

УДК 532.529+577

Баранець В. О., інженер,
Кізілова Н. М., д. ф.-м. н., проф.

V. O. Baranets, engineer,
N. M. Kizilova, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof.

Дослідження течій мікро/нанорідин між двома рухомими циліндрами

Study of micro/nanofluidic flows between two rotating cylinders

¹Харківський національний університет
ім. В.Н. Каразіна, Харків, Україна,
e-mail: cherevko.vita@gmail.com

²Харківський національний університет
ім. В.Н. Каразіна, Харків, пл. Свободи, 4,
e-mail: kizilova@univer.kharkov.ua

¹V.N. Karazin Kharkiv National University, 61022,
Kharkov, Svobody sq., 4,
e-mail: cherevko.vita@gmail.com

²V.N. Karazin Kharkov National University,
61022, Kharkov, Svobody sq., 4,
e-mail: kizilova@univer.kharkov.ua

Експериментальні вимірювання показали, що стаціонарні ламінарні течії мікро- і нанорідин по мікроканалам різної форми виконаних із різних матеріалів характеризуються залежностями об'ємної витрати Q від перепаду тиску dP на кінцях каналу, що перевищують відповідні Пуазейлівські залежності для каналів тієї ж форми на 30-70%, що пов'язано з особливостями взаємодії мікро/нанорідин зі стінками каналів. Для урахування дифузійного розсіювання та тангенціального переносу частинок мікро- і нанорідин на стінках, шорсткість яких порівняна з розміром частинок та довжиною їх вольного перебігу введені граничні умови прослизання першого та другого порядку, які дозволяють достатньо точно описувати експериментально виміряні залежності $Q(dP)$. В роботі розглядається ламінарна течія трьох шарів рідини між двома коаксіальними циліндрами, що обертаються з різними кутовими швидкостями. Шари можуть відповідати трьом незмішуваним рідинам з різними властивостями, або мікро/наносупензії з різними концентраціями частинок за рахунок пристінних ефектів. Отримано аналітичний розв'язок задачі, розраховані значення об'ємної витрати та напруження тертя на стінках. Показано, що за рахунок вибору параметрів рідини та матеріалу циліндричних поверхонь можна отримати течії з суттєво зниженим або підвищеним тертям на стінках, що можна використати для різних задач прикладної мікрофлюїдики – змішування рідин або розділення сумішей.

Ключові слова: мікрофлюїдика, нанофлюїдика, течія між коаксіальними циліндрами, незмішувані рідини.

Experimental measurements have shown that stationary laminar flows of micro- and nanofluids in the microchannels of various shapes and materials are characterized by the dependence of the flow rate Q on the pressure difference dP along the channel, which exceeds the corresponding Poiseuille dependencies by 30-70% due to the peculiarities of the interaction of the micro/nanofluids with the walls. In order to take into account the diffusion scattering and tangential transfer of the micro- and nanoparticles on the walls which roughness is comparable to the size of the particles and their free path length, the velocity slip boundary conditions of the first and second order had been introduced, which allows adequate description of the experimentally measured $Q(dP)$ curvess. Here the laminar flow of three fluid layers between two coaxial cylinders rotated at different angular velocities is studied. The layers may correspond to three immiscible fluids with different properties, or to the micro/nano-suspensions with different particle concentrations due to wall effects. An analytical solution of the problem is obtained; the flow rate and viscous stress at the walls are calculated. It is shown that by the choice of the material parameters of the fluids and cylinders, the flows with substantially reduced or elevated wall frictions can be obtained. It can be used for the micro/nanofluidic applications as fluid mixing or separation.

Key Words: microfluidic, nanofluidics, flow between coaxial cylinders, immobilized liquids.

Статтю представив д.ф.-м.н., проф. Жук Я. О.

1. Вступ

В багатьох експериментальних дослідженнях течій суспензій мікрочастинок (клітин, біополімерів) або наночастинок Al_2O_3 , CuO , SiO_2 , ZnO була показана невідповідність теоретичними розрахунками, проведеними на основі класичних моделей механіки суспензій [1,2]. Так, було показано, що при течії рідин по мікроканалам з діаметрами $D_h = 5; 12; 25$ мкм коефіцієнт тертя на 5-30% вище, ніж розрахований на підставі рівнянь Нав'є-Стокса для рідин з тими ж щільністю і в'язкістю [3]. Відхилення від класичної теорії залежить від концентрації, матеріалу та форми частинок, температури, числа Рейнольдса та ін. Аналогічні результати були отримані для різних рідин, розміру та форми каналів, властивостей їх стінок [4,5]. Зі збільшенням відносної шорсткості стінок до 5% для підтримки Пуазейлівської течії в мікроканалі необхідний перепад тиску на 65% вищий, ніж передбаченого формулою Пуазейля.

Як було показано в останні роки, основна причина розбіжностей пов'язана з наявністю прослизання частинок мікро- і нанорідин на стінках мікроканалов, розміри шорсткостей яких не є малими у порівнянні з розмірами частинок та величиною їх вільного пробігу в базовій рідині [1,2]. Оскільки наступним часом спостерігається інтерес до нано- і біотехнологій, які використовують течії досліджуваних рідин по мікротрубках і каналах різної форми, особливості руху та ступінь невідповідності класичній теорії рідини становить значний практичний інтерес.

2. Математичні постановки задач для течій в мікро/наноканалах.

Якщо довжина вільного пробігу λ частинок порівняна з шириною каналу h , так що число Кнудсена $Kn > 0.01$, при взаємодії частинок з шорсткістю стінки частинки набувають додатковий імпульс уздовж стінки за рахунок дифузного віддзеркалення [1,2]. Таким чином, швидкість частинок рідини при цьому відрізняється від швидкості стінки, і умова прилипання не виконується.

В даній час в мікро/наночастинодіке показана коректність використання умов прослизання першого (для мікрорідин) і другого (для нанорідин) порядків, запропоновані раніше для течій розріджених газів, у вигляді

$$\left(u - u_w - aKn \frac{\partial u}{\partial n} - bKn^2 \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} \right) \Big|_{\Gamma} = 0, \quad (1)$$

де u - аксіальна компонента швидкості рідини, Γ , u_w , n - границя каналу, швидкість її руху та нормаль, $a = (2 - \sigma) / \sigma$, σ - тангенціальний переніс імпульсу на стінці, $b = const$, причому з даних експериментів $a \in [1; 1.1466]$, $b \in [0.5; 1.309]$ [2]. Умова (1) отримана шляхом розкладання швидкості рідини в ряд Тейлора з точністю до похідних другого порядку.

Умова (1) використовується в діапазоні чисел Кнудсена $0.1 < Kn \leq 1$, що відповідає нанорідинам. Для $0.01 < Kn \leq 0.1$ можна вважати в (1) $b=0$. – це умова прослизання першого порядку, яка виконується для мікрорідин. При $Kn < 0.01$ умови прилипання на стінці дають добру відповідність теорії експерименту [1,2].

Хоч на нанорівні параметри течій, їх механічні, теплові, електромагнітні та інші властивості залежать од розміру (наночастинок, наноканалів тощо), квантові феномени не проявляють себе і течії рідин добре описуються як методами динаміки частинок (молекулярної динаміки), так і рівняннями Нав'є-Стокса [1,2]. Велика кількість публікацій присвячена дослідженню відмінностей гемодинамічних параметрів класичних рідин та мікро/нанорідин в зв'язку з особливостями граничних умов, розсіюванні тепла на шорстких стінках та інших узагальненнях класичних постановок задач гідромеханіки. Отримані узагальнення течій Пуазейля по трубкам кругового, прямокутного та ін. перерізів [2], в тому числі для неоднорідних стінок [6].

Дослідження впливу умов прослизання (1) на параметри течій мікро/наносуспензій має велике значення методів віскозиметрії, особливо при вимірюваннях на малорозмірних краплях речовин. Відомо, що проблемою віскозиметричних вимірювань є вплив ефекту Фареуса-Ліндквіста, який вносить значні похибки в теоретичні формули для розрахунку ефективної в'язкості [6].

В даній роботі досліджується розв'язок задачі про стаціонарну течію суспензії мікро/наночастинок між двома коаксіальними циліндрами, що обертаються з різними швидкостями і мають різні властивості поверхонь. Враховується утворення поблизу стінок шарів рідини з різними властивостями (концентрацією частинок, в'язкістю та ін.). Така задача також відповідає ламінарній течії незмішуваних рідин. Аналогічний розв'язок раніше був отриманий для ламінарної течії Куета мікро/нанорідин між паралельними пластинами

[7]. Було показано [7], що за рахунок підбору параметрів незмішуваних рідин можна отримати течію з меншими витратами енергії при тих самих об'ємних витратах рідини, що можна використовувати в мікро/нанорідинних пристроях [8], а пристінні шари виконують роль змащувальних і прискорюють течію в каналі та знижують тертя на стінках за рахунок тангенціального переносу імпульсу мікро/нано частинками на мікро/наношорстких стінках.

3. Математична постановка та рішення задачі про течію між коаксіальними циліндрами, що обертаються з різною частотою

Два коаксіальних циліндри з віссю Oz радіусами R_1 і R_2 обертаються з кутовими швидкостями Ω_1 і Ω_2 ($\Omega_2 > \Omega_1$) (Fig.1). Між циліндрами знаходяться три шари нестисливої рідини з різними змістом мікро/ наночастинок товщинами h_1, h_2, h_3 , причому $h_1 + h_2 + h_3 = R_2 - R_1$ і в'язкостями $\mu_{1,2,3}$. Рух рідин описується стаціонарними рівняннями Нав'є-Стокса в циліндричних координатах з умовами (1) на поверхнях $r = R_1$ і $r = R_2$, а також умовами безперервності швидкості та напружень:

$$r = R_1 : v^1 - \Omega_1 R_1 - \alpha_1 \frac{dv^1}{dr} + \beta_1 \frac{d^2 v^1}{dr^2} = 0, \quad (2)$$

$$r = R_1 + h_1 : v^1 = v^2, \quad \mu_1 \frac{\partial v^1}{\partial r} = \mu_2 \frac{\partial v^2}{\partial r}, \quad (3)$$

$$r = R_1 + h_1 + h_2 : v^2 = v^3, \quad \mu_2 \frac{\partial v^2}{\partial r} = \mu_3 \frac{\partial v^3}{\partial r}, \quad (4)$$

$$r = R_2 : v^3 - \Omega_2 R_2 - \alpha_2 \frac{dv^3}{dr} + \beta_2 \frac{d^2 v^3}{dr^2} = 0, \quad (5)$$

де $v^{1,2,3}$ - швидкості течії рідини в шарах,
 $\alpha_{1,2} = a_{1,2} Kn$, $\beta_{1,2} = b_{1,2} Kn^2$.

За звичайними умовами непрослизання рідини на поверхні та при $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ розв'язок цієї задачі має вигляд [1,6]:

$$v_\theta(r) = \frac{\Omega_2 R_2^2 - \Omega_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} r - \frac{(\Omega_2 - \Omega_1) R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \frac{1}{r}, \quad (6)$$

а напруження тертя на стінках

$$\tau = \mu \left(\frac{\Omega_2 R_2^2 - \Omega_1 R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} + \frac{(\Omega_2 - \Omega_1) R_1^2 R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \frac{1}{r^2} \right) \quad (7).$$

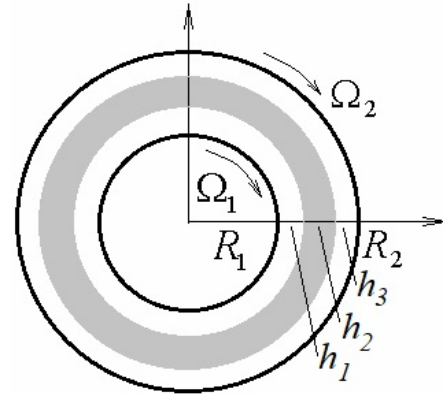


Рис.1. Ламінарна течія трьох шарів незмішуваних рідин між двома рухомими циліндрами.

Для однорідного шару рідини ($\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$) та наявності умов прослизання (2), (5) розв'язок задачі був отриманий в [6] у вигляді

$$v_\theta^{slip}(r) = \frac{\Omega_2 R_2^4 A_1 - \Omega_1 R_1^4 A_2}{R_2^3 (R_2 - \alpha_2) A_1 - R_1^3 (R_1 - \alpha_1) A_2} r - \frac{\Omega_2 R_1^3 R_2^4 (R_1 - \alpha_1) - \Omega_1 R_1^4 R_2^3 (R_2 - \alpha_2)}{R_2^3 (R_2 - \alpha_2) A_1 - R_1^3 (R_1 - \alpha_1) A_2} \frac{1}{r}, \quad (8)$$

$$\tau^{slip}(r) = \mu \left(\frac{\Omega_2 R_2^4 A_1 - \Omega_1 R_1^4 A_2}{R_2^3 (R_2 - \alpha_2) A_1 - R_1^3 (R_1 - \alpha_1) A_2} + \frac{\Omega_2 R_1^3 R_2^4 (R_1 - \alpha_1) - \Omega_1 R_1^4 R_2^3 (R_2 - \alpha_2)}{R_2^3 (R_2 - \alpha_2) A_1 - R_1^3 (R_1 - \alpha_1) A_2} \frac{1}{r^2} \right), \quad (9)$$

де $A_{1,2} = R_{1,2}^2 + \alpha_{1,2} R_{1,2} - \beta_{1,2}$.

Тому розв'язок неоднорідної задачі з умовами (2)-(5) розшукувався в аналогічному вигляді

$$v^j(r) = C_{j1} r + C_{j2} \frac{1}{r}, \quad (10)$$

де C_{j1}, C_{j2} - постійні інтегрування, які знаходимо із умов (2)-(5) у вигляді:

$$C_{21} = \frac{1}{\Delta} (B_1 \Delta_{23}^- - B_2 \Delta_{21}^-), \quad C_{22} = \frac{1}{\Delta} (B_2 \Delta_{21}^+ - B_1 \Delta_{23}^-),$$

$$C_{11} = \mu_{21}^+ C_{21} + \frac{\mu_{21}^-}{2(R_1^+)^2} C_{22}, \quad C_{12} = \frac{\mu_{21}^-}{2(R_1^+)^2} C_{21} + \mu_{21}^+ C_{22},$$

$$C_{31} = \mu_{23}^+ C_{21} + \frac{\mu_{23}^-}{2(R_2^+)^2} C_{22}, \quad C_{32} = \frac{\mu_{23}^-}{2(R_2^+)^2} C_{21} + \mu_{23}^+ C_{22},$$

$$\Delta_{21}^+ = \mu_{21}^+ + \frac{A_1 \mu_{21}^- (R_1^+)^2}{R_1^- R_1^3}, \quad \Delta_{21}^- = \frac{\mu_{21}^-}{2(R_1^+)^2} + \frac{A_1 \mu_{21}^+}{R_1^- R_1^3},$$

$$\Delta_{23}^+ = \mu_{23}^+ + \frac{A_2 \mu_{23}^- (R_2^+)^2}{R_2^- R_2^3}, \quad \Delta_{23}^- = \frac{\mu_{23}^-}{2(R_2^+)^2} + \frac{A_2 \mu_{23}^+}{R_2^- R_2^3},$$

$$\Delta = \Delta_{21}^+ \Delta_{23}^- - \Delta_{23}^+ \Delta_{21}^-, \quad B_1 = \frac{\Omega_1 R_1}{R_1^-}, \quad B_2 = \frac{\Omega_2 R_2}{R_2^-},$$

$$\mu_{21}^\pm = (1 \pm \mu_2 / \mu_1) / 2, \quad \mu_{23}^\pm = (1 \pm \mu_2 / \mu_3) / 2,$$

$$R_{1,2}^- = R_{1,2} - \alpha_{1,2}, \quad R_1^+ = R_1 + h_1, \quad R_2^+ = R_1^+ + h_2.$$

У випадку $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ ці вирази переходять в (8). Для дослідження впливу коефіцієнтів прослизання, швидкостей обертання, в'язкостей рідин та геометрії системи проводилися безпосередні розрахунки профілю швидкостей та тертя на стінках для течії не змішуваних рідин у порівнянні з однорідною течією рідини, яка знаходилась у внутрішньому шарі (з в'язкістю μ_2), а також у припущенні малої товщини пристінних шарів (тобто $h_{1,2} \ll R_2 - R_1$).

4. Результати та обговорення чисельних розрахунків

Чисельні розрахунки залежностей $v^{1-3}(r)$ наведені на Рис.2-3 в безрозмірних змінних: $r^\circ = r / R_2$, $v^\circ = v / v^*$, $v^* = (\Omega_1 + \Omega_2) / (R_1 + R_2)$, де $r^\circ \in [r_1, 1]$, $r_1 = R_1 / R_2$ при тих самих наборах значень параметрів, які відповідають різним мікро- і нанорідинам використовувалися при дослідженнях течій Куета незмішуваних рідин між паралельними поверхнями [8].

Для різних наборів параметрів перший складник в (10) лінійний по r і може мати вклад як порівняний з другим складником (зворотнім по r), так і значно більший або менший. В залежності від того відповідне розподілення швидкості між циліндрами може бути лінійним, гіперболічним, або змішаним. На Рис. 2а наведений приклад лінійного розподілення, а на Рис.2б – гіперболічного (криві 1-3) і змішаного (криві 4-6). У всіх випадках швидкість зростає у напрямку до зовнішньої поверхні.

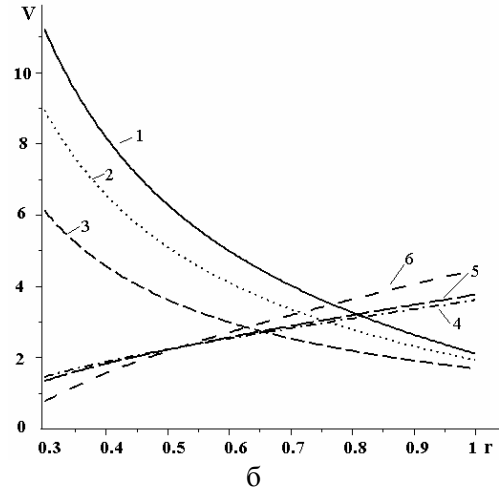
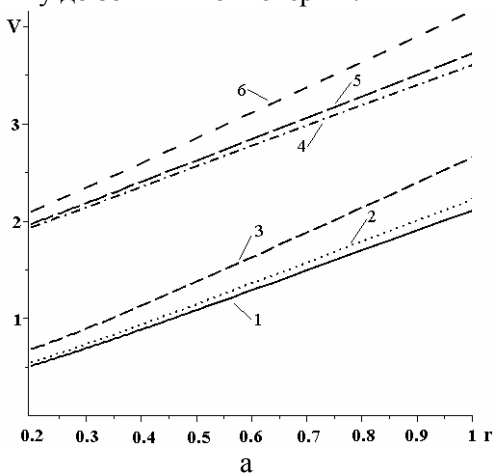


Рис.2. Безрозмірні залежності $v(r)$ при $r_1=0.2$ (а) і $r_1=0.3$ (б), $\beta_{1,2} = 0$; криві 1-6 відповідають $(\alpha_1, \alpha_2) = \{(0.05, 0.05), (0.05, 0.1), (0.05, 0.5), (0.1, 0.05), (0.1, 0.1), (0.1, 0.5)\}$.

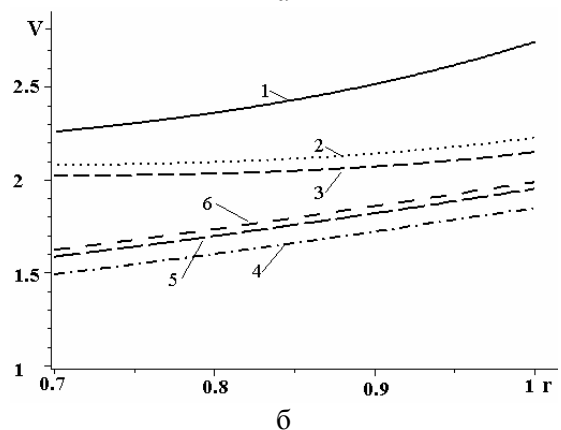
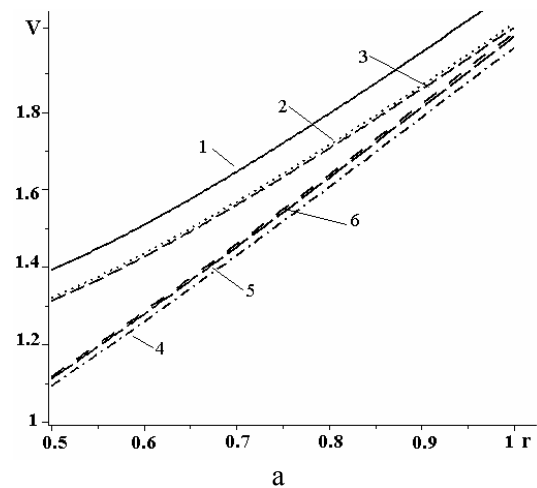


Рис.3. Безрозмірні залежності $v(r)$ при $r_1=0.5$ (а) і $r_1=0.7$ (б), $\alpha_{1,2} = 0.1$; криві 1-6 відповідають $(\beta_1, \beta_2) = \{(0.05, 0.05), (0.05, 0.1), (0.05, 0.5), (0.1, -0.05), (0.1, -0.1), (0.1, -0.5)\}$.

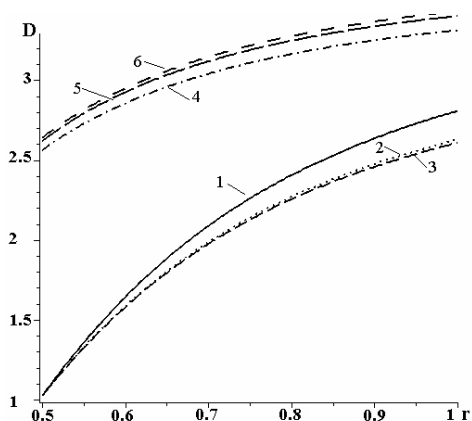


Рис.4. Безрозмірні залежності $D(r)$
(позначення як на Рис.3).

Зі зростанням величини прослизання першого порядку $\alpha_{1,2}$ при заданих $\beta_{1,2}$ та фіксованих інших параметрах моделі швидкість монотонно зростає, що відповідає даним експериментів [1,2]. Залежності, представлені на Рис.2, були обчислені при $\beta_{1,2} = 0$, тобто для мікрорідин, але східні закономірності при змінах $\alpha_{1,2}$ спостерігаються і для нанорідин (тобто $\beta_{1,2} \neq 0$). Вплив параметрів $\beta_{1,2}$ при заданих $\alpha_{1,2}$ не є таким однозначним (Рис.3а,б). Оскільки, відповідно до [2], $\beta_{1,2}$ можуть мати різні знаки (див. вище), чисельне моделювання проводилось в широкому діапазоні значень параметрів задачі, в тому числі при $\beta_{1,2} < 0$. Типові результати обчислень наведені на Рис.3а,б. Залежність швидкості від координати залишається монотонною, але вплив $\beta_{1,2}$ стає значнішим поблизу відповідної поверхні $R_{1,2}$. При $\beta_{1,2} < 0$ зі зростанням β_1 при заданому β_2 або зі зростанням β_2 при заданому β_1 відповідні залежності $v(r)$ зсуваються у напрямку від відповідної поверхні (R_1 або R_2), Рис.3а. Коли значення β у однієї з поверхонь змінюють знак, спостерігається зворотній ефект (Рис.3б), оскільки значення $\beta_{1,2}$ впливають на кривизну профілю швидкості в приграничних шарах рідини [1,2]. Складний характер має теж розподілення в'язкої дисипації $D = \mu(v'_\theta(r))^2$ (Рис.4), яка визначає ефективність приладу.

При течіях однорідних мікро/нанорідин для певних наборів параметрів $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ значення швидкостей рідини на стінках циліндрів

$$v_\theta^{slip}(R_{1,2}) = \frac{\Omega_{1,2} R_{1,2}^3 (R_{2,1}^2 (R_2^2 - R_1^2) \mp \alpha_{2,1} R_{2,1} (R_1^2 + R_2^2)) \pm 2\beta_{2,1} R_{1,2}^2 + 2\Omega_{2,1} R_{1,2} R_{2,1}^4 (\alpha_{1,2} R_{1,2} - \beta_{1,2})}{R_2^3 (R_2 - \alpha_2) A_1 - R_1^3 (R_1 - \alpha_1) A_2} \pm \frac{2\beta_{2,1} R_{1,2}^2 + 2\Omega_{2,1} R_{1,2} R_{2,1}^4 (\alpha_{1,2} R_{1,2} - \beta_{1,2})}{R_2^3 (R_2 - \alpha_2) A_1 - R_1^3 (R_1 - \alpha_1) A_2}$$

стають більшими ніж в (6) ($v_\theta^{slip}(R_{1,2}) > \Omega_{1,2} R_{1,2}$) а напруження тертя на стінках

$$\tau^{slip}(R_{1,2}) = \mu \frac{\left((\Omega_2 R_2^4 A_1 - \Omega_1 R_1^4 A_2) R_{1,2}^2 + \right.}{(R_2^3 (R_2 - \alpha_2) A_1 - R_1^3 (R_1 - \alpha_1) A_2) R_{1,2}^2}$$

- меншими ніж обчислені за (7), що відповідає відомому ефекту прослизання [1,2]. Аналогічні обчислення за формулами (10) показали, що аналогічно можна впливати на течії незмішуваних рідин.

Використовуючи цю закономірність, ефективні мікро/нанорідинні пристрої з низькими або високими напруженнями тертя на стінках можуть бути запроєктовані за рахунок використання відповідних за властивостями рідин та матеріалів циліндричних поверхонь.

5. Висновки

В роботі запропонована модель, що узагальнює класичну задачу про ламінарну течію в'язкої рідини між коаксіальними циліндрами, які обертаються з різними швидкостями, на випадок мікро- або нанорідин з урахуванням умов прослизання швидкості першого та другого порядків відповідно (1), а також наявності шарів незмішуваних рідин з різними в'язкостями або однієї суспензії мікро/наночастинок з різними концентраціями за рахунок взаємодії частинок з шорсткими стінками (2). Показано, що, завдяки великій кількості параметрів, динамічна поведінка системи стає складною і немонотонною. Спостерігаються лінійний, гіперболічний та змішані профілі поля швидкостей, а вплив коефіцієнтів прослизання може викликати зміни монотонності, градієнту швидкості на тертя на стінках. За рахунок певного вибору параметрів шорсткості стінки, в'язкості рідини, товщин приграничних шарів та ін. можна контролювати механічні процеси в системі, а саме прискорювати швидкість, її градієнт, напруження тертя, в'язку дисипацію поблизу однієї стінки та(або) зменшувати – на іншій, змінює режими та результати роботи відповідних мікро/нанорідинних пристроїв, в яких рідини рухаються між циліндричними поверхнями.

Список використаних джерел

1. Karniadakis G.E., Beskok A., Aluru N. Microflows and nanoflows: Fundamentals and simulation // *Interdisc. Appl. Math. Series*, V.29. - 2005. - P.51-77.
2. Gad-el-Hak M. MEMS Introduction and fundamentals // *The MEMS Hand-book*, Second ed., Taylor & Francis Group, LLC. - 2006.
3. Liou W., Fang Y. Microfluid Mechanics: Principles and Modeling (Nanoscience and Technology) // McGraw-Hill Education Publ. - 2005.
4. Microfluidics and BioMEMS Applications, F.E.H. Tay (Ed.) // Springer-Science - 2002.
5. Sidik N.A.C., Mohammed H.A., Alawi O.A., Samion S. A review on preparation methods and challenges of nanofluids // *Intern. Communic. Heat Mass Transfer*. - 2014. – 54.- P.115–125.
6. Cherevko V., Kizilova N. Complex flows of immiscible microfluids and nanofluids with velocity slip boundary conditions // *Nanophysics, Nanomaterials, Interface Studies, and Applications*, Springer Proceedings in Physics, vol. 183 - O. Fesenko, L. Yatsenko (eds.). - 2017. – P. 207–230.
7. MEMS Microfluidics for Lab-on-a-Chip Applications // *Microelectromechanical Systems and Devices*, N.Islam (Ed.) – InTech - 2012.
8. Черевко В.А., Кизилова Н.Н. Моделирование ламинарного течения несмешивающихся суспензий микро- и наночастиц в микроканалах. // *Механика. Исследования и инновации*. Вып. 9. Гомель. - 2016. – С.47-54.

References

1. KARNIADAKIS, G.E., BESKOK, A., ALURU, N. (2005) Microflows and nanoflows: Fundamentals and simulation. *Interdisc. Appl. Math. Series*, V.29. p. 51-77.
2. GAD-EL-HAK, M. (2006) MEMS Introduction and fundamentals. *The MEMS Hand-book*, Second ed., Taylor & Francis Group, LLC.
3. LIOU, W, FANG, Y. (2005) Microfluid Mechanics: Principles and Modeling (Nanoscience and Technology). *McGraw-Hill Education Publ.*
4. (2002) Microfluids and BioMEMS Applications, F.E.H. Tay (Ed.) . *Springer-Science*.
5. SIDIK, N.A.C., MOHHAMED, H.A., ALAWI, O.A., SAMION, S. (2014) A review on preparation methods and challenges of nanofluids. *Intern. Communic. Heat Mass Transfer*. – 54.- p.115–125.
6. CHEREVKO, V., KIZILOVA, N. (2017) Complex flows of immiscible microfluids and nanofluids with velocity slip boundary conditions. *Nanophysics, Nanomaterials, Interface Studies, and Applications*, Springer Proceedings in Physics, vol. 183 - O. Fesenko, L. Yatsenko (eds.). p. 207-230.
7. (2012) MEMS Microfluidics for Lab-on-a-Chip Applications. *Microelectromechanical Systems and Devices*, N.Islam (Ed.) – InTech.
8. CHEREVKO, V., KIZILOVA, N. (2016) Modeling of laminar flow of micro- and nanoparticles immiscible suspensions in microchannels. *Mechanics. Research and innovation*. Vol. 9. p. 47-54.

Надійшла до редколегії 26.07.18