

УДК 51-77+519.854

Донченко В.С.¹, д.ф.-м.н., проф.,
Тарасова О.В.², аспірант

**Псевдообернення у матричному методі
найменших квадратів: приклад
прогнозування медійних показників**

¹ Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, 83000, м. Київ, пр-т.
Глушкова 4д,

e-mail: voldon@univ.kiev.ua

² Київський національний університет імені
Тараса Шевченка, 83000, м. Київ, пр-т.
Глушкова 4д,

e-mail: olga_ta@bigmir.net

V. S. Donchenko¹, Doctor of Sciences (Physics &
Mathematics), Full Professor,
O. V. Tarasova², Postgraduate Student.

**Pseudoinverse in matrixes least squares
method: example of media indicators'
prediction**

¹ Taras Shevchenko National University of Kyiv,
83000, Kyiv, Glushkova st., 4d,
e-mail: voldon@univ.kiev.ua

² Taras Shevchenko National University of Kyiv,
83000, Kyiv, Glushkova st., 4d,
e-mail: olga_ta@bigmir.net

У статті запропоновано матричний варіант методу найменших квадратів (МНК) на прикладі використання апарату псевдоінверсії для прогнозування медійних показників різного рівня дискретизації даних. Задачу прогнозування п'яти медійних показників реалізовано з використанням трьох моделей. Припущення про характер вхідних та вихідних даних для кожної з моделей пропонуються у двох модифікаціях. Запропоновано чотири-кроковий алгоритм прогнозування медійних показників з використанням матричного МНК, узагальнений для всіх трьох моделей з модифікаціями. Основна та модифікована моделі у кожному з трьох запропонованих у статті варіантів дозволяють моделювати різні типи зв'язку між вхідними та вихідними даними за умов однакового ступеню дискретизації даних. Отримані результати демонструють ефективність використання запропонованого підходу при розв'язанні задачі прогнозування в мультимедійній предметній області. Зокрема, такий підхід пропонується для розв'язання задач медіапланування та задач прогнозування структурних змін медійного ринку.

Ключові слова: псевдоінверсія Мура-Пенроуза, метод найменших квадратів, медійні показники, прогноз.

In article the matrixes least squares method (MLS) is proposed with example of pseudo inverse theory usage for prediction of media indexes with different level of data discretization. The problem of five media indicators prediction is realized with using of three models. The assumptions about the nature of input and output data for each of the models are offered in two versions. The four-stepper media performance prediction algorithm with using of least squares matrix method is proposed and generalized for all three models with their modifications. The basic and modified models in each of three versions that proposed in the paper allow modeling different types of connection between input and output data for the conditions of the same degree of data discretization. The obtained results in the article demonstrate the effectiveness of the proposed approach for solving the problem of prediction in multimedia subject area. In particular, this approach is proposed for solving the problems of media planning and the problems of prediction of structural changes in the media market.

Key Words: Moore-Penrose pseudo inverse, least squares method, media indicators, prediction.

Статтю представив д.т.н., с.н.с. Кудін В.І.

Вступ

Обсяги телевізійної аудиторії є ринковою «валютою». Уміння прогнозувати її динаміку із

певною дискретизацією у межах прийнятної точності дозволяє ефективніше медіапланувати, про що детальніше див. у роботі [1].

Прогностичне дослідження починається зі структурування досліджуваного об'єкту. Під об'єктом як структурою будемо розуміти його подання у вигляді сукупності складових та зв'язків між ними [2]. Прогноз поведінки об'єкту здійснюється через його математичне моделювання: передачі структури об'єкту засобами математичного структурування. Об'єкт як структура переданий математичними засобами і називається математичною моделлю.

Пропонована стаття присвячена математичній моделі для прогнозування поведінки телемедійних об'єктів з використанням структур евклідових просторів та псевдообернення за Муром-Пенроузом [2-4].

МНК для матричних спостережень

Базою розв'язання задачі прогнозу є показники характеристик телевізійної аудиторії в Україні. Вони зберігаються у спеціальних базах даних та мають вигляд таблиць з посекундною дискретизацією для відповідної доби [5]. Подобові дані можуть бути згруповані за тим чи іншим періодом у днях, наприклад, потижнево. У цьому випадку відповідні дані природним чином представляються матрицею. Оскільки телевізійне дивлення має природню тижневу циклічність, то матриця даних за тиждень є природніми вихідними даними для аналізу та прогнозу для аналізу та прогнозу для показників телевізійної аудиторії. Таким чином задача використання матричних даних у задачах прогнозу телевізійної аудиторії є природньою і нагальною. У такій задачі прогноз, зокрема, на тиждень може розглядатися як функція від матриці даних, що описує поведінку телевізійної аудиторії за попередній тиждень. Це означає, що встановленню підлягає залежність між матрицею поведінки показників за попередній і наступний тиждень. Наявний математичний апарат дозволяє поставити і розглянути таку задачу за лінійного зв'язку між відповідними матричними об'єктами. Це означає, що визначенню підлягає матриця лінійного оператора, що зв'язує дві матриці, що характеризують поведінку телевізійної аудиторії для суміжних тижнів.

У статті [6-8] авторами детально розглядається питання конструктивних методів опису лінійних структур евклідових просторів двох типів: числових векторів R^n та матриці фіксованої розмірності $R^{m \times n}$. Наступне твердження цієї роботи є базою для розв'язання задач прогнозування в медіапросторі за тижневими показниками характеристик телевізійної аудиторії.

Теорема 1. Для того щоб матричне рівняння $AX = Y, A \in R^{m \times n}, X \in R^{n \times K}, Y \in R^{m \times K}$ мало корені необхідно і достатньо, щоб $tr Y^T Z(A^T) Y = 0$, де оператор $Z(A^T) = E_m - A^+ A^T = E_m - AA^+$, A^+ - псевдообернення за Муром-Пенроузом (див., наприклад, [8]).

Множина Ω_Y всіх розв'язків за виконання згаданої умови, визначається таким співвідношенням:

$$\Omega_Y = \{X : X = A^+ Y + Z(A) V, V \in R^{n \times K}\} \quad (1)$$

У випадку невиконання необхідної та достатньої умови розв'язності та сама множина (1) визначає множину псевдорозв'язків.

Та сама теорема стає у пригоді і у випадку матричних спостережень $(x_i, y_i), i = \overline{1, N}$, де x_i, y_i – елемент $R^{p \times q}$, та необхідності встановлення за МНК матриці лінійного оператора A , що зв'язує дві компоненти спостережень.

Наслідок 1. За позначень і в умовах попередньої теореми, розв'язок матричного рівняння $AX = Y, A \in R^{m \times n}, X \in R^{n \times K}, Y \in R^{m \times K}$ відносно A має вигляд:

$$A = YX^+ + VZ(X^T), V \in R^{K \times n} \quad (2)$$

Теорема 2. Множина МНК – оцінок матриці A , що зв'язує матричні спостереження, отримана як розв'язок оптимізаційної задачі

$$\Omega_A = \operatorname{Arg} \min_{A \in R^{m \times n}} \|AX - Y\|_{tr}^2 \quad (3)$$

може бути записана у вигляді

$$\Omega_A = \{YX^+ + VZ(X^T), V \in R^{K \times n}\}$$

в якій матриці X та Y – це блочні матриці, складені, відповідно, із перших та других компонент матричних спостережень:

$$\begin{aligned} X &= (x_1 \dots x_n) \\ Y &= (y_1 \dots y_n) \\ X, Y &\in R^{p \times (qn)} \end{aligned}$$

Теорема 2 впливає безпосередньо з наслідку 1.

Зауваження. Матриця

$$\hat{A} = YX^+ \quad (4)$$

належить множині розв'язків задачі МНК оцінювання і є найменшим за слудовою нормою таким розв'язком. В подальшому саме ця матриця використовуватиметься як розв'язок задачі МНК оцінювання лінійної залежності між двома матричними об'єктами.

Прогнозування показників телевізійної аудиторії: вихідні дані

Для задач медіапланування використовують такі показники: рейтинг загального теледивлення

Таблиця 1

Дані спостережень п'яти телемедійних показників для двотижневих періодів 2013 року

(T – показник, що характеризує загальний обсяг телевізійної аудиторії у певний період часу); частка аудиторії телеканалу (S – частка глядачів від загальної аудиторії телеглядачів, що дивляться певний канал у певному часовому інтервалі); рейтинг аудиторії телеканалу (R – показник телевізійної аудиторії телеканалу, що враховує кількість телеглядачів та тривалість їх телеперегляду); рейтинг реклами телеканалу (Ra – показник телеаудиторії реклами певного каналу, що враховує тривалість індивідуального перегляду глядачів); коефіцієнт усадки рекламних блоків (K – показник, що характеризує відносне зменшення аудиторії на рекламних блоках по відношенню до загальної аудиторії каналу).

Ці показники є первинними в аналізі, і, як зазначалося вище, є доступними у добовому варіанті з посекундною дискретизацією з 2003 року. У задачі прогнозу, що розглядалася нижче, подобові показники «інтегруються» за часом за подобовими даними та за часовими інтервалами в межах доби. Це означає, що відповідні показники всередині доби представлені тривимірним вектором за трьома часовими інтервалами, а спостереженнями є сумарні значення цих показників (тривимірних векторів) за тижневий чи двотижневий період.

Нижче розглядається задача прогнозування показників на тижневий та двотижневий період з використанням ретроспективних даних на основі вище згаданих даних 2013 року, починаючи з 5 тижня, які попередньо «інтегруються» за часовими інтервалами. Для прогнозування використаємо апарат псевдоінверсії та методу найменших квадратів. Згадане інтегрування здійснюється з додатковим усереднення всередині часових інтервалів та за двотижневими «інтегрованими» показниками.

Загалом інтегрування за днями здійснюється за двотижневими інтервалами (модель 1 нижче) та однотижневими інтервалами (моделі 2 та 3 нижче). Таке «інтегрування» п'яти медійних показників T , S , R , Ra та K в середині доби здійснюється за часовими інтервалами:

$$I_1 = [7:00 - 13:00], I_2 = [13:00 - 19:00],$$

$$I_3 = [19:00 - 25:00].$$

Загалом інтегрування за днями здійснюється за двотижневими інтервалами (модель 1 нижче) та однотижневими інтервалами (моделі 2 та 3 нижче). Для прикладу в таблиці 1 наведені «інтегровані» вихідні дані для першої моделі. Зважаючи на громіздкість дані для другої та третьої моделі не наводяться.

Період	Тижні	Часовий інтервал	T	S	R	Ra	K
1	5-6	I_1	10,93	8,10	0,88	0,71	0,80
1	5-6	I_2	17,47	8,48	1,48	1,09	0,74
1	5-6	I_3	27,46	8,83	2,42	1,78	0,73
2	7-8	I_1	11,04	7,18	0,79	0,66	0,83
2	7-8	I_2	17,18	7,48	1,28	0,91	0,71
2	7-8	I_3	27,89	8,22	2,29	1,63	0,71
3	9-10	I_1	11,47	6,89	0,79	0,62	0,78
3	9-10	I_2	17,72	7,55	1,34	0,93	0,70
3	9-10	I_3	27,59	8,71	2,40	1,58	0,66
4	11-12	I_1	11,39	8,41	0,96	0,76	0,80
4	11-12	I_2	17,18	8,61	1,48	1,07	0,72
4	11-12	I_3	27,81	8,54	2,38	1,81	0,76
5	13-14	I_1	10,49	8,06	0,85	0,67	0,80
5	13-14	I_2	15,68	9,84	1,54	1,12	0,73
5	13-14	I_3	26,68	10,42	2,78	2,05	0,74
6	15-16	I_1	9,35	7,58	0,71	0,57	0,81
6	15-16	I_2	13,34	9,67	1,29	1,00	0,77
6	15-16	I_3	24,79	9,77	2,42	1,82	0,75
7	17-18	I_1	9,53	9,03	0,86	0,67	0,78
7	17-18	I_2	13,11	10,07	1,32	0,99	0,75
7	17-18	I_3	22,46	9,63	2,16	1,62	0,75
8	19-20	I_1	9,41	8,91	0,84	0,65	0,78
8	19-20	I_2	13,51	11,09	1,50	1,12	0,75
8	19-20	I_3	22,95	9,72	2,23	1,62	0,73
9	21-22	I_1	8,33	7,81	0,65	0,49	0,76
9	21-22	I_2	12,52	9,29	1,16	0,87	0,74
9	21-22	I_3	22,69	9,77	2,22	1,60	0,72
10	23-24	I_1	8,43	7,66	0,65	0,49	0,76
10	23-24	I_2	12,11	8,90	1,08	0,77	0,71
10	23-24	I_3	22,25	10,12	2,25	1,67	0,74
11	25-26	I_1	8,00	7,74	0,62	0,50	0,81
11	25-26	I_2	12,15	9,12	1,11	0,83	0,75
11	25-26	I_3	20,58	8,73	1,80	1,22	0,68
12	27-28	I_1	8,13	7,31	0,59	0,48	0,81
12	27-28	I_2	12,07	8,37	1,01	0,73	0,73
12	27-28	I_3	20,89	9,30	1,94	1,42	0,73
13	29-30	I_1	8,35	7,13	0,60	0,47	0,79
13	29-30	I_2	11,94	7,31	0,87	0,60	0,68
13	29-30	I_3	20,34	8,76	1,78	1,23	0,69

Спостереженнями вважаються пари «попередній-наступний» тижневий чи

«попередній-наступний» двотижневий інтервал. Природнім чином компоненти спостережень представляють собою матриці, що відповідають стовпчикам T , S , R , Ra , K та рядкам, що відповідають одному і тому самому періоду: мають один і той самий номер стовпчику періоду.

Використання МНК для матричних спостережень в прогнозі медійних показників

Перераховані вище показники представлені в таблиці 1 з тими самими позначеннями для «інтегрованих» характеристик, що і для вихідних (з посекундною та подобовою реєстрацією). Задача прогнозу в описаних вище термінах здійснювалася в рамках трьох моделей прогнозування п'ять медійних показників для двотижневого періоду у трьох часових інтервалах. У моделі 1 прогнозування здійснювалося за ретроспективними даними двотижневих періодів у трьох часових інтервалах. У моделі 2 – за потижневими даними у трьох часових інтервалах. У моделі 3 для прогнозування використано потижневі дані, що дискретизовані до поденних погодинних інтервалів. Припущення про характер вхідних та вихідних даних для кожної з моделей використовується в двох модифікаціях.

Загальний алгоритм

Крок 1. Побудова спостережень.

Спостереженнями (x_i, y_i) є пара матриць значень основних характеристик, що відповідають сусіднім періодам: (1,2), (2,3), (3,4), ..., (11,12).

Крок 2. Побудова блочних матриць X, Y з, відповідно, перших та других компонент матричних спостережень

Крок 3. Обчислення матриці \hat{A} за формулою (4).

Крок 4. Підрахунок прогнозу \hat{y} за формулою $\hat{y} = \hat{A}x$. У досліджуваному випадку аргумент прогнозу відповідає матриці дванадцятого періоду. Це означає, що прогноз здійснюється для тринадцятого періоду. Такий вибір спостережень та прогнозного періоду визначається можливістю порівняння прогнозу та наявного істинного значення. Оцінка якості прогнозу здійснюється за критерієм точності

$$APE = \left| \frac{y - \hat{y}}{y} \right|$$

Зауваження. Кроки 1-4 є характерними для всіх трьох моделей.

Модель 1.1 Прогнозування п'яти медіа показників для двотижневого періоду в трьох

часових інтервалах за історичними даними п'ятьох показників двотижневого періоду в трьох часових інтервалах.

Застосуємо вище наведений алгоритм до двотижневих даних спостережень. матриця оцінки параметрів моделі матиме розмірність 3×3 :

$$\hat{A} = \begin{vmatrix} 0.93 & 0.06 & -0.02 \\ 0.34 & 0.64 & 0.06 \\ -0.20 & 0.34 & 0.85 \end{vmatrix}$$

А отже матриця прогнозу $\hat{y} = \hat{A}x$ матиме вигляд:

$$\hat{y} = \begin{vmatrix} 7.93 & 7.16 & 0.58 & 0.47 & 0.79 \\ 11.72 & 8.38 & 0.96 & 0.72 & 0.78 \\ 20.25 & 9.31 & 1.88 & 1.36 & 0.71 \end{vmatrix}$$

Середню точність та дисперсію похибки для п'ятьох прогнозованих показників за Моделлю 1.1 наведено у таблиці 2.

Таблиця 2

Середня точність та дисперсія похибки п'яти телемедійних показників за Моделлю 1.1.

	T	S	R	Ra	K
APE	2,43%	7,10%	6,10%	10,45%	5,81%
D	0,06%	0,51%	0,15%	0,98%	0,59%

Модель 1.2 Є модифікацією Моделі 1: аналогічно прогнозуються п'ять медіапоказників для двотижневого періоду в трьох часових інтервалах за історичними даними п'ятьох показників двотижневого періоду у трьох часових інтервалах. Відмінність у встановлені зв'язків між даними: матриці вхідних та вихідних даних формуються з транспонованих матриць даних спостережень. Матриця оцінки параметрів моделі, що розраховується на третьому кроці, матиме розмірність 5×5 .

$$\hat{A} = \begin{vmatrix} 1.11 & -0.08 & 1.55 & -4.21 & 0.85 \\ 0.30 & 1.06 & -4.57 & 2.18 & -1.51 \\ 0.10 & 0.06 & -0.62 & 0.74 & -0.87 \\ 0.04 & -0.00 & 0.24 & 0.06 & -0.02 \\ -0.01 & -0.02 & 0.65 & -0.70 & 1.26 \end{vmatrix}$$

Таблиця 3

Середня точність та дисперсія похибки п'яти телемедійних показників за Моделлю 1.2

	T	S	R	Ra	K
APE	25,3%	27,4%	44,4%	48,2%	16,2%
D	7,0%	18,3%	29,4%	30,7%	3,0%

Після застосування алгоритму до даних моделі 1.2 отримаємо середню точність прогнозу та дисперсію похибки для п'ятьох показників, як наведено у таблиці 3.

Модель 2.1. Прогнозування п'яти медійних показників у трьох часових інтервалах відбувається на основі потижневих даних. Це означає, що дані спостережень дискретизовані до тижневих. Через громіздкість даних повна таблиця не наводиться. Матриці вхідних і вихідних даних також дискретизовані до тижневих. Отримані потижневі матриці прогнозних значень «інтегруються» для порівняння з фактичними даними двотижневого періоду та розрахунку точності прогнозу.

Для моделі 2.1 матриця оцінки параметрів моделі \hat{A} має розмірність 3×3 .

$$\hat{A} = \begin{vmatrix} 0.68 & 0.47 & -0.17 \\ 0.02 & 1.17 & -0.15 \\ -0.29 & 0.58 & 0.73 \end{vmatrix}$$

У таблиці 4 наведемо середню похибку прогнозу та дисперсію похибки.

Таблиця 4

Середня точність та дисперсія похибки п'яти телемедійних показників за Моделлю 2.1

	T	S	R	Ra	K
APE	5,50%	9,81%	5,40%	9,26%	6,25%
D	0,12%	0,58%	0,08%	0,02%	0,19%

Модель 2.2 Це модифікація моделі 2.1: п'ять медійних показників прогноуються потижнево для трьох часових інтервалів, отримані дані «інтегруються» у двотижневий період. Відповідні матриці вхідних та вихідних даних, на відміну від моделі 2.1, є транспонованими матрицями даних спостережень.

Розмірність матриці оцінки параметрів моделі \hat{A} 5×5 .

$$\hat{A} = \begin{vmatrix} 1.08 & -0.08 & 2.75 & -5.39 & 1.17 \\ 0.31 & 0.98 & -3.63 & 0.86 & -0.58 \\ 0.11 & 0.06 & -0.46 & 0.42 & -0.85 \\ 0.06 & 0.02 & -0.06 & 0.13 & -0.30 \\ -0.00 & -0.01 & 0.48 & -0.61 & 1.10 \end{vmatrix}$$

Таблиця 5

Середня точність та дисперсія похибки п'яти телемедійних показників за Моделлю 2.2

	T	S	R	Ra	K
APE	1,19%	7,87%	9,77%	13,74%	5,67%
D	0,02%	0,36%	0,47%	1,98%	0,08%

Модель 3.3 П'ять медія показників прогноуються потижнево на основі ретроспективних потижневих даних, що відповідають даним Таблиці 1. Особливість моделі у дискретизації часових інтервалів даних спостережень до поденних погодинних відтинків для кожного з тижнів. Матриця оцінки параметрів \hat{A} має розмірність 133×133 . Через великий розмір матриця оцінки параметрів у статті не наводиться. Дані матриці потижневих прогнозів з поденною погодинною дискретизацією «інтегруються» до трьох вище описаних інтервалів двотижневого періоду. Оцінку точності отриманого прогнозу наведено у Таблиці 6.

Таблиця 6

Середня точність та дисперсія похибки п'яти телемедійних показників за Моделлю 3.1

	T	S	R	Ra	K
APE	33,16%	182,60%	115,36%	162,74%	34,32%
D	7,72%	45,44%	18,54%	44,17%	3,57%

Модель 3.2. Це модифікація моделі 3.1. Відповідні матриці вхідних та вихідних даних, що мають поденну погодинну дискретизацію для кожного з тижнів періоду, є транспонованими.

Матриця оцінки параметрів \hat{A} має розмірність 5×5 .

$$\hat{A} = \begin{vmatrix} 0.95 & -0.02 & 0.78 & -1.11 & 0.88 \\ 0.17 & 0.56 & 0.66 & -2.76 & 4.04 \\ 0.06 & -0.00 & 0.33 & -0.04 & -0.01 \\ 0.04 & -0.01 & 0.24 & 0.04 & 0.10 \\ 0.01 & 0.03 & 0.12 & -0.34 & 0.70 \end{vmatrix}$$

Тижневі дані поденних погодинних відтинків «інтегруються» до трьох інтервалів двотижневого періоду. Оцінку точності прогнозу для моделі 3.2 наведено у Таблиці 7.

Таблиця 7

Середня точність та дисперсія похибки п'яти телемедійних показників за Моделлю 3.2

	T	S	R	Ra	K
APE	1,06%	9,15%	9,90%	15,10%	6,65%
D	0,01%	0,28%	0,42%	1,14%	0,03%

Результати.

Порівняємо отримані прогнози за всіма побудованими моделями для кожного з п'яти показників окремо. Критерій оптимальності прогнозу – мінімальна точність за критерієм точності APE та мінімальна дисперсія похибки. Рейтинг загального теледивлення (T).

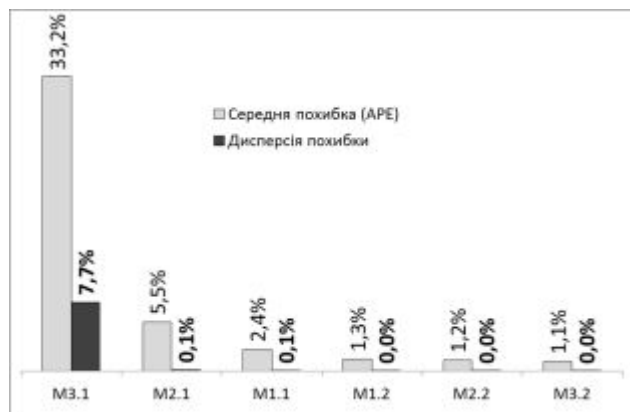


Рис. 1 Порівняння середньої точності моделей та дисперсії похибки для рейтингу загального теледивлення

Результати прогнозування показника для шістьох моделей наведено на Рис. 1. Оптимальна середня точність прогнозування медійних показників задається 10%-порогом. Як бачимо, найкращу точність має модель 3.2. Ця ж модель дає і найменшу дисперсію похибки. За винятком Моделі 3.1, решта надають прийнятний прогноз для показника загального теледивлення T.

Частка телеканалу (S).

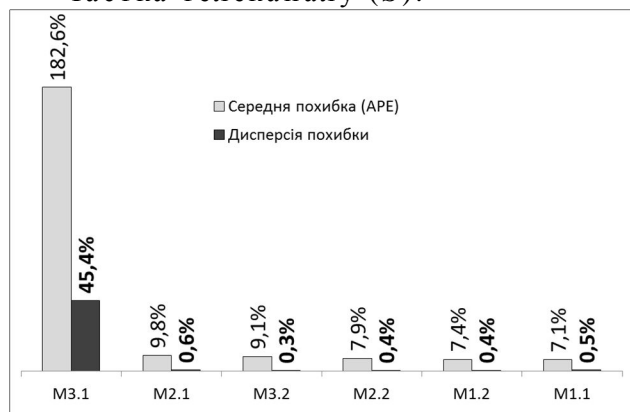


Рис. 2 Порівняння середньої точності моделей та дисперсії похибки для частки каналу

Результати прогнозування показника для шістьох моделей наведено на Рис. 2. Всі шість моделей мають середню точність понад 10%. Модель 1.1 дозволяє прогнозувати частку каналу з мінімальною точністю в 7,1% та найнижчою дисперсією похибки 0,5%.

Рейтинг телеканалу (R). П'ять моделей мають середню точність нижче 10%. Модель 2.1 дозволяє прогнозувати рейтинг каналу з мінімальною точністю у 5,4%.

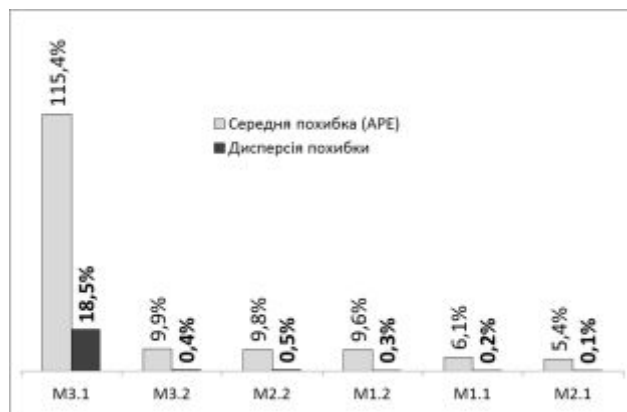


Рис. 3 Порівняння середньої точності моделей та дисперсії похибки для рейтингу каналу

Рейтинг реклами телеканалу (Ra). Значення критеріїв оцінки прогнозних моделей наведено на Рис. 4.

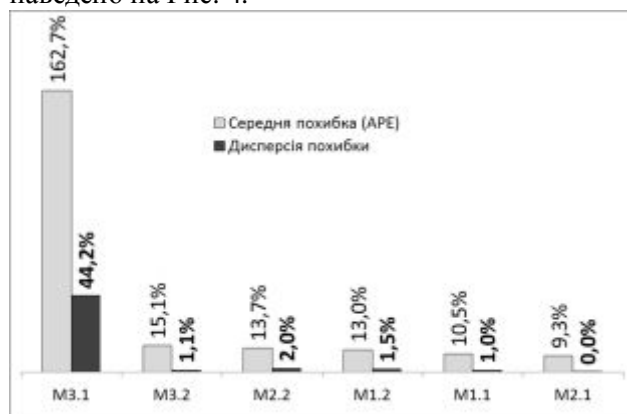


Рис. 4 Порівняння середньої точності моделей та дисперсії похибки для рейтингу реклами каналу

Для показника рейтинг реклами середня точність п'яти моделей випадає з 10%-інтервалу. Лише Модель 2.1 дозволяє прогнозувати рейтинг реклами каналу з прийнятною точністю у 9,3%.

Коефіцієнт усадки рекламних блоків (K).

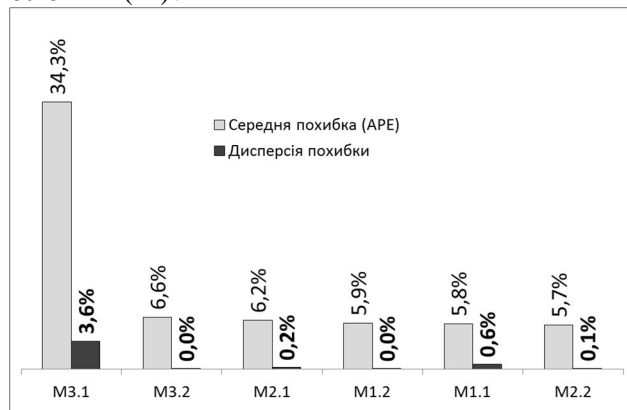


Рис. 5 Порівняння середньої точності моделей та дисперсії похибки для коефіцієнту усадки рекламних блоків.

Як показано на Рис. 5, одразу три моделі дозволяють отримати середню точність у 10%-інтервалі. Для коефіцієнту усадки рекламних блоків Модель 3.1 дозволяє прогнозувати коефіцієнт усадки рекламних блоків з мінімальною точністю у 4,5%.

Висновки

У статті розглянуто задачу прогнозу медійних показників аудиторії. Запропоновано та реалізовано розв'язання задачі на основі матричних спостережень за методом найменших квадратів. Можливість реалізації МНК для

Список використаних джерел

1. Тарасова О.В. Про моделювання телемедійних показників/ О.В.Тарасова// Вісник ДУІКТ. – 2012. – Т.10, №1. – С. 120-127.
2. Moore E.H. On the reciprocal of the general algebraic matrix // Bulletin of the American Mathematical Society. – 1920. – N 26. – P. 394 -395.
3. Penrose R. A generalized inverse for matrices // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. – 1955. – N 51. – P. 406-413.
4. Кириченко Н.Ф. Аналитическое представление возмущений вседообратных матриц/ Н.Ф. Кириченко // Кибернетика и системный анализ. – К. – 1997. – №2 – С. 98-107.
5. Official site GfK Ukraine Media [Electronic resource] – Daily doctyпу: <http://www.gfk.ua>. – The name from the screen. (31.12.2013)
6. Кириченко Н.Ф. Линейные структуры в прикладных задачах и конструктивне методы их описания/ Н.Ф. Кириченко, В.С. Донченко// International Book Series "Information Science and Computing". – Kyiv. – 2009. – P. 69-78.
7. Донченко В.С. Неопределённость и математические структуры в прикладных исследованиях/Human aspects of Artificial Intelligence International Book Series Information science & Computing.– Number 12. – Supplement to International Journal "Information technologies and Knowledge". –Volume 3.–2009.– P. 9-18.
8. Donchenko V.S., Nazaraga I.M., Tarasova O.V. Vectors and matrixes least square method: foundation and application examples // International Journal "Information Theories & Applications". – 2013. – Vol.20, N 4. – P. 311-322.

матричних спостережень визначається застосуванням апарату псевдообернення за Муром-Пенроузом. Задача прогнозу реалізована в рамках трьох моделей прогнозування зі слухними модифікаціями. Якість оцінювання здійснюється за підрахунком характеристики АРЕ в кожній з моделей прогнозу. Відповідні підрахунки продемонстрували ефективність запропонованого підходу до розв'язання задачі прогнозування в мультимедійній предметній області.

References

1. TARASOVA, O. (2012) About TV-rating modelling. *Visnyk DUKT*. 10(1). p.120-127.
2. MOORE, E. (1920) On the reciprocal of the general algebraic matrix. *Bulletin of the American Mathematical Society*. 26. p.394-395.
3. PENROSE, R. A generalized inverse for matrices. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 51. p.406-413.
4. KIRICHENKO, N. Analiticheskoe predstavlenije vozmuschenij psevdootbratnyih matritys. *Kibernetika i sistemnyi analiz*. 2. p.98-107.
5. Official site GfK Ukraine Media [Electronic resource] (2013) Media & entertainment market research at GfK. <http://www.gfk.ua>. st m. [31th Desember 2013].
6. KIRICHENKO, N. AND DONCHENKO, V. (2009) Linejnyije strukturyi v prikladnyih zadachah I konstruktivnyije metodyi ih opisanija. *International Book Series "Information Science and Computing"*. p.69-78.
7. DONCHENKO, V. (2009) Neopredelennost i matematicheskije strukturyi v prikladnyih issledovanijah. *Human aspects of Artificial Intelligence International Book Series Information science & Computing*. *Human aspects of Artificial Intelligence International Book Series Information science & Computing*. 12(3). p.9-18.
8. DONCHENKO, V., NAZARAGA, I. and TARASOVA, O. (2013) Vectors and matrixes least square method: foundation and application examples. *International Journal "Information Theories & Applications"*. 20(4). p.311-322.

Надійшла до редколегії 15.04.14