).
4. *Grinchenko V. T., Ulitko A. F., Schul'ga N. A.* Electroelasticity // *Mechanics of conjugated fields in the elements of constructions.* 5 / Edt. A. N. Guz', Ac.Sci. Ukrainian SSR, Inst. Mechanics. – Kiev: Naukova Dumka, 1989. – 280 p. (in Russian).
5. *Ulitko A. F., Boriseiko O. V., Ulitko I. A.* Applied methods in the problems of electroelasticity. Kyiv.: VPC "Kyivsky universytet", 2007. – 127 p. (in Ukrainian).
6. *Andruschenko V. O., Boriseiko O. V., Nemchenko D. S., Ulitko I. A.* Experimental study of the energy conversion efficiency at the resonance vibrations of piezoceramic rod with sectioned electrodes under controlled electrical excitation // *Bulletin of Kyiv University. Ser.: Phys.-Math. Sci.* – 2010. – No 2. – P. 25-29. (in Ukrainian).

Надійшла до редколегії 16.05.13