Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка Серія: фізико-математичні науки

УДК 532.5

Вовк І. В.<sup>1</sup>, д. ф.-м. н., проф., Малюга В. С.<sup>1</sup>, к. ф.-м. н., с. н. с.

# Обтікання сфери в'язкою нестисливою рідиною

Чисельно досліджується обтіканні сфери в'язкою нестисливою рідиною в широкому діапазоні чисел Рейнольдса. При ламінарних режимах обтікання задача розв'язується шляхом прямого чисельного моделювання. При турбулентних режимах використовується підхід LES.

Ключові слова: зрив вихорів, LES, турбулентний слід.

<sup>1</sup> Інститут гідромеханіки НАН України, 03680, м. Київ, вул. Желябова, 8/4 e-mail: v\_s\_malyuga@ukr.net

Характер обтекания сферы меняется драматически с ростом числа Рейнольдса. Чем выше значение числа Рейнольдса, тем сложнее природа течения. Ниже мы подробно описываем характер обтекания сферы в широком диапазоне чисел Рейнольдса. При числах Рейнольдса Re < 20 течение представляет собой безотрывное ламинарное течение с гладкими незамкнутыми линиями тока. Течение за сферой идентично течению перед сферой [1, 2].

## Стационарное осесимметричное обтекание (20 < Re < 210)

Экспериментальные исследования стационарного следа за сферой при малых числах Рейнольдса проводили Taneda [1] и Nakamura [2]. Было установлено, что при числах Рейнольдса выше 25 течение отделяется от сферы вблизи задней точки и формирует замкнутый рециркуляционный след в форме осесимметричного вихревого кольца. По мере увеличения числа Рейнольдса угол отрыва потока и длина следа растут. Taneda показал, что размер вихревого кольца был пропорционален логарифму числа Рейнольдса. Magarvey, Bishop [3] и Wu, Faeth [4] также проводили экспериментальное исследование обтекания сферы. Wu и Faeth установили, что течение остается осесимметричным и стационарным вплоть до Re = = 200, a Magarvey и Bishop – вплоть до Re = 210. Эти результаты хорошо согласуются с расчетами Natarajan, Acrivos [5], которые установили, что течение испытывает регулярную бифуркацию при значении Re около 210.

I. V. Vovk<sup>1</sup>, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof. V. S. Malyuga<sup>1</sup>, PhD (Phys.-Math.), sen. res.

# Flow of viscous incompressible fluid past a sphere

Flow of viscous incompressible fluid past a sphere is studied numerically in a wide range of Reynolds number. For the laminar flow regimes the problem is solved through the use of direct numerical simulation. For the turbulent flow regimes LES approach is employed

Key Words: vortex shedding, LES, turbulent wake.

<sup>1</sup>Institute of hydromechanics, 03680, Kyiv, Zhelyabova str., 8/4 e-mail: v\_s\_malyuga@ukr.net



Рис. 1. Коэффициент сопротивления С<sub>d</sub>

Мы проводили расчеты для четырех значений числа Рейнольдса: Re = 50; 100; 150; 200. На рис. 1 показано сравнение полученных нами значений для коэффициента сопротивления  $C_d$  с данными работ [6-10]. Наблюдается хорошее совпадение при всех четырех значениях числа Рейнольдса. Значения коэффициента сопротивления при Re = 100 приведены в табл. 1. Видно, что полученные нами значения  $C_d$  находятся в диапазоне значений, представленных другими авторами.

### Стационарный режим с симметрией относительно плоскости (210 < Re < 270)

Magarvey, Bishop [3] и Wu, Faeth [4] исследовали течение в данном диапазоне чисел Рейнольдса и пришли к заключению, что течение остается стационарным, однако больше не явля-

© І. В. Вовк, В. С. Малюга, 2013

2013, 3

Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv Series: Physics & Mathematics

ется осесимметричным. В течении за сферой появляются два вихревых хвоста, вытянутых вдоль по потоку и имеющих равную по модулю и противоположную по знаку интенсивность. Johnson и Patel [12] объяснили нарушение осевой симметрии следа азимутальной неустойчивостью вихревого ядра, имеющего низкое давление.

#### Таблица 1

Коэффициент лобового сопротивления  $C_d$  при Re = 100. Сравнение полученных результатов с результатами работ [6], [8-11]

данная работа	[6]	[8]	[9]	[10]	[11]
1.091	1.09	1.09	1.087	1.087	1.096

Таблица 2

Среднее значение коэффициента сопротивления  $C_d$  при Re = 300. Сравнение с результатами работ [10], [12], [17-21]

данная	[10]	[12]	[17]	[18]	[19]
работа					
0.657	0.661	0.656	0.656	0.657	0.658
	[20]	[21]			
	0.671	0.671			

Таблица 3

Число Струхаля St при Re = 300. Сравнение с результатами работ [10], [12], [17-20]

данная работа	[10]	[12]	[17]	[18]	[19]	[20]
0.133	0.133	0.137	0.136	0.134	0.134	0.136

## Нестационарный режим с симметрией относительно плоскости (270 < Re < 400)

В данном диапазоне чисел Рейнольдса вихревой след за сферой сохраняет симметрию относительно плоскости, однако теряет стационарность. Magarvey, Bishop [3], а также Wu, Faeth [4] обнаружили, что след является нестационарным и состоит из последовательности взаимосвязанных вихревых петель, сбрасываемых со сферы. Sakamoto и Haniu [13] проводили эксперименты по обтеканию сферы в широком диапазоне чисел Рейнольдса. Они обнаружили периодический сброс вихревых петель при Re = 300. Причем процесс был регулярным и симметрия относительно плоскости сохранялась. Упомянутые выше экспериментальные работы хорошо согласуются с целым рядом расчетных работ по численному моделированию таких течений. Упомянем работы Johnson и Patel [12], Ploumhans, et al. [14], Tomboulides и Orszag [15], Mittal [8, 16].



Рис. 2. Идентификация срывающихся вихрей. Изоповерхность второго инварианта Q тензора градиента скорости; Q=0.02, Re = 300



Рис. 3. Коэффициент сопротивления при Re = 300





Мы проводили расчеты при Re = 300 и также пришли к выводу, что процесс сброса вихревых петель носит ярко выраженный периодический характер и след обладает симметрией относи-

Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv Series: Physics & Mathematics

тельно плоскости (см. рис. 2). На рис. 3 представлено периодическое изменение во времени коэффициента лобового сопротивления  $C_d$ . В табл. 2 представлены средние значения коэффициента лобового сопротивления  $C_d$ , а в табл. 3 – числа Струхаля. Видно, что полученные нами данные находятся в диапазоне данных, представленных другими авторами.

2013, 3

При увеличении числа Рейнольдса до 350 течение становится более сложным. На рис. 4 показано изменение во времени коэффициента сопротивления  $C_d$ . Видно, что данная кривая представляет собой суперпозицию нескольких колебательных процессов. Колебания с более высокой частотой и малой амплитудой соответствуют сбросу вихрей в следе за сферой. А медленные колебания с болышей амплитудой соответствуют колебания с болышей амплитудой соответствуют колебания с колебания с мой струи за сферой, что, естественно, приводит к колебаниям точки отрыва вихрей.

# Нестационарный асимметричный режим (400 < Re < 1000), переход к турбулентности

В данном диапазоне чисел Рейнольдса течение теряет симметрию относительно плоскости, а угол отрыва вихрей изменяется иррегулярным образом. Sakamoto и Haniu в экспериментальной работе [13] отметили, что сброс вихрей начал приобретать иррегулярный характер при Re = = 420. В расчетных работах Dallmann *et al.* [22] было указано, что симметрия относительно плоскости все еще наблюдается при Re = 400. Также следует отметить численную работу [20], в которой авторы показали, что при Re = 500 след также состоит из вихревых петель, но они имеет различную ориентацию. Временной спектр скорости, взятой в нескольких точках, теперь уже становится широкополосным. Хотя, по-прежнему, наблюдается доминирующий пик при St = 0.167. Следующее изменение характера течения наблюдается при Re = 800. В работе [23] было показано, что при Re > 800 в течении присутствуют как крупномасштабная неустойчивость в следе (сброс вихрей), так и мелкомасштабная неустойчивость в сдвиговом слое (неустойчивость Кельвина – Гельмгольца). В то время как число Струхаля, определяемое сбросом вихрей, практически не зависит от числа Рейнольдса, число Струхаля, определяемое неустойчивостью Кельвина – Гельмгольца, возрастает с ростом числа Рейнольдса. Аналогичные результаты были получены также в работах [13], [20].

### Турбулентный режим при Re > 1000

Турбулентные режимы обтекания сферы исследовались в работах [21], [24-26] и других. При числах Рейнольдса ниже критического значения  $\text{Re} < 3.8 \times 10^5$  в следе за сферой наблюдались явные периодические флуктуации, происходящие благодаря срыву вихрей. Также было установлено, что в докритическом режиме имеет место отрыв ламинарного пограничного слоя и уже затем в оторвавшемся сдвиговом слое происходит формирование вторичных вихрей вследствие неустойчивости Кельвина – Гельмгольца. При превышении критического значения  $\text{Re} > 3.8 \times 10^5$  область в следе сразу за сферой существенно сжимается, а коэффициент сопротивления резко уменьшается. Периодический сброс вихрей более не наблюдается.



Рис. 5. Изоповерхность второго инварианта Q тензора градиента скорости; Q=0.02,  $Re = 10^4$ 

Мы проводили численные расчеты для докритического значения Re = 10<sup>4</sup>. Для этого использовалась техника LES. Для моделирования SGS масштабов использовалась дифференциальная *k*модель с одним уравнением. Полученные нами значения для коэффициента сопротивления и чисел Струхаля хорошо соответствовали результатам других авторов. Картина течения показана на рис. 5. Видно как срыв вихрей с поверхности сферы, так и последующую турбулизацию следа вниз по потоку.

#### Заключение

Полученные нами численные результаты хорошо согласуются с численными и экспериментальными результатами других авторов. В диапазоне  $270 < \text{Re} < 3.8 \times 10^5$  наблюдаются явные периодические флуктуации в следе за сферой, вызванные сбросом вихрей. Такие флуктуации могут служить источником звуковых колебаний в среде.

### Список використаних джерел

- 1. *Taneda S.* Experimental investigation of the wake behind a sphere at low Reynolds numbers // J. Phys. Soc. Japan. 1956. 11 (10). P. 1104-1108.
- 2. *Nakamura I*. Steady wake behind a sphere // Phys. Fluids. 1976. **19** (1). P. 5-8.
- Margavey R. H., Bishop R. L. Transition ranges for three-dimensional wakes // Can. J. Phys. – 1961. – 39. – P. 1418-1422.
- 4. *Wu J. S., Faeth G. M.* Sphere wakes in still surroundings at intermediate Reynolds numbers // AIAA J. 1993. **31**. P. 1448-1455.
- Natarajan R., Acrivos A. The instability of the steady flow past spheres and disks // J. Fluid Mech. – 1993. – 254. – P. 323-344.
- Tabata M., Itakura K. A precise computation of drag coefficients of a sphere // Int. J. Comput. Fluid Dynam. – 1998. – 9. – P. 303-311.
- Roos F. W., Willmarth W. W. Some experimental results on sphere and disk drag // AIAA Journal. – 1971. – 9 (2). – P. 285-291.
- Mittal R. A Fourier Chebyshev spectral collocation method for simulating flow past sphere and spheroids // Int. J. Numer. Meth. Fluids. 1999. 30. P. 921-937.
- 9. *Clift R., Grace J. R., Weber M. E.* Bubbles, Drops and Particles. – New York: Academic Press, 1978. – 380 p.
- Jones D. A., Clarke D. B. Simulation of Flow Past a Sphere using the Fluent Code // Technical Report. – 2008. – DSTO number: DSTO-TR-2232, AR number: AR-014-365.
- Le Clair B. P., Hamielec A. E., Pruppacher H. R. A numerical study of the drag on a sphere at low and intermediate Reynolds numbers // J. Atmos. Sci. – 1970. – 27. – P. 308-315.
- Johnson T. A., Patel V. C. Flow past a sphere up to a Reynolds number of 300 // J. Fluid Mech. – 1999. – 378. – P. 19-70.
- Sakamoto H., Haniu H. A study of vortex shedding from spheres in uniform flow // J. Fluids Eng. – 1990. – 112. – P. 386-393.
- 14. Ploumhans P., Winckelmans G. S., Salmon J. K., Leonard A., Warren, M. S. Vortex methods for direct numerical simulation of threedimensional bluff body flows: Application to the sphere at Re = 300, 500 and 1000 // J.

Computational Physics. – 2002. – **178.** – P. 427-463.

- Tomboulides A. G., Orszag S. A. Numerical investigation of transitional and weak turbulent flow past a sphere // J. Fluid Mech. – 2000. – 416. – P. 45-73.
- Mittal R. Planar symmetry in the unsteady wake of a sphere // AIAA Journal. – 1999. – 37. – P. 388-390.
- 17. Constantinescu G. S., Chapelet M. C., Squires K. D. Prediction of turbulent flow over a sphere // AIAA J. – 2003 – **41.** – P. 1733-1742.
- Kim J., Kim D., Choi H. An immersed- boundary finite-volume method for simulations of flow in complex geometries // J. Comp. Phys. 2001. 171. P. 132-150.
- 19. *Giacobello M*. Wake structure of a transversely rotating sphere at moderate Reynolds numbers. Ph.D. thesis, The University of Melbourne, Department of Mechanical Engineering, 2005. 306 p.
- Tomboulides A. G., Orszag S. A., Karniadakis G. E. Direct and Large eddy simulations of axisymmetric wakes // AIAA paper number 93-0546. - 1993. - 13 p.
- 21. *Taneda S.* Visual observations of the flow past a sphere at Reynolds numbers between  $10^4$  and  $10^6$  // J. Fluid Mech. 1978. **85**. P. 187-192.
- Dallmann U., Gebing H., Vollmers H. Unsteady three-dimensional separated flows around a sphere analysis of vortex chain formation // in Bluff-body wakes, dynamics and instabilities, Eckelmann, H. Springer–Verlag, 1993. P. 27-30.
- Kim H. J., Durbin P. A. Observations of the frequencies in a sphere wake and of drag increase by acoustic excitation // Phys. Fluids. – 1988 – 31. – P. 3260-3265.
- 24. Achenbach E. Experiments on the flow past spheres at very high Reynolds numbers // J. Fluid Mech. 1972. **54**. P. 565-575.
- 25. *Achenbach E.* Vortex shedding from spheres // J. Fluid Mech. – 1974. – **62**. – P. 209-221.
- Constantinescu G. S., Squires K. D. Numerical investigations of flow over a sphere in the subcritical and supercritical regimes // Phys. Fluids. 2004. 16. P. 1449-1466.

Надійшла до редколегії 31.03.13