

УДК 537.635

Віділ А.Ю.<sup>1</sup>, аспірант

**Дослідження явища фолдовера у  
феромагнітних зразках еліпсоїдальної  
форми**

<sup>1</sup>Київський національний університет імені  
Тараса Шевченка, 03680, м. Київ, пр-т.  
Глушкова 4г,  
e-mail: [vidil@univ.net.ua](mailto:vidil@univ.net.ua)

A. Yu. Vidil<sup>1</sup>, post grad. student

**Investigation of foldover phenomenon in  
ferromagnetic ellipsoid**

<sup>1</sup>Taras Shevchenko National University of Kyiv,  
03680, Kyiv, Glushkova st., 4g,  
e-mail: [vidil@univ.net.ua](mailto:vidil@univ.net.ua)

*Теоретично і експериментально досліджені форма резонансних кривих та порогові поля виникнення бістабільності при поглинанні НВЧ потужності феритовим резонатором. Експериментальні результати описані розв'язком рівняння Ландау-Ліфшица із використанням релаксаційного члена Гільберта, модифікованого у формі ряду по ступенях похідної по часу від намагніченості, для якого константа релаксації Гільберта визначалась в режимі лінійного феромагнітного резонансу (ФМР), емпіричний коефіцієнт розкладу в релаксаційному доданку – з аналізу нелінійного ФМР. В ході експерименту в режимі нормального підмагнічування виявлена невідповідність матриці розсіювання. Невідповідність зростає в нелінійному режимі. Проведені порівняння теоретично розрахованих резонансних кривих та порогових полів початку фолдовера з експериментом показують задовільну кількісну відповідність.*

*Ключові слова: феромагнітний еліпсоїд, магнітна кристалографічна анізотропія, порогові поля початку фолдовера.*

*The resonant curves shape and threshold fields of bistable power absorption (foldover) investigated theoretically and experimentally. The experimental results are described by solution of the Landau-Lifshitz equation with the Gilbert relaxation term modified in the form of a power series in the time derivative of the magnetization. Gilbert's relaxation rate was denoted from the linear ferromagnetic resonance (FMR) while the first empirical parameter of the series expansion was defined from observation of nonlinear FMR. Conducted investigations discuss the method of determination of the first empirical parameter. Two methods were suggested: fitting by the nonlinear frequency shift and using the equation for foldover threshold. As it shown in the paper the first method gives the best quantitative result. Also conducted experiment shown a nonreciprocity of scattering matrix in normal biasing regime. The magnitude of effect tends to grow with nonlinearity. The theoretically calculated resonant responses and foldover thresholds are in satisfactory quantitative agreement with the experimental ones.*

*Key Words: magnetic crystallographic anisotropy, ferromagnetic ellipsoid, the threshold of parametric excitation.*

Статтю представив д.ф.-м.н., доц. Савенков С.М.

**Вступ**

В процесі вивчення властивостей магнітовпорядкованих середовищ важливим є експериментальне спостереження і коректний теоретичний опис феромагнітного резонансу. Відомо, що підвищення потужності сигналу накачки призводить до збільшення ролі нелінійних процесів, які спричиняють зміщення резонансної частоти, асиметрію відгуку ФМР та

його уширення, а також явище фолдовера – вперше передбачене і спостережене в роботах [1,2].

Фолдовером прийнято називати процес виникнення на резонансній кривій бістабільної ділянки, в межах якої рівень поглинання залежить від напрямку сканування за частотою або полем. Авторами в роботі [3] запропоновано метод опису нелінійного відгуку ФМР за допомогою механізму Андерсона і Сула [1].

Однак отриманий результат суттєво відрізняється від даних експерименту за шириною резонансної кривої, зсувом резонансної частоти та пороговим полем фолдовера. Теоретичний аналіз порогів фолдовера також проводився на основі точного розв'язку рівняння Ландау-Ліфшица для еліпсоїдальних зразків без врахування анізотропії матеріалу [4,5]. Проте, запропонований метод знаходження точних розв'язків застосовний для обмеженого набору систем із належною симетрією. Окрім того, як показано далі в роботі, константи релаксації, знайдені в лінійному режимі ФМР з експерименту та з порогу фолдовера, відрізняються вдвічі. Зазначена невідповідність є суттєвим недоліком теорії із використанням релаксаційного члена Гільберта. В даному контексті доцільно звернути увагу на експерименти із нанорозмірними резонаторами з керуванням спин-поляризованим струмом [6], які можуть бути описані на якісному рівні за допомогою модифікації релаксаційного члена Гільберта у формі ряду [7].

В поточній роботі продемонстровано результат застосування в рівнянні Ландау-Ліфшица релаксаційного члена Гільберта, модифікованого у формі ряду по ступенях похідної по часу від намагніченості [7], із врахуванням полів анізотропії для нормально намагнічених плівок залізо-ітрієвого гранату. Проведено порівняння теоретично розрахованих параметрів однорідного феромагнітного резонансу із експериментальними даними.

### Теорія

Розв'язок нелінійного рівняння Ландау-Ліфшица дає можливість теоретичного передбачення величини порогового НВЧ поля початку фолдовера. У зв'язку з цим з'являється дві принципових можливості визначення константи релаксації Гільберта: експериментально з ширини лінії ФМР в лінійному режимі або із порогового виразу початку фолдовера. Проведені за такою схемою розрахунки константи релаксації відрізняються вдвічі.

Для усунення цього принципового недоліку в даній роботі для опису феромагнітного резонансу пропонується застосувати в рівнянні Ландау-Ліфшица релаксаційний член Гільберта, модифікований у формі ряду [7]:

$$\vec{R} = \bar{\sigma}(z) \left[ \vec{m}, \frac{\partial \vec{m}}{\partial t} \right],$$

$$\bar{\sigma}(z) = \bar{\sigma}_G (1 + q_1 z + q_2 z^2 + \dots), \quad z = \frac{1}{u_M^2} \left( \frac{\partial \vec{m}}{\partial t} \right)^2,$$

де  $\bar{\sigma}_G$  – константа релаксації Гільберта,  $q_i$  – емпіричні коефіцієнти, з яких використано тільки перший. Традиційна константа релаксації Гільберта визначається з ширини резонансної кривої в лінійному режимі – при малих потужностях накачки. Емпіричний коефіцієнт  $q_1$  знаходиться в нелінійному режимі (великі потужності накачки).

Тоді порогове поле початку фолдовера в випадку лінійно поляризованого поля накачки з амплітудою  $h_0$  може бути записане у формі

$$h_{0th} = \frac{\Delta H_0 \cdot B}{\sqrt{2}} \sqrt{B [c^2 - 4(q_1 r)^2] - 4q_1 r}, \quad (1)$$

де

$$\Delta H_0 = \frac{2\bar{\sigma}_G u_0}{z}, \quad B = \frac{8q_1 r + 2\sqrt{c^2 + 20(q_1 r)^2}}{c^2 + 4(q_1 r)^2},$$

$$r = \frac{u_0^2}{u_M^2}, \quad c = z \frac{4\pi M_0 (N_z - N_T) - H_{u1} - 3H_{u2}}{\bar{\sigma}_G u_0},$$

$H_{u1}, H_{u2}$  - поля одновісної анізотропії першого і другого порядків відповідно. Доцільно провести порівняння виразу (1) із результатом дослідження порогового поля шляхом точного розв'язку рівняння Ландау-Ліфшица [5]:

$$h_{0cr} = \frac{\sqrt{2\Delta H_0}}{c} \sqrt{\sqrt{c^2 + 1} - 1}. \quad (2)$$

Формула (2) отримана для феромагнітного еліпсоїда без врахування магнітної кристалографічної анізотропії. Отже, порівняння порогових виразів буде коректним за умови нехтування в (1) полями анізотропії і емпіричним коефіцієнтом  $q_1$ . В тонких дисках, де виконується умова  $c \gg 1$ , порогові поля знайдені за формулами (1-2) демонструють якісно схожу поведінку:

$$h_{0th} \approx h_{cr} \propto \frac{\Delta H_0}{\sqrt{c}},$$

але відношення амплітуд полів  $h_{0th} / h_{cr} = \sqrt{2}$ . Така відмінність обумовлена використанням рівняння Ландау-Ліфшица для однорідної прецесії в наближенні Сула при отриманні

формули (1).

Методика знаходження константи релаксації Гільберта  $b_G$  в лінійному режимі ФМР добре вивчена. Проте методика знаходження емпіричного коефіцієнта  $q_1$  з нелінійного режиму може бути предметом обговорення. Так в статті [8] запропоновано знаходити коефіцієнт з умови відповідності теоретичних зсуву частоти ФМР і добротності резонатора із експериментальними спостереженнями. Знайдене за такою методикою значення  $q_1=250$  для матеріалу ЗІГ із намагніченістю насичення 1750 Гс [8]. Водночас, отримана формула порогового поля дає можливість визначити емпіричний параметр  $q_1$  безпосередньо з рівняння (1) шляхом підстановки експериментального значення порогового поля фолдовера. Визначення емпіричного коефіцієнта  $q_1$  з порогового поля для попереднього матеріалу ЗІГ дає значення  $q_1=670$ . Детальне обговорення отриманого таким чином результату і його порівняння з експериментом проводиться в наступному розділі.

Загалом можна відмітити, що використання модифікованого релаксаційного члена Гільберта ( $q_1 \neq 0$ ) в рівнянні руху намагніченості додатково обмежує інтенсивність коливань на кривій неізохронності і призводить до зростання порогових полів фолдовера. Вплив анізотропії на порогові поля обумовлений комбінацією полів  $H_{u1}$  і  $H_{u2}$ , яка визначає збільшення або зменшення порогу.

Запропонована в роботі [3] теорія фолдовера визначає порогову потужність НВЧ сигналу накачки у вигляді

$$P_{th} = \frac{8\sqrt{3}}{9} \frac{Df}{2AB}, \quad (3)$$

де введені емпіричні параметри:  $Df$  – ширина резонансної кривої,  $A$ ,  $B$  – коефіцієнти поглинання потужності в резонансі і зсуву резонансної частоти від потужності накачки відповідно. Зазначені параметри визначаються окремо для кожного експерименту з умови відповідності теоретичного Лоренцового контуру з експериментальним відгуком ФМР при малих потужностях накачки. Знайдене з формули (3) порогове поле для нормально намагніченого диску ЗІГ порівняне із результатом, отриманим в цій роботі за формулою (1). Але теоретичні криві резонансного поглинання і зсув резонансної

частоти [3] сильно відрізняються від спостережених експериментальних.

### Результати

Для перевірки теорії проведено експеримент і досліджено резонансні криві нелінійного ФМР у дисковому резонаторі діаметром 1.6 мм і товщиною 23.3 мкм в режимі нормального підмагнічування. Матеріал резонатора – (111) плівка ЗІГ із намагніченістю насичення  $4\pi M_0 = 1750$  Гс, полем кубічної анізотропії  $H_c = -50$  Е, полями одновісної анізотропії першого і другого порядку  $H_{u1} = -50$  Е і  $H_{u2} = 45$  Е відповідно. В якості вимірювальної комірки використовувався мікросмужкова лінія передачі, яка забезпечувала лінійно поляризовану накачку резонатора, включеного в лінію в якості неоднорідності. Зв'язок між амплітудою поля і потужністю накачки в лінії задається формулою

$$P = \frac{120d^2}{\sqrt{\varepsilon_d}} \ln\left(\frac{r_B}{r_A}\right) h^2, \quad (4)$$

де  $r_A$ ,  $r_B$  – корені трансцендентного рівняння

$$r - \ln r - 1 - \frac{\pi b}{2d} - \left(\frac{2\Delta}{d} + \sqrt{\frac{2\Delta}{d}}\right)(r-1) = 0.$$

В рівнянні використовуються параметри хвилевода: товщина діелектричного шару  $d = 0.5$  мм, товщина смужки зі струмом  $\Delta = 50$  мкм, ширина смужки зі струмом  $b = 1.5$  мм. Діелектрична проникність матеріалу лінії  $\varepsilon_d = 2.35$ . Вимірювання коефіцієнта передачі мікросмужкової лінії з резонатором проводилось за допомогою векторного аналізатора НВЧ кіл ROHDE & SCHWARZ RS ZVA8.

На графіку Рис. 1 показані експериментальні залежності коефіцієнтів проходження  $S_{21}$  і  $S_{12}$  матриці розсіювання. Рівень потужності НВЧ накачки -30 дБм відповідає лінійному режиму ФМР, з якого визначається константа релаксації Гільберта. Для обраного матеріалу вона становить  $\alpha_G = 3.8 \cdot 10^{-4}$  і використовується в подальших теоретичних розрахунках. В нелінійному режимі при збільшенні потужності накачки спостерігається невзаємність передачі НВЧ потужності в прямому і зворотньому напрямках. Запропонована в даній статті теорія не передбачає такої поведінки ферромагнітних резонансів.

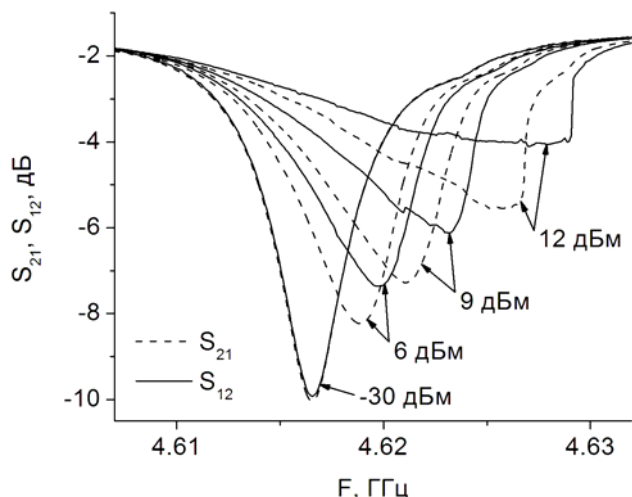


Рис. 1 Експериментальні залежності коефіцієнтів проходження при різних потужностях накачки.

Релаксаційні процеси у феромагнетиках прийнято описувати шириною лінії ФМР, яка фактично характеризує добротність феритового резонатора. Для порівняння спостереженої в експерименті ширини лінії ФМР із результатом теорії необхідно відкинути наявні в експерименті втрати на перевипромінювання НВЧ потужності феритовим резонатором, що визначаються коефіцієнтом зв'язку резонатора з хвилеводом. Вимірювання коефіцієнта зв'язку в ході експерименту здійснювалось за допомогою діаграми Сміта за методикою [9,10]. За умови відомого коефіцієнта зв'язку ширина лінії ФМР в експерименті визначається у вигляді

$$\Delta H = \frac{\Delta F}{\gamma(1+K)},$$

де  $\Delta F$  – ширина ФМР навантаженої лінії передачі на рівні половини потужності поглинання,  $K$  – коефіцієнт зв'язку резонатора з хвилеводом. Оскільки в теорії враховуються лише власні втрати в матеріалі, то ширина лінії ФМР буде визначатися безпосередньо з відношення  $\Delta F/\gamma$ . На Рис. 2 для порівняння наведені теоретичні графіки ширини лінії ФМР разом з результатами експерименту (точки).

В експериментальній залежності ширини лінії ФМР від потужності накачки можна виділити критичну потужність близько 3 дБм, починаючи з якої спостерігається зміна характеру залежності і стрімке зростання ширини лінії. Така поведінка пов'язана з початком нелінійного спотворення резонансного відгуку при подоланні критичної потужності накачки. Збільшення впливу нелінійних процесів із подальшим підвищенням потужності накачки призводить до виникнення

фолдовера при потужності 10 дБм. Пунктирними кривими на графіку позначено результати застосування релаксаційного члена у формі Гільберта. Видно, що при визначенні параметра релаксації  $b_G$  з порогового поля ширина лінії ФМР у два рази більша за спостережену в експерименті. Усунути розбіжність можна в рамках моделі модифікованого релаксаційного члена Гільберта введенням другого параметра релаксації  $q_1$ . Новий емпіричний параметр має вплив тільки в нелінійному режимі, тоді як в лінійному режимі традиційний параметр релаксації Гільберта узгоджений з експериментом. Можна зробити висновок, що використання модифікованого релаксаційного члена Гільберта дає якісно кращий результат в порівнянні з традиційним релаксаційним членом Гільберта (Рис. 2).

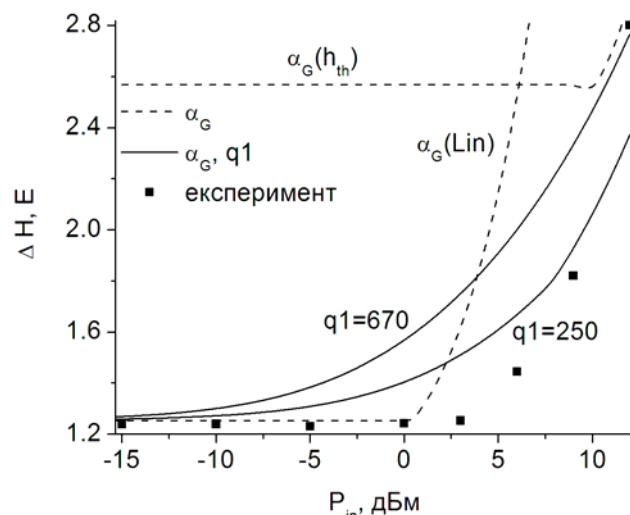


Рис. 2 Залежності ширини лінії ФМР від потужності НВЧ накачки при різних значеннях емпіричного коефіцієнта  $q_1$ .

Як зазначалося раніше, задачу знаходження емпіричного параметра  $q_1$  можна вирішувати з умови співпадіння зсуву резонансної частоти ( $q_1=250$ ) або з поправового виразу ( $q_1=670$ ). В другому випадку отримуємо слабшу залежність зсуву резонансної частоти від потужності накачки. Це добре видно при порівнянні розрахункових резонансних кривих поглинання НВЧ потужності феритовим резонатором з даними експерименту при різних значеннях потужності накачки (Рис. 3). Суцільними кривими на графіку зображені дані експерименту, поглинута резонатором потужність визначається в вигляді

$P_a = P_{in}(1 - 10^{S_{21}/10} - 10^{S_{11}/10})$ , де  $P_{in}$  – потужність вхідного сигналу.

Таким чином, порогове поле фолдовера, знайдене з точного розв'язку рівняння руху намагніченості [5] рівне 35 мЕ; застосування опису нелінійного ФМР за допомогою механізму Андерсона і Сула [3] дає значення порогового поля 85 мЕ; знайдене із запропонованої у статті теорії порогове поле рівне 75 мЕ при  $q_1=250$  і 0.1 Е при  $q_1=670$ . Знайдене з експерименту порогове поле рівне 0.1 Е.

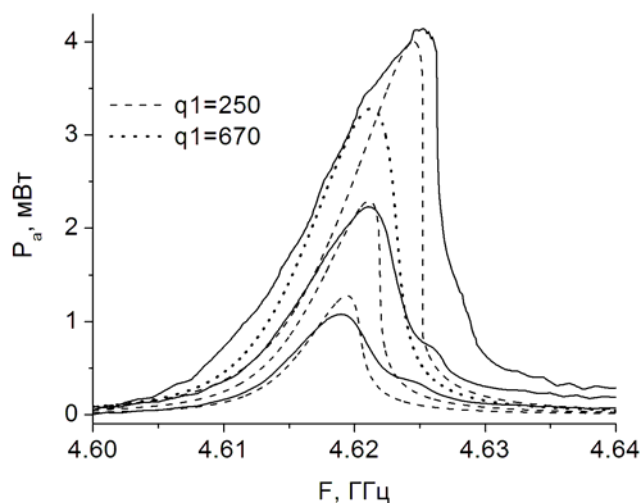


Рис. 3 Залежності поглинутої резонатором енергії при потужностях накачки 6 дБм, 9 дБм і 12 дБм. Суцільними кривими позначено результати експерименту, пунктирними – теоретичні розрахунки, крива  $q_1=670$  побудована для потужності накачки 12 дБм.

Як вже було зазначено раніше, для коректного порівняння теорії з експериментом необхідно враховувати наявні в експерименті втрати на перевипромінювання. В першому наближенні ці втрати можна врахувати в теорії шляхом введення ефективного об'єму зразка  $V_{ef}$ . Для наведених на Рис. 3 теоретичних результатів  $V_{ef} = 1.5 \cdot V_0$ , де  $V_0$  – фізичний об'єм зразка.

### Висновки

Проведені дослідження вказують на переваги застосування запропонованої теорії, оскільки знаходження точного розв'язку рівняння Ландау-Ліфшица можливе для обмеженого кола задач, а опис характеристик нелінійного ФМР класичним Лоренцовим контуром містить багато емпіричних параметрів. Теорія із використанням модифікованого у формі ряду релаксаційного члена Гільберта усуває неоднозначність визначення параметра релаксації Гільберта з лінійного режиму ФМР і з порогу фолдовера. Обговорено можливі підходи пошуку коефіцієнту  $q_1$ , зокрема, використання виразу порогового поля для його знаходження. Застосування отриманого таким чином параметра в теорії якісно покращує поведінку ширини лінії ФМР в порівнянні з традиційним релаксаційним членом Гільберта. Результати дослідження також виявили невзаємність передачі НВЧ потужності у хвилеводі й принципову необхідність врахування в теорії зв'язку резонатора з лінією передачі.

### Список використаних джерел

1. Anderson P. Instability in the motion of ferromagnets at high microwave power levels / P. Anderson, H. Suhl // *Phys. Rev.* – 1955. – **100**. – P. 1788-1792.
2. Weiss M. Microwave and low frequency oscillation due to resonance instabilities in ferrites / M. Weiss // *Phys Rev. Lett.* – 1958. – **1**. N 7- P. 239-241.
3. Fetisov Yu. Nonlinear ferromagnetic resonance and foldover in Yttrium Iron Garnet thin films – inadequacy of the Classical model / Yu. Fetisov, C. Patton, V. Synogach // *IEEE Trans. on Magn.* – 1999. – **35**, N 6. – P. 4511-4521.

### References

1. ANDERSON P., SUHL H. (1955) Instability in the motion of ferromagnets at high microwave power levels. *Phys. Rev.* 100. p. 1788-1792.
2. WEISS M. (1958) Microwave and low frequency oscillation due to resonance instabilities in ferrites. *Phys Rev. Lett.* 1 (7). P. 239-241.
3. FETISOV YU., PATTON C., SYNOGACH V. (1999) Nonlinear ferromagnetic resonance and foldover in Yttrium Iron Garnet thin films – inadequacy of the Classical model. *IEEE Trans. on Magn.* 35 (6). p. 4511-4521.

4. Скроцкий Г. Ферромагнитный резонанс в поляризованном по кругу электромагнитном поле произвольной амплитуды / Г. Скроцкий, Ю. Алимов // ЖЭТФ – 1958. – **35**, N 6 – С. 1481-1484.
5. Скроцкий Г. Влияние формы образца на ферромагнитный резонанс в сильном радиочастотном поле / Г. Скроцкий, Ю. Алимов // ЖЭТФ – 1959. – **36**, N 4 – С. 1267-1271.
6. Kiselev S. Microwave oscillations of a nanomagnet driven by a spin-polarized current / S. Kiselev, J. Sankey, I. Krivorotov, N. Emley, R. Schoelkopf, R. Burhrman, D. Ralph // Nature – 2003. – 425 – P380-383.
7. Tiberkevich V. Nonlinear phenomenological model of magnetic dissipation for large precession angles: Generalization of Gilbert model / V. Tiberkevich, A. Slavin // Phys. Rev. B – 2007. – **75**. – P. 0144401-0144406.
8. Vidil A. Relaxation at nonlinear ferromagnetic resonance / Vidil A., Zavislyak I., Popov M. // Ukr. J. Phys. – 2014. – **59**, N 2. – P. 141-147.
9. Kajfez D. Numerical determination of two-port parameters from measured unrestricted data / D. Kajfez // IEEE Trans. on instrumentation and measurement – 1975. – **24** N 1. – P. 4-11.
10. Hady L. Dielectric resonator antenna in a polarization filtering cavity for dual function applications / L. Hady, D. Kajfez, A. Kishk // IEEE Trans. on microwave theory and tech. – 2008. – **56** N 12. – P. 3079-3085.
4. SKROTSKY G., ALIMOV YU. (1958) Ferromagnitny resonans v polarizovannom po krugu electromagnitnom pole proizvolnoy amplitudi. *JETP*. 35 (6). p. 1481-1484.
5. SKROTSKY G., ALIMOV YU. (1959) Vliyanie formy obraztsa na ferromagnitny resonans v silnom radiochastotnom pole. *JETP*. 36 (4). p. 1267-1271.
6. KISELEV S., J. SANKEY, KRIVOROTOV I., EMLEY N., SCHOELKOPF R., BURHRMAN R., RALPH D. (2003) Microwave oscillations of a nanomagnet driven by a spin-polarized current. *Nature* 425. p. 380-383.
7. TIBERKEVICH V., SLAVIN A. (2007) Nonlinear phenomenological model of magnetic dissipation for large precession angles: Generalization of Gilbert model. *Phys. Rev. B*. 75. p. 0144401-0144406.
8. VIDIL A., ZAVISLYAK I., POPOV M. (2014) Relaxation at nonlinear ferromagnetic resonance. *Ukr. J. Phys.* 59 (2). p. 141-147.
9. KAJFEZ D. (1975) Numerical determination of two-port parameters from measured unrestricted data. *IEEE Trans. on instrumentation and measurement*. 24 (1). p. 4-11.
10. HADY L., KAJFEZ D., KISHK A. (2008) Dielectric resonator antenna in a polarization filtering cavity for dual function applications. *IEEE Trans. on microwave theory and tech.* 56 (12). p. 3079-3085.

Надійшла до редколегії 5.12.2014