

УДК 534.1:539.3

Бай О. В.¹, к. ф.-м. н.,
Бай Ю. П.¹, к. ф.-м. н.,
Сторожев В. І.¹, д. т. н., проф.

Ефекти високочастотної короткохвильової локалізації електропружних хвиль в низькосиметричному п'єзокристалічному шарі

Визначено і описано особливості кутових розподілів граничних значень фазових швидкостей нормальних електропружних хвиль з різних мод дисперсійного спектру для шару ВТ-зрізу п'єзокристалу α -кварцу у високочастотному короткохвильовому діапазоні. Дослідження здійснено на підставі узагальнення методики аналізу топології відокремлених за параметрами кута поширення та фазової швидкості областей сталості типів сукупностей коренів характеристичних поліномів для систем диференціальних рівнянь хвильової динаміки п'єзоелектричних середовищ відносно амплітудних функцій товщинної координати шару для хвильових переміщень і потенціалу зв'язаного квазістатичного електричного поля.

Ключові слова: нормальні електропружні хвилі, шар ВТ-зрізу п'єзокристалу кварцу, ефекти високочастотної локалізації.

¹ Донецький національний університет,
83001, м. Донецьк, вул. Університетська, 24
e-mail: stvi@i.ua, alexey.baj@gmail.com

Аналіз короткохвильових високочастотних асимптотичних значень для фазових швидкостей біжучих нормальних хвиль з різних гілок дисперсійних спектрів хвиль є одним з принципово важливих аспектів проблеми дослідження хвильових властивостей деформівних тіл з різними геометричними і фізико-механічними властивостями. Такого роду дослідження здійснені для випадків пружних хвиль в ізотропному шарі та циліндрі у роботах [1-3], а також для пружних хвиль з різними напрямками поширення у площині пружного ортотропного шару з вільними або закріпленими гранями у роботах [4, 5].

Дану статтю присвячено аналізу цього питання для випадку поширення зв'язаних електропружних хвиль у шарі $V = \{-\infty < x_1, x_2 < \infty, |x_3| \leq h\}$ одноповоротного ВТ-зрізу тригонального п'єзокристалу α -кварцу. Ускладнення принципово існую-

A. V. Bai¹, PhD (Phys.-Math.),
J. P. Bai¹, PhD (Phys.-Math.),
V. I. Storozhev¹, Dr. Sci. (Tech.), Prof.

Effects of high-frequency shortwave localization of electroelastic waves in low-symmetry piezocrystal layer

Properties of angular distribution of asymptotic values of phase velocities of electroelastic normal waves in high-frequencies shortwave bands are found and described for different modes of dispersion spectrum in a layer of BT-cut quartz piezocrystal. The study is based on a generalization of the methodology for analyzing the topology separating of regions distribution by parameters angle and phase velocity for sustainability types of sets roots of characteristic polynomials for systems of differential equations of wave dynamics of piezoelectric media for amplitude functions of thickness coordinate layer in wave displacements and in potential of coupled quasi-static electric field.

Key Words: normal electroelastic waves, layer of BT-cut quartz piezocrystal, effects of high-frequency shortwave localization.

¹ Donetsk National University,
83001, Donetsk, Universitetskaya str., 24
e-mail: stvi@i.ua, alexey.baj@gmail.com

чих механізмів високочастотної короткохвильової локалізації нормальних хвиль у досліджуваному випадку пов'язане з існуванням декількох типів поверхневих акустичних хвиль в п'єзоелектричному середовищі. Так, у роботах [2, 6] показано, що на границі вільного п'єзоелектричного півпростору можливе існування суто зсувних електропружних поверхневих хвиль Гуляєва – Блюстейна, електропружних або суто пружних двопарціальних чи трипарціальних електропружних узагальнених поверхневих хвиль релеївського типу.

Асимптотичні величини шуканих фазових швидкостей v для різних напрямків поширення θ у площині шару визначаються на підставі дослідження сукупності кутових залежностей [4, 5, 7, 8] значень кратних коренів узагальненого характеристичного рівняння Кристофеля для си-

стеми звичайних диференціальних рівнянь відносно амплітудних складових функцій хвильових переміщень u_j та потенціалу квазістатичного електричного поля ϕ у аналізованих нормальних хвилях як функцій товщинної координати x_3 шару, що впливають з системи рівнянь динамічної електропружності для п'єзокристаличного середовища.

В найбільш загальному випадку аналізоване поліноміальне характеристичне рівняння відносно параметру p можливо представити у формі

$$K(p) = \sum_{m=0}^8 a_m(v, \theta) p^m = 0 \quad (1)$$

з параметричними залежностями коефіцієнтів від кутового параметру напрямку поширення і шуканої фазової швидкості.

У процесі здійснюваного аналізу розглядається визначений і наведений на рис. 1 топологічний поділ області варіювання параметрів (θ, v) на підобласті, у яких є сталою за типом множина коренів рівняння (1) для ВТ-зрізу п'єзокристалу α -кварцу. Цей поділ утворюється лініями параметричних залежностей $v = v_\alpha(\theta)$, що впливають з умов рівності нулеві дискримінанту (1) $R(\theta, v) = \text{Res}(K(p), K'(p)) = 0$ та вільного члену цього рівняння $a_0(\theta, v) = 0$, тобто умовами, що відповідно визначають існування ненульових та нульових кратних коренів (1). Співвідношення $v = v_\alpha(\theta)$, що визначаються з рівняння $a_0(\theta, v) = 0$, описують кутові залежності для фазових швидкостей квазіпоздовжніх $v_p(\theta)$, квазісубвних $v_{SH}(\theta)$ та $v_{SV}(\theta)$ об'ємних електропружних хвиль вздовж відповідних напрямків поширення θ у площині шару. Лінії $v = v_D(\theta)$ визначаються з рівняння $R(\theta, v) = 0$. Додатково на рис. 1 вказано кутовий розподіл $v_R(\theta)$ швидкостей поверхневих електропружних хвиль релеївського типу біля границі півпростору ВТ-зрізу α -кварцу з напрямками поширення у діапазоні $\theta \in (0; \pi/2)$.

Принциповим є виявлення на множині побудованих параметричних кривих залежності $v = v_{гран}(\theta)$, що обмежує зверху область зміни параметрів (θ, v) , у якій усі корені (1) є уявними. Саме ця властивість коренів відповідає необхідному для визначеності локалізації характеру розв'язків системи рівнянь відносно амплітудних складових електропружних нормальних хвиль. У

розглядуваному випадку шару ВТ-зрізу α -кварцу залежність $v = v_{гран}(\theta)$ формується наступним чином:

$$v_{гран}^{(BT)}(\theta) = \begin{cases} v_{SV}^{(BT)}, & \theta \in (0; \theta_{BT}), \\ v_D^{(BT)}, & \theta \in (\theta_{BT}; \pi/2). \end{cases}$$

Значення кутового параметру θ , при якому криві залежностей $v_{SV}(\theta)$ та $v_D(\theta)$ перетинаються, для шару ВТ-зрізу дорівнює $\theta_{BT} \approx 5\pi/36$.

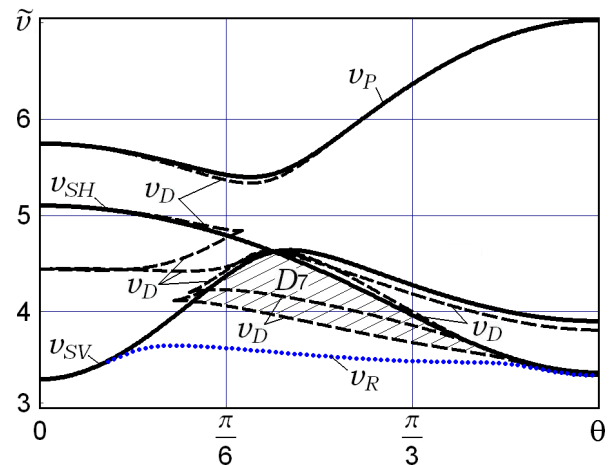


Рис. 1. Топологічний поділ області варіювання (θ, v) параметричними залежностями $v = v_\alpha(\theta)$ для шару ВТ-зрізу α -кварцу

Для певного діапазону варіювання θ в області $v < v_{гран}(\theta)$ міститься крива $v = v_R(\theta)$, і у цьому діапазоні значення $v_R(\theta)$ є мінімальними значеннями серед усіх зазначених вище значень $v_\alpha(\theta)$.

Особливість здійснюваного аналізу для ВТ-зрізу монокристалу α -кварцу полягає також у існуванні вздовж пружно-еквівалентного напрямку шару $\theta = \pi/2$ поверхневої електропружної хвилі Гуляєва – Блюстейна з фазовою швидкістю v_{GB} .

Проведені числові розрахунки та детальний аналіз типів коренів характеристичних поліномів для рівнянь стаціонарного динамічного деформування п'єзокристаличного шару ВТ-зрізу α -кварцу дозволяють зробити наступні висновки щодо асимптотичної поведінки мод дисперсійних спектрів та значень фазових швидкостей нормальних електропружних хвиль у високочастотному короткохвильовому діапазоні.

З огляду на попередній опис структури аналізованого топологічного розподілу, схема одержання асимптотичних значень фазових швидкостей для електропружних хвиль різних мод дис-

персійного спектру шару ВТ-зрізу α -кварцу полягає у прямуванні швидкостей хвиль з двох нижчих мод, що мають нульову критичну частоту, знизу до величини $\min\{v_{гран}(\theta), v_R(\theta)\}$ та у прямуванні швидкостей хвиль з інших мод зверху до величини $v_{гран}(\theta)$ при $\theta \in (0; \pi/2)$.

Отже, асимптотичними значеннями фазових швидкостей нормальних електропружних хвиль двох нижчих мод спектру у високочастотному

поверхневої хвилі Гуляєва – Блюстейна – для нижчої моди спектру SH -хвиль. Як показують проведені числові розрахунки, якщо для заданого напрямку θ не існує поверхневих хвиль зі швидкостями $v_R(\theta) < v_{гран}(\theta)$ та $v_{GB}(\theta) < v_{гран}(\theta)$, то у цьому випадку в якості асимптотичних граничних значень фазових швидкостей хвиль нижчих мод спектру у високочастотному короткохвильовому діапазоні виступають значення $v_{гран}(\theta)$.

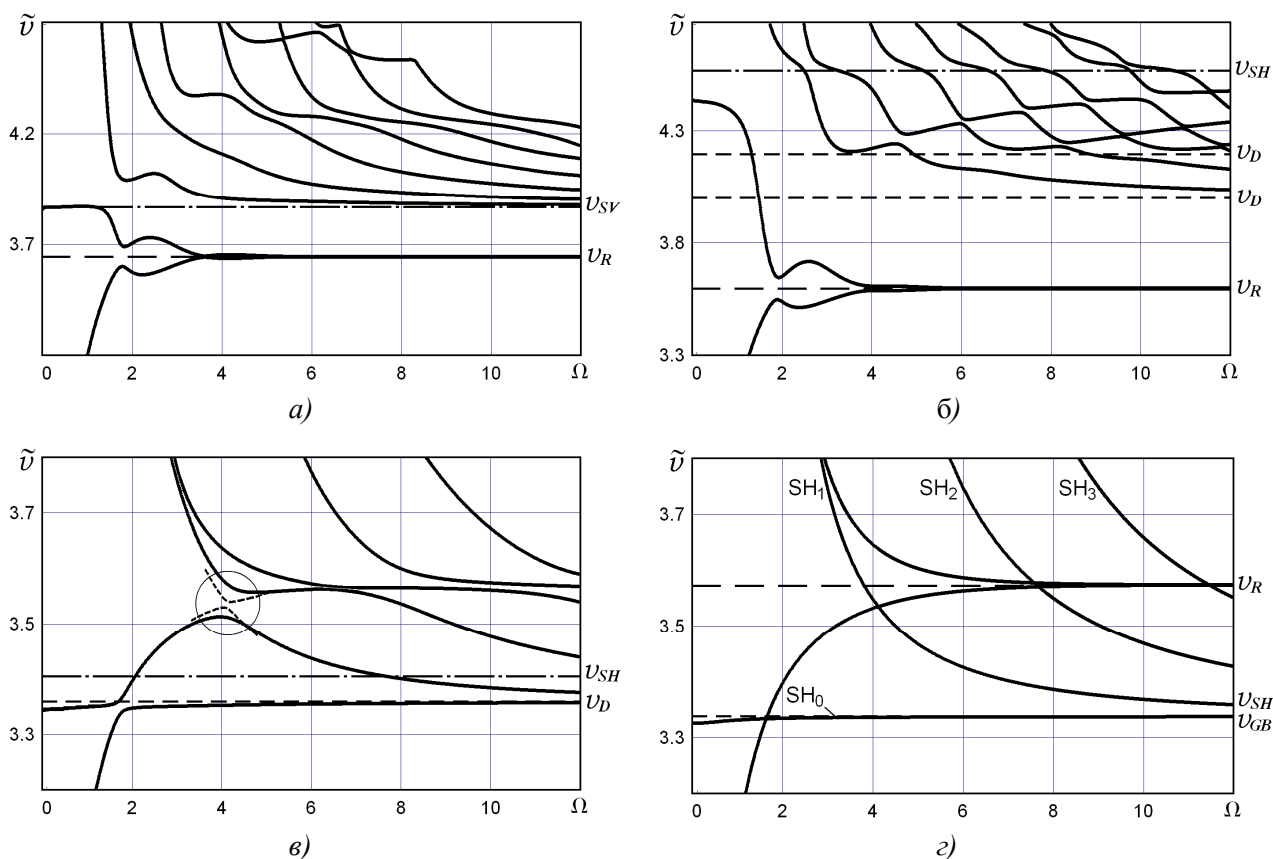


Рис. 2. Фазові швидкості нормальних електропружних хвиль у шарі ВТ-зрізу α -кварцу для напрямків $\theta = \pi/9$ (а), $\theta = 7\pi/36$ (б), $\theta = 17\pi/36$ (в) та $\theta = \pi/2$ (з)

короткохвильовому діапазоні для більшості кутів характеристик напрямку поширення є швидкість $v_R(\theta)$ трипарціальної електропружної поверхневої хвилі релеївського типу. У випадках розпадання спектру на незалежні множини суто пружних P - SV -хвиль та електропружних SH -хвиль у пружно-еквівалентних напрямках $\theta = 0$ та $\theta = \pi/2$ в якості асимптотичних значень фазових швидкостей нормальних хвиль нижчих мод виступають: значення швидкості v_R суто пружної двопарціальної поверхневої хвилі Релея – для двох нижчих мод спектру P - SV хвиль, а також значення швидкості v_{GB} зсувної електропружної

Висновки, сформульовані вище відносно асимптотичної граничної поведінки біжучих електропружних нормальних хвиль в п'єзокристалічному шарі у високочастотному короткохвильовому діапазоні, засвідчуються представленими на рис. 2 розрахунками фазових швидкостей цих хвиль.

При виборі напрямку поширення $\theta = \pi/9$ у шарі ВТ-зрізу α -кварцу фазові швидкості двох нижчих мод у високочастотному короткохвильовому діапазоні прямують до значення v_R електропружної поверхневої хвилі Релея. Фазові швидкості всіх вищих мод спектру при збільшенні частотного параметру прямують до швидкості об'ємних зсувних хвиль v_{SV} (рис. 2, а).

Для напрямку поширення $\theta = 7\pi/36$ у цьому хвилеводі фазові швидкості двох нижчих мод спектру прямують до значення v_R , а в якості граничного значення фазових швидкостей вищих мод спектру у високочастотному короткохвильовому діапазоні виступають значення v_D (рис. 2, б).

При виборі напрямку поширення $\theta = 17\pi/36$ для шару ВТ-зрізу α -кварцу не існує електропружної поверхневої хвилі Релея з фазовою швидкістю у діапазоні $v < v_{гран}(\theta)$. У цьому випадку фазові швидкості двох нижчих мод спектру у високочастотному короткохвильовому діапазоні прямують до значення v_D (рис. 2, в). В якості граничного значення фазових швидкостей вищих мод спектру у високочастотному діапазоні також виступають значення v_D .

При виборі напрямку поширення $\theta = \pi/2$ у шарі ВТ-зрізу α -кварцу спектр нормальних хвиль розпадається на незалежні множини електропружних SH -хвиль та неелектропружних $P-SV$ -хвиль. У цьому випадку асимптотичним граничним значенням фазових швидкостей нижчої моди спектру SH -хвиль у високочастотному короткохвильовому діапазоні є швидкість v_{GB} зсувної по-

верхневої електропружної хвилі Гуляєва – Блюстейна (рис. 2, г). Слід зауважити, що у даному випадку нижча мода спектру SH -хвиль (SH_0) володіє слабкою дисперсією. Фазові швидкості усіх вищих мод дисперсійного спектру SH -хвиль зі збільшенням частотного параметру прямують до значення швидкості об'ємної зсувної хвилі v_{SH} . Фазові швидкості двох нижчих мод спектру $P-SV$ -хвиль, як свідчить діаграма на рис. 2, г, у високочастотному короткохвильовому діапазоні прямують до значення v_R поверхневої хвилі Релея, яка у цьому випадку є двопарціальною неелектропружною. Фазові швидкості усіх вищих мод спектру $P-SV$ -хвиль зі збільшенням частоти прямують до значення v_{SV} швидкості об'ємної повздовжньої хвилі.

Таким чином, у підсумку здійсненого дослідження визначено і описано важливі у теоретичному і прикладному сенсі особливості кутових розподілів граничних значень фазових швидкостей нормальних електропружних хвиль з різних мод дисперсійного спектру для шару ВТ-зрізу п'єзокристалу α -кварцу у високочастотному короткохвильовому діапазоні.

Список використаних джерел

1. Grinchenko V. T., Meleshko V. V. Harmonic vibrations and waves in elastic bodies. – Kyiv: Naukova Dumka, 1981. – 284 p. (in Russian).
2. Dieulesaint E., Royer D. Elastic waves in solids: applications to signal processing. – New York: Wiley, 1981. – 511 p.
3. Victorov I. A. Rayleigh and Lamb waves: physical theory and applications. – New York; Plenum Press, 1967. – 154 p.
4. Kosmodamiansky A. S., Storozhev V. I., Shpack V. A. A new type of energy localization of normal waves in an anisotropic elastic layer // Proc. XI all-union acoust. conf. – Moscow: Andreyev Acoust. Inst. 1991. – P. 155-158. (in Russian).
5. Abramova O. P., Storozhev V. I., Shpack V. A. Dispersion of normal waves in an orthotropic layer with a fixed boundary // Acoust. Journal. – 1996. – Vol. 42, N 1. – P. 5-9. (in Russian).
6. Balakirev M. K., Gilinsky I. A. Waves in piezocrystals. – Novosibirsk: Nauka, 1982. – 239 p. (in Russian).
7. Storozhev V. I., Bai A. V. Real and imaginary branches of spectra of electroelastic waves in AT-cut quartz plate // Theoretical and Applied Mechanics. – 2009. – Vol. 45. – P. 139-145. (in Russian).
8. Bai J. P., Storozhev V. I., Shpack V. A. Short-wave asymptotic properties of normal waves in two-layer crystal plates // Acoust. Visn. – 2001. – Vol. 4, N 2. – P. 3-10. (in Russian).

Надійшла до редколегії 31.03.13