

Д. Малицкий, д-р физ.-мат. наук, проф.

E-mail: dmytro@cb-igph.lviv.ua;

О. Муйла, канд. физ.-мат. наук, млад. науч. сотруд.

E-mail: orestaro@gmail.com;

О. Грицай, асп.

E-mail: grycaj.oksana@gmail.com;

О. Кутнив, инж. I кат.

E-mail: okutniv@yahoo.com;

О. Обидина, асп.

E-mail: jane.det@yandex.ua;

Карпатское отделение

Института геофизики им. С.И. Субботина НАН Украины,

ул. Научная, 3-б, г. Львов, Украина, 79060

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕНЗОРА СЕЙСМИЧЕСКОГО МОМЕНТА ИЗ ВОЛНОВЫХ ФОРМ

Целью данной статьи является определение компонент тензора сейсмического момента и построение механизма очага землетрясения с использованием записей сейсмических станций. В работе используется матричный метод для построения волнового поля на свободной поверхности слоистой среды. Авторы используют методику выделения из полного волнового поля части, соответствующей распространению прямых P и S волн. Определение сейсмического тензора как функции времени имеет большое практическое значение, так как дает возможность оценить продолжительность процесса образования разрыва, который генерирует образование сейсмических волн. В результате решения обратной задачи сейсмологии, что сводится к решению системы матричных уравнений, получены временные зависимости компонент тензора сейсмического момента. Результаты расчетов были апробированы на двух реальных сейсмических событиях: в районе Мальты (24/04/2011, 13:02:12, 35.92°N, 14.95°E, $M_w=4.0$) и Италии (29/12/2013, 17:09:0.04, 41.37°N, 14.45°E, $M_w=4.9$), и проведен сравнительный анализ с результатами, полученными с помощью графического метода. Как результат исследований были построены механизмы очага данных землетрясений и определены ориентации нодальных плоскостей, а также время, на протяжении которого происходило событие. В работе представлена теория для определения компонент тензора сейсмического момента как функции времени в случае регистрации поля перемещений N станциями. Показано, что использование записей на одной станции может дать положительный результат для определения сейсмического тензора и для построения механизма очага землетрясения. В работе использована нижняя полусфера для построения фокального механизма. Важным для решения обратной задачи является точность задания скоростной модели. На примере двух событий показано, что параметры и механизм очага для первого события определены с большей точностью, чем для второго события. Показано, что для обратной задачи с использованием волновых форм является важным определение времен поступлений прямых P и S волн и длин их записей. По значениям первых максимумов на полученных записях компонент тензора сейсмического момента в результате решения обратной задачи определены механизмы очагов землетрясений и параметры нодальных плоскостей. Отмечены перспективы использования распределенного источника для решения как прямых, так и обратных задач.

Ключевые слова: матричный метод, временная функция источника, механизм очага, тензор сейсмического момента.

УДК 550.831

Р. Міненко, магістр

E-mail: maestroz.1_pavel@mail.ru;

П. Міненко, д-р фіз.-мат. наук, проф.

Криворізький національний університет,
пр. Гагаріна, 54, м. Кривий Ріг, 50086 Україна;

Ю. Мечніков, інженер-геолог

Криворізька геофізична партія,
вул. Геологічна, 2, м. Кривий Ріг, 50001 Україна

СУЧАСНИЙ СТАН ПРОБЛЕМИ СТІЙКИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ОБЕРНЕНИХ ЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ ГРАВІМЕТРІЇ

(Рекомендовано членом редакційної колегії д-ром фіз.-мат. наук, ст. наук співроб. І.М. Корчагіним)

Мета роботи полягає у встановленні причин безпідставної зміни щільності у розв'язку ОЛЗГ, перевірки їх на теоретичних прикладах та створенні методу розв'язку оберненої лінійної задачі гравіметрії (ОЛЗГ) з реальним відтворенням розподілу щільності в аномальному тілі вздовж його вертикальної осі.

Обернені задачі гравіметрії й магнітометрії сильно некоректні, зокрема, тому, що різні критерії оптимізації дають різні рішення і вони можуть бути істотно різними в деяких областях інтерпретаційної моделі. А при перевірці стійкості розв'язків часто виявляється невідповідність: при малих похибках поля в багатьох точках отримують великі зміни щільності у блоках, розташованих під цими точками. Вагомим успіхів було досягнуто після того, як: 1) акад. В.Н. Страхов висунув умову: стійкий та геологічно змістовний розв'язок ОЛЗГ може бути отриманий тільки методами умовної оптимізації. Крім того, для розв'язку ОЛЗГ він розробив ітераційний метод найменших квадратів нев'язок поля; 2) акад. В.І. Старостенко розробив ітераційну поправку для розв'язків СЛАР; 3) П.О. Міненко довів теорему: для стійкого розв'язку ОЛЗГ необхідною умовою є рівність площі карти поля та проекції інтерпретаційної моделі на карту поля. Ця теорема відповідає вимогам В.Н. Страхова. Її П.О. Міненко використав для розв'язку ОЛЗГ ітераційним методом найменших квадратів В.Н. Страхова для нев'язок поля та розробив фільтраційний ітераційний метод простої ітерації з поправкою В.І. Старостенка, оптимізуючи мінімум суми квадратів ітераційних поправок до щільності гірських порід. У результаті було створено оптимізований ітераційний метод гарантованого стійкого розв'язку ОЛЗГ для базатошарової інтерпретаційної моделі, у якій кожен горизонтальний шар щільно упакований блоками, що мають форму прямокутного паралелепіпеда та різну й невідому щільність. Але цей метод абсолютно не гарантує геологічної чи фізичної відповідності отриманих розв'язком ОЛЗГ значень щільності кожного блоку моделі реальним значенням щільності масивів гірських порід. Р.В. Міненко розробив двоетапну методику отримання стійкого та змістовного розв'язку ОЛЗГ. За додатковим рішенням з уточнюючими ітераційними поправками після вирішення початкових умов ітераційного процесу на другому етапі у всіх шарах моделі ми отримуємо розподіл щільності, який збігається з її розподілом в аномальних тілах теоретичної моделі. Це означає, що основною причиною зменшення щільності у розв'язку ОЛЗГ з глибиною на першому етапі є відсутність управління розподілом нев'язки поля на кожній ітерації в кожній точці при перетворенні її в ітераційні поправки для всіх блоків моделі, які знаходяться під точкою поля.

Ключові слова: гравіметрія, обернена задача, ітераційний метод, ітераційна поправка, критерій оптимізації, поправка поправки.

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок з важливими науковими або практичними задачами. З одного боку, розв'язки обернених задач

гравіметрії є необхідною складовою успішних пошуків будь-яких родовищ корисних копалин, а з іншого, вони є некоректними, зокрема, через те, що прямими чи ітера-

© Міненко Р., Міненко П., Мечніков Ю., 2015

ційними методами, з різними ітераційними формулами та критеріями оптимізації, з різними початковими умовами чи різними інтерпретаційними моделями інтерпретатори отримують різні значення відповідних елементів у розв'язках. А при перевірці стійкості розв'язків часто виявляється невідповідність: при малих похибках поля в деяких точках отримують великі зміни щільності у блоках, розташованих під цими точками [1]. І тому над вирішенням цієї проблеми продовжують працювати багато вчених і практиків. При цьому успішні приклади свідчать про те, що проблема може бути вирішена в загальному і конкретному випадках [2, 4]. Негативні розв'язки, навпаки, свідчать про те, що проблема досить складна і до її повного вирішення ще дуже далеко.

Аналіз останніх досягнень і публікацій, у яких закладено розв'язання проблеми й на які спирається автор. Вагомим успіхом було досягнуто після того, як:

1) акад. В.Н. Страхов висунув умову: стійкий та геологічно змістовний розв'язок ОЛЗГ може бути отриманий тільки методами умовної оптимізації [6]. Крім того, для розв'язку ОЛЗГ він розробив ітераційний метод найменших квадратів нев'язок поля [6];

2) акад. В.І. Старостенко розробив ітераційну поправку для розв'язків СПАР [5];

3) П.О. Міненко довів теорему: для стійкого розв'язку ОЛЗГ необхідною умовою є рівність площ карти поля та проєкції інтерпретаційної моделі на карту поля [1]. Ця теорема якраз і задовольняє вимогам В.Н. Страхова. Її П.О. Міненко використав для розв'язку ОЛЗГ ітераційним методом найменших квадратів В.Н. Страхова для нев'язок поля та розробив фільтраційний ітераційний метод простої ітерації з поправкою В.І. Старостенка, оптимізуючи мінімум суми квадратів ітераційних поправок до щільності гірських порід.

У результаті П.О. Міненко розробив оптимізований ітераційний метод гарантованого стійкого розв'язку ОЛЗГ для багатшарової інтерпретаційної моделі, у якій кожен горизонтальний шар щільно упакований блоками, що мають форму прямокутного паралелепіпеда та різну й невідому щільність [1, 2]. Але цей метод абсолютно не гарантує геологічної чи фізичної відповідності отриманих розв'язком ОЛЗГ значень щільності кожного блоку моделі тим значенням щільності гірських порід, які реально чи теоретично попали в об'єм кожного блоку і створюють поле сили тяжіння, для якого розв'язують обернену задачу. Р.В. Міненко на теоретичних моделях установив, що для рудно-пошукових задач при наявності у розрізі вертикально витягнутих аномальних тіл, щільність яких не змінюється з глибиною, у розв'язку ОЛЗГ для 6-шарових моделей маємо майже дворазове зменшення щільності в блоках шостого шару, а в блоках 1-2-го шарів маємо збільшену у півтора рази щільність, якщо в початкових умовах для ітераційного процесу ми задаємо середню щільність всього розрізу. Якщо ж ми задаємо у початкових умовах нульову щільність, то для блоків першого шару ми отримуємо майже реальну щільність, а для блоків 6-го шару маємо майже в два рази меншу щільність. Уточнення розв'язку ОЛЗГ Р.В. Міненко запропонував виконувати методичними заходами, вирівнюючи початкові умови на другому етапі ітераційного процесу по 2-му чи 3-му шару та використовуючи метод розв'язку ОЛЗГ з розробленими ним ітераційними поправками вищого порядку, які в деяких роботах названі ним як уточнюючі ітераційні поправки [3, 4]. Але всі ці методичні заходи й теоретичні розробки мають емпіричну природу й не пояснюють причину такого ефекту. Більше того, вони не завжди не тільки для реальних, а навіть і для теоретичних полів, забезпечують виділення у вертикальному напрямі блоків із під-

вищеною чи зниженою щільністю. Все це є недоліками існуючих методів розв'язку ОЛЗГ.

Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, яким присвячена стаття. Треба встановити причину зменшення щільності з глибиною, а потім ввести відповідну поправку в початкові умови ітераційного процесу, в оптимізаційний метод розв'язку ОЛЗГ, або внести зміни в ітераційну формулу чи в ітераційну поправку. Якщо в теоретичному прикладі ми отримаємо правильний розв'язок ОЛЗГ, то можна сподіватися, що й для реального поля ми отримаємо геологічно змістовний розподіл щільності в АТ.

Формулювання цілей статті. Метою цієї роботи є встановлення причин безпідставної зміни щільності у розв'язку ОЛЗГ, перевірка їх на теоретичних прикладах та створення методу розв'язку ОЛЗГ з реальним відтворенням розподілу щільності в аномальному тілі вздовж його вертикальної осі.

Виклад основного матеріалу. Спочатку наведемо теоретичний апарат, за допомогою якого будемо виконувати необхідні дослідження. Найбільш ефективним є збіжний ітераційний метод розв'язку оберненої задачі В2 з критерієм оптимізації мінімуму суми квадратів ітераційних поправок до щільності (B, B), в якому ітераційні формули щільності гірських порід, нев'язки поля та поправки до щільності для кожної наступної ($n+1$ -ої) ітерації виводяться послідовно одна з іншої і мають такий вигляд:

$$\sigma_{i,n+1} = \sigma_{i,n} - T_{n+1} B_{i,1,n}; \quad (1)$$

$$r_{j,n+1} = r_{j,n} - T_{n+1} Z_{j,1,n}; \quad (2)$$

$$B_{i,1,n+1} = B_{i,1,n} - T_{n+1} C_{i,1,n}; \quad (3)$$

T_{n+1} , $B_{i,1,n}$ і т.д. – ітераційний коефіцієнт та ітераційні поправки, що обчислюються після кожної попередньої n -ої ітерації з урахуванням наближеного значення щільності $\sigma_{i,n}$ ($i=1, M$) кожного i -того блоку сіткової моделі, отриманого на тій самій ітерації;

$$B_{i,1,n} = M_{i,1,n} = (a_{i,j} / \lambda_j, r_{j,n}) \quad (4)$$

поправка 1-го порядку до щільності;

$$\lambda_j = 2 \sum_j a_{ij} \lambda_j; \quad \lambda_j = \sum_i a_{ij}; \quad \forall a_{ij} > 0; \quad (5)$$

$$\lambda_i = 2 \sum_j (a_{ij} \lambda_j); \quad \lambda_j = \sum_i (a_{ij}); \quad \forall a_{ij} \in R(i, j); \quad (6)$$

$$C_{i,1,n} = M_{i,2,n} = (a_{i,j} / \lambda_j, Z_{j,1,n});$$

$$Z_{j,1,n} = M_{j,1,n} = (a_{i,j}, r_{j,n});$$

$M_{i,m,n}, M_{j,m,n}$ – поправки першого й більш високих порядків $m=1, p$, одержані послідовно з формул, починаючи з (1) при $p=1$; $a_{i,j}$ – елементи матриці розв'язків прямої задачі гравіметрії для прямокутного паралелепіпеда при одиничній аномальній щільності $\sigma_{i,n}$ гірських порід, що представляють собою елементи зв'язку в системі лінійних алгебраїчних рівнянь між кожною j -тою точкою карти вимірюваного поля g_j ($j=1, N$) й аномальною щільністю кожного i -того блоку сіткової моделі;

$$r_{j,n} = (a_{i,j}, \sigma_{i,n}) - g_j \quad (7)$$

нев'язка поля на попередній ітерації;

Помножимо скалярно (1) на $a_{i,j}$ та віднімемо із лівої й правої частин g_j , і з урахуванням (7) одержимо ітераційну формулу для нев'язки поля (2) на наступній ітерації. Аналогічно, помножимо скалярно (2) на $a_{i,j} / \lambda_j$ і отримаємо ітераційну формулу (3) для поправки 1-го

порядку до поправки $B_{i,1,n}$ або 2-го порядку до щільності $\sigma_{i,n}$ на наступній ітерації.

Перемножимо скалярно (3) на $a_{i,j}$ і одержимо ітераційну формулу для поправки 1-го порядку до нев'язки поля на наступній ітерації:

$$Z_{j,1,n+1} = Z_{j,1,n} - \tau_{n+1} F_{j,1,n}; \quad (8)$$

де

$$F_{j,1,n} = (a_{ij}, C_{i,1,n}) \quad (9)$$

– ітераційна поправка 1-го порядку

до поправки $Z_{j,1,n}$ або 2-го порядку до нев'язки $r_{j,n}$ на наступній ітерації.

Далі, перемножимо скалярно (8) на $a_{i,j} / \lambda_i$, одержимо ітераційну формулу для поправки 1-го порядку до поправки $B_{i,1,n}$ або для поправки 2-го порядку до $\sigma_{i,n}$:

$$C_{i,1,n+1} = C_{i,1,n} - \tau_{n+1} E_{i,1,n}; \quad (10)$$

де

$$E_{i,1,n} = (a_{ij} / \lambda_i, F_{j,1,n}) \quad (11)$$

– ітераційна поправка 1-го порядку

до поправки $C_{i,1,n}$ або 3-го порядку до щільності $\sigma_{i,n}$ на наступній ітерації.

Перемножимо скалярно (10) на $a_{i,j}$ і одержимо поправку 1-го порядку до поправки $Z_{j,1,n}$ або 2-го порядку до нев'язки поля на наступній ітерації:

$$F_{j,1,n+1} = F_{j,1,n} - \tau_{n+1} G_{j,1,n}; \quad (12)$$

де

$$G_{j,1,n} = (a_{ij}, E_{i,1,n}) \quad (13)$$

– ітераційна поправка 1-го порядку

до поправки $F_{j,1,n}$ або 3-го порядку до нев'язки $r_{j,n}$ на наступній ітерації.

Далі, перемножимо скалярно (12) на $a_{i,j} / \lambda_i$ і одержимо ітераційну формулу для поправки 1-го порядку до поправки $C_{i,1,n}$ або для поправки 3-го порядку до $\sigma_{i,n}$:

$$E_{i,1,n+1} = E_{i,1,n} - \tau_{n+1} K_{i,1,n}; \quad (14)$$

де

$$K_{i,1,n} = (a_{ij} / \lambda_i, G_{j,1,n}) \quad (15)$$

– ітераційна поправка 1-го порядку

до поправки $E_{i,1,n}$ або 4-го порядку до щільності $\sigma_{i,n}$ на наступній ітерації.

Набір поправок можна продовжити, утворюючи пари поправок $(P_{j,1,n}, S_{i,1,n})$ і т.д.

Складемо критерії оптимізації R2 та інші:

$$F_r = \sum_j r_{j,n+1}^2 = \min; \quad F_M = \sum_i M_{i,m,n}^2 = \min; \quad (16)$$

На практиці зручніше користуватися позначеннями поправок, наведеними в (8)-(15), де літери B, C, E, K, S і, аналогічно, R, Z, F, G, P, V відповідають номерам порядку $m = 1, 2, 3, 4, 5$ у загальному позначенні $M_{i,m,n}, M_{j,m,n}$ і т.д. Наведемо кілька прикладів оптимізації рішення обернених задач, у яких для простоти частину індексів опустимо:

$$(B, B) = (B - \tau_{1,n+1} C - \tau_{2,n+1} E - \tau_{3,n+1} K)^2 = \min; \quad (17)$$

$$(B, B) = (B - \tau_{1,n+1} C)^2 = \min; \quad (18)$$

$$(B, B) = (B - \tau_{1,n+1} C - \tau_{2,n+1} E)^2 = \min; \quad (19)$$

$$(C, C) = (C - \tau_{1,n+1} E - \tau_{2,n+1} K - \tau_{3,n+1} S)^2 = \min; \quad (20)$$

$$(C, C) = (C - \tau_{1,n+1} E - \tau_{2,n+1} K)^2 = \min; \quad (21)$$

$$(E, E) = (E - \tau_{2,n+1} K - \tau_{3,n+1} S)^2 = \min; \quad (22)$$

$$(E, E) = (E - \tau_{2,n+1} K)^2 = \min; \quad \text{і т.д.} \quad (23)$$

Для критеріїв (18) та (23) ітераційні коефіцієнти мають найпростіший вигляд:

$$\tau_{1,n+1} = (B_{i,n}, C_{i,n}) / (C_{i,n}, C_{i,n}); \quad (24)$$

$$\tau_{2,n+1} = (E_{i,n}, K_{i,n}) / (K_{i,n}, K_{i,n}); \quad (25)$$

Методи з критеріями (17)–(23), за аналогією з методом В2, мають такі скорочені аббревіатури: ВСЕК, В2=ВС, ВСЕ, СЕКС, СЕК, ЕКС, ЕК. Ці аббревіатури іноді доповнюються в дужках після коми аббревіатурою ітераційної формули, яка починається з букви S для щільності, наприклад, (ВСЕК, SBCE), В2=(BC, SB), (ВСЕ, SBC), (СЕКС, SBCE) і т.д. Для інших формул ітераційні коефіцієнти отримані рішенням систем двох або трьох лінійних алгебраїчних рівнянь. Програмну реалізацію методів (17)–(25) та інших виконано при різних m для теоретичних гравітаційних полів та вимірюваних у межах УЩ (рис. 1-5).

Тепер перейдемо до дослідження рішень ОЛЗГ, отриманих для одношарової сітково-блокової інтерпретаційної моделі (СБІМ) із 20x20 блоків методом простої ітерації В2 за критерієм оптимізації поправок (B, B) з однією поправкою 1-го порядку B в ітераційній формулі (1). Якщо блоки інтерпретаційної моделі мають одні й ті самі розміри та глибину залягання (80-530 м), що й теоретична модель (ТМ), для якої обчислене поле сили тяжіння (ПСТ, рис. 1а), то розв'язок ОЛЗГ, незважаючи на неповністю відновлене поле (тобто, нев'язка поля ще не дорівнює нулю), має таку саму щільність кожного блоку, як і в ТМ (рис. 1б). Якщо ж блоки СБІМ з меншою висотою (180-430 м) розташовані всередині ТМ, то в розв'язку ОЛЗГ щільність може бути більшою (рис. 1в). При розміщенні блоків СБІМ майже таких же розмірів, що й блоки ТМ, нижче блоків ТМ (580-930 м) отримуємо в розв'язку ОЛЗГ щільність кожного блоку набагато більшу, ніж у ТМ (рис. 1г). Якщо ж СБІМ знаходиться повністю або частково вище блоків ТМ, то, залежно від висоти тих чи інших блоків, щільність блоків у розв'язку ОЛЗГ може бути меншою, ніж у блоків ТМ. Таким чином, для одного й того самого поля розподіли щільності блоків набагато відрізняються. *Це явище називається еквівалентним перерозподілом щільності.* З цього треба зробити висновок, що для розв'язку ОЛЗГ треба точно знати глибини до верхніх і нижніх границь блоків. І навпаки, для розв'язків нелінійної ОЗГ треба знати щільність блоків, щоб знайти глибину до них. Практично останнє зробити дуже важко, а тому обчислюють середній скачок щільності на границі двох шарів і обчислюють глибини до кожного блоку СБІМ.

Далі перейдемо до дослідження рішень ОЛЗГ, отриманих для 2-шарової СБІМ із 20x20 блоків у кожному шарі тим самим методом простої ітерації В2, за тим же критерієм оптимізації й для того ж ПСТ (рис. 1д, е). Тут для одного й того самого поля ми отримали зовсім інший розподіл щільності у розв'язку ОЛЗГ: при щільності блоків ТМ 0,3 г/см³ і однакових глибинах до границь щільність блоків 1-го шару СБІМ на 20% вища, а у другому шарі – на 27% нижча, ніж у блоків ТМ.

Для 3-шарової СБІМ і того ж поля від ТМ маємо у розв'язку ОЛЗГ розподіл щільності шарів 0,36; 0,26; 0,20 г/см³ з відхиленням від +20 до -33%, який нічим не відрізняється від розподілу для 2-шарової СБІМ, а тому на рисунках не наводиться. І нарешті, для 6-шарової СБІМ при тому ж полі ТМ маємо в розв'язку ОЛЗГ роз-

поділ щільності шарів 0,40; 0,32; 0,26; 0,24; 0,20; 0,18 г/см³ з відхиленням від +33 до -40%, який значно більше відрізняється від розподілу для 2-3-шарових СБІМ (рис. 2а). Оскільки залишки поля по всій карті розподілені рівномірно (рис. 2б), то марно сподіватися

на покращення розподілу щільності при збільшенні кількості ітерацій, що й було підтверджено при зменшенні середньоквадратичної нев'язки поля від 0,024 до 0,018 мГал (рисунок не наводиться).

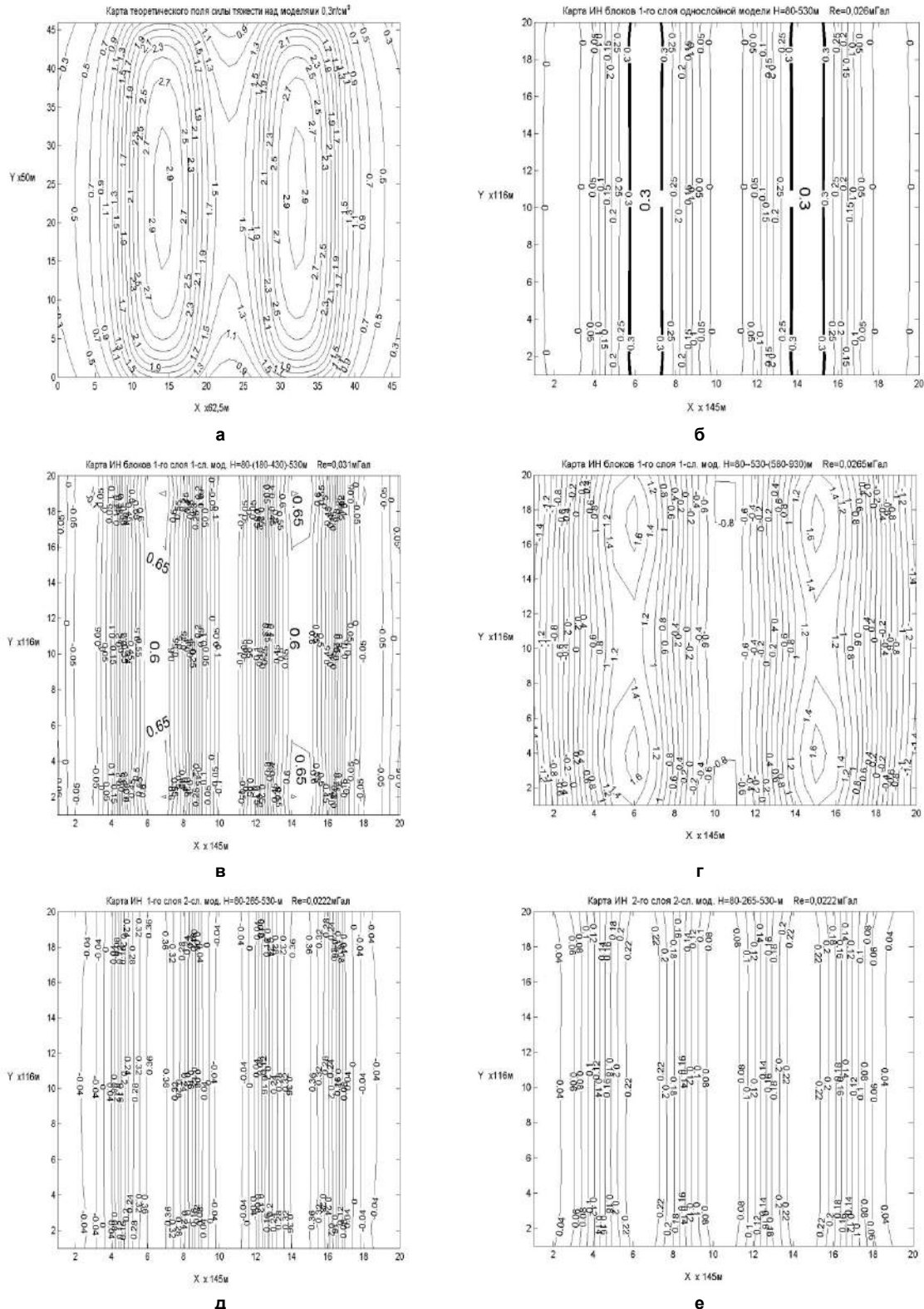


Рис. 1. Результати розв'язків оберненої лінійної задачі гравіметрії (ОЛЗГ):

- а – карта поля сили тяжіння (ПСТ) від двох аномальних тіл (АТ) теоретичної моделі (ТМ) (у мГал);
 б-г – розв'язки ОЛЗГ з використанням одношарових сітково-блокових інтерпретаційних моделей (СБІМ) з різним розміщенням блоків відносно АТ (тут і далі в г/см³);
 д-е – розв'язки ОЛЗГ з використанням 2-шарової СБІМ, суміщеної з АТ ТМ

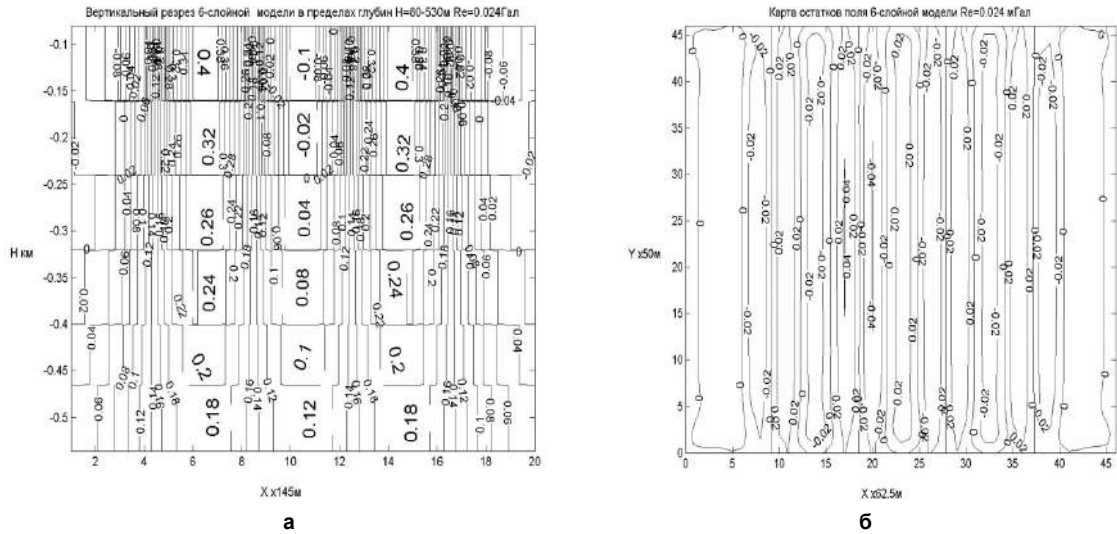


Рис. 2. Результати розв'язку ОЛЗГ на 1-му етапі для ПСТ від двох АТ теоретичної моделі (ТМ) з використанням 6-шарової СБМ, суміщеної з АТ ТМ після 50 ітерацій методом В2:
 а – вертикальний розріз щільності по профілю 5 (у $\text{г}/\text{см}^3$); б – карта залишків ПСТ (у мГал) після розв'язку ОЛЗГ методом В2

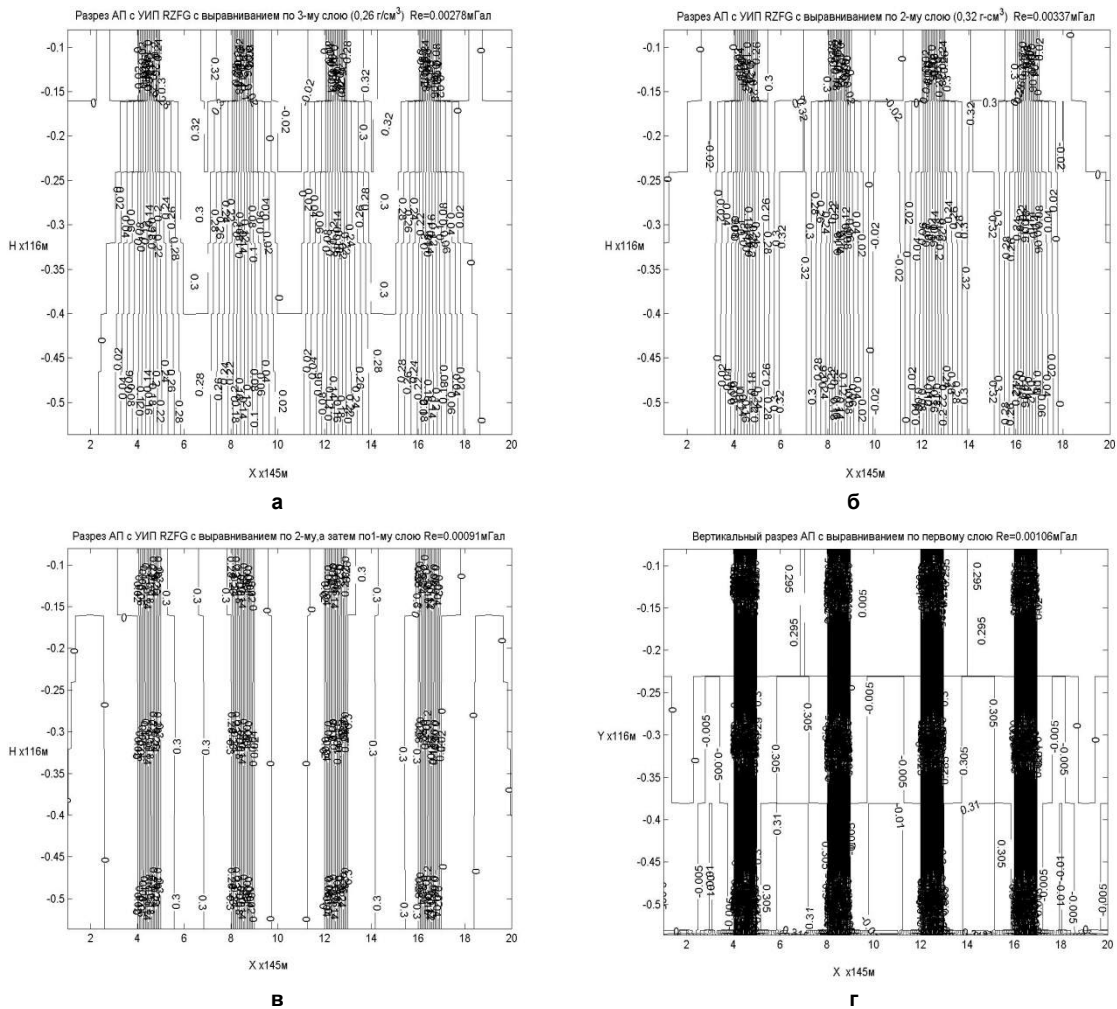


Рис. 3. Результати розв'язку ОЛЗГ на 2-му етапі з вирівнюванням початкових умов (ПУ) для всіх 6 шарів СБМ з використанням уточнюючих ітераційних поправок (УІП) (SBCE, RZFG) після 50 ітерацій методом В2:
 а – вертикальний розріз щільності (у $\text{г}/\text{см}^3$) після вирівнювання ПУ всіх 6 шарів за щільністю 3-го шару, набуті ним після 1-го етапу (рис. 2а); б – те саме після вирівнювання ПУ всіх шарів за щільністю 2-го шару (рис. 3а);
 в – те саме після вирівнювання ПУ всіх шарів за щільністю 2-го (рис. 3б), а потім 1-го шару;
 г – результати розв'язку ОЛЗГ на 2-му етапі методом вирівнювання ПУ для всіх шарів 3-шарової СБМ з використанням УІП (SBCE, RZFG) після 50 ітерацій методом В2 при $Re=0,00106\text{ мГал}$: вертикальний розріз щільності

Маючи на увазі, що реальний розподіл знаходиться по висоті приблизно на середині АТ, Р.В. Міненко запропонував використати результати розв'язку ОЛЗГ методом В2 як початкові умови (ПУ) для розв'язку ОЛЗГ на другому й подальших етапах, а для цього у ПУ присвоїти всім шарам значення щільності одного, наприклад, 3-го шару, тобто вирівняти ПУ за щільністю 3-го шару, а потім виконати таку саму кількість ітерацій методом з уточнюючими ітераційними поправками (УІП), наприклад, методом (RZFG, SBCE) (рис. 3а). Але одним прийомом вирівнювання не досягається, а тому ще трьома підходами по 50 ітерацій з вирівнюванням двічі по 2-му і в четвертий раз по 1-му шару був досягнутий розподіл ТМ при дуже низькій середньо-квадратичній нев'язці поля 0,00091 мГал (рис. 3б, в). Для порівняння наведемо також приклад вирівнювання ПУ по 2-му шару 3-шарової СБІМ для розв'язку ОЛЗГ методом з використанням УІП (рис. 3г). І в цьому випадку розв'язок ОЛЗГ було отримано майже при такій же низькій середньо-квадратичній нев'язці поля 0,00106 мГал.

Відмітимо, що при вирівнюванні ПУ ми задаємо неточні дані, а оптимізаційний метод з УІП доводить розв'язок ОЛЗГ до реального розподілу, тобто ми маємо

автоматизовану модифікацію розв'язку оберненої задачі відомим способом підбору. Це можна підтвердити тим, що після 2-го етапу для реальних полів ми отримуємо у розв'язку ОЛЗГ вигини вертикальних контактів АТ та локальні зміни щільності в них (рис. 4), як це й буває згідно з геологічною будовою досліджуваного гірського масиву. Аналогічно, для моделей зі зміною щільності по вертикалі в результаті ряду вирівнювань ми отримуємо розрізи щільності, які в межах 5-10% відхиляються від розподілу щільності у ТМ (рис. 5).

Таким чином, за додатковим рішенням з уточнюючими ітераційними поправками у всіх шарах моделі ми отримуємо розподіл щільності, який збігається з розподілом щільності в аномальних тілах ТМ (рис. 3 і 5), а в інших вертикальних розрізах (рис. 4) ми маємо вертикальну шаруватість гірських порід, ускладнену в багатьох місцях будь-якими вигинами ізоліній і відповідних їм контактів, що відповідає реальній геологічній будові ділянки даних досліджень. Це означає, що основною причиною зменшення щільності у розв'язку ОЛЗГ з глибиною є відсутність управління розподілом на кожній ітерації нев'язки поля в кожній точці при перетворенні її в ітераційну поправку для всіх блоків СБІМ, які знаходяться під точкою поля.

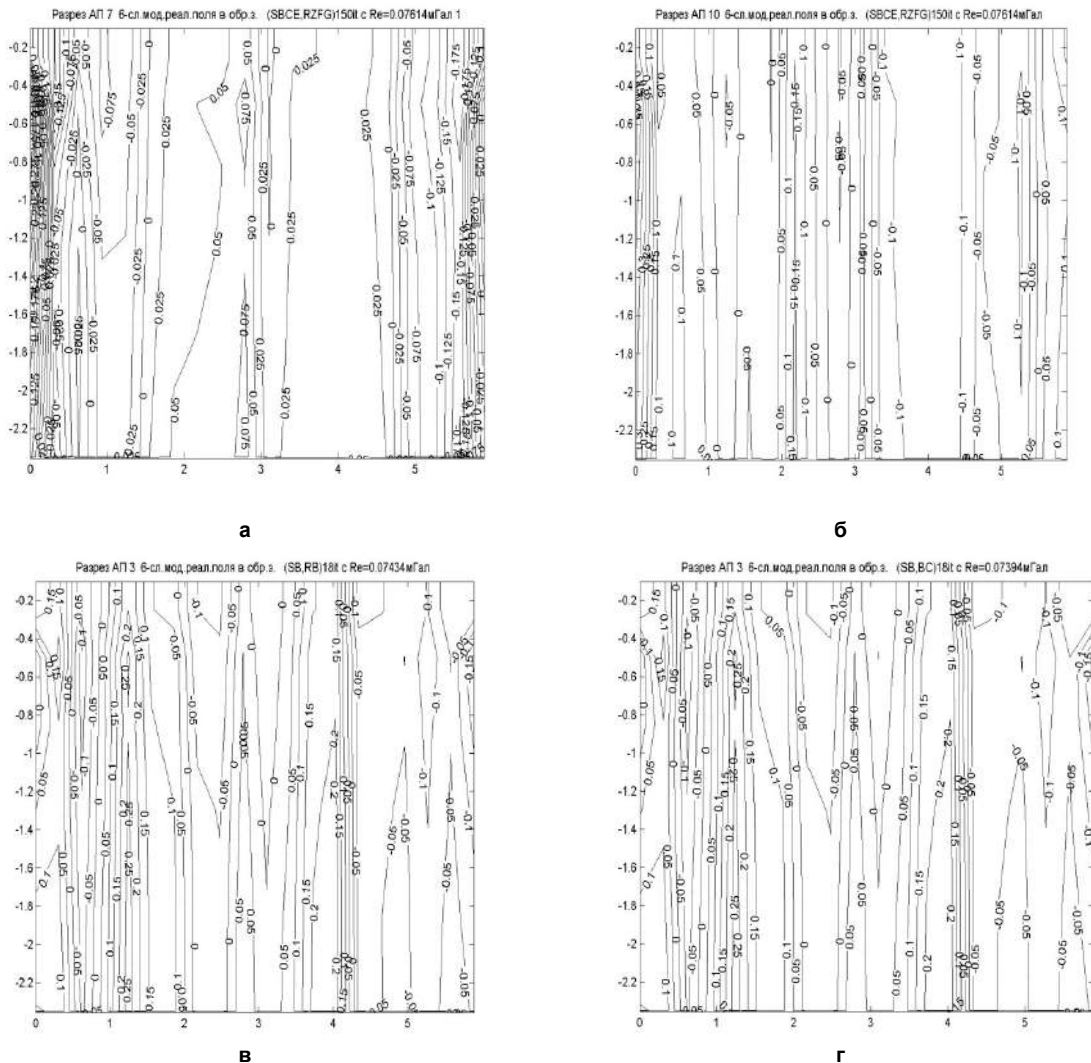


Рис. 4. Результати розв'язку ОЛЗГ для 6-шарової СБІМ (а,б,в – на реальних полях методом В2 на першому етапі та методом вирівнювання ПУ з використанням УІП (SBCE, RZFG) на 2-му етапі при $Re=0,076$ мГал після 150 ітерацій): а – вертикальний розріз щільності реального геологічного масиву по профілю 7 (тут і далі в г/см³); б – те саме, по профілю 10; в – продовження розв'язку ОЛЗГ на 3-му етапі методом умовної оптимізації R2+LB2 з коефіцієнтом Лагранжа L при $Re=0,0743$ мГал після 18 ітерацій: вертикальний розріз щільності по профілю 3; г – продовження розв'язку ОЛЗГ на 4-му етапі оптимізаційним методом простої ітерації В2 при $Re=0,0739$ мГал після 18 ітерацій: вертикальний розріз щільності по профілю 3

Як показали експерименти, апарату мінімізації квадратичного функціоналу недостатньо для точного дозування блоків моделі частками щільності, перетвореної поправкою В.І. Старостенка [5] із нев'язки поля. Не дали позитивного результату й методи з виділенням для кожного шару ітераційного коефіцієнта з ітераційною поправкою.

Ще гірші результати отримано при виділенні одного ітераційного коефіцієнта на кожен блок моделі, оскільки в такому разі ітераційний метод перетворюється в СЛАР з багатьма невідомими та нестійким розв'язком. З іншого боку, при невеликих відхиленнях щільності блоків від

заданих у теоретичній моделі ітераційний метод дає точний розв'язок ОЛЗГ і при цьому ніякого коригування за рахунок глибини розміщення блоків моделі тут не потрібно. А це говорить про те, що ітераційний процес треба, як мінімум, розділити на два етапи. На першому етапі в рудних обернених задачах треба локалізувати проєкції аномальних тіл на горизонтальну площину, оскільки вони мають значну протяжність на глибину. На другому етапі, після вирівнювання щільності блоків у вертикальному напрямку, ми отримуємо розподіл щільності, значно більше наближений до реального.

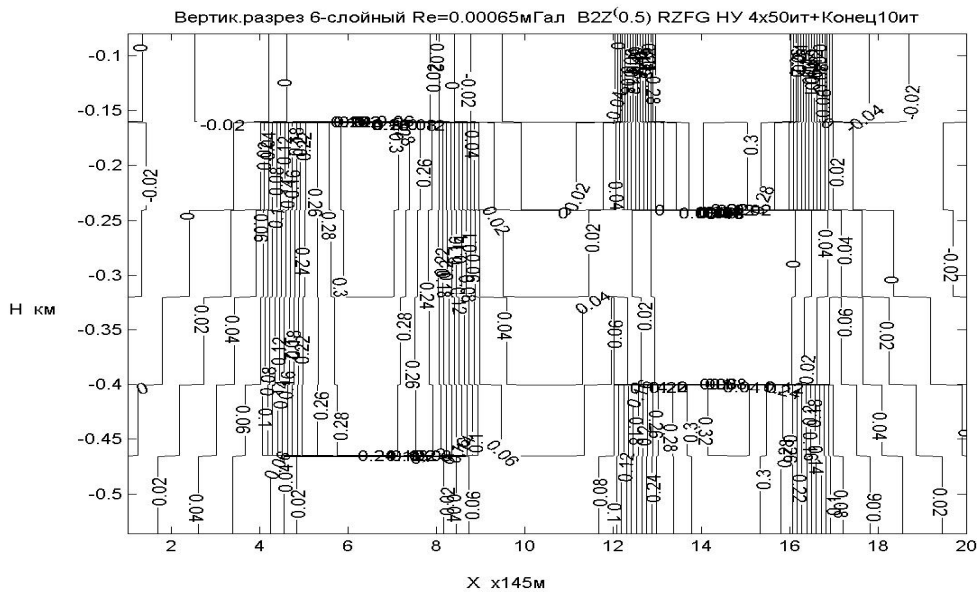


Рис. 5. Результати розв'язку ОЛЗГ для поля від ТМ з трьома ізолюваними АТ з використанням 6-шарової СБІМ (методом В2 на 1-му етапі на 50 ітераціях, методом вирівнювання ПУ з використанням УІП (SBCE,RZFG) на наступних 4-х етапах по 50 ітерацій на кожному і ще на 10 ітераціях методом В2) при відновленні поля до середньоквадратичної нев'язки Re=0,00065 мГал: вертикальний розріз щільності моделі по профілю 5 (у г/см³)

На третьому етапі початковими умовами стає результат розв'язку ОЛЗГ на попередньому етапі плюс апріорні дані та явно логічні коректури початкових умов. Не будемо забувати, що розв'язок ОЛЗГ на третьому етапі буде також оптимізованим і ще більш наближеним до реального розподілу щільності в геологічному масиві. На другому й третьому етапах ми використовуємо УІП, які концентрують щільність і не дають їй розпливатися наверх і в бік. У структурних ОЛЗГ ці процедури мають інший сценарій. Очевидно, що там треба відразу починати розв'язок ОЛЗГ з поправками, в які входять коректури за рахунок глибини до блоків моделі, наприклад, ітераційна поправка В.І. Старостенка (4) може бути перетворена до дещо іншого вигляду:

$$B_{i,1,n} = M_{i,1,n} = (a_{i,j}(\alpha_i, q_i) / \lambda_i, r_{j,n}), \quad (26)$$

$$q_i = (z_i / z_m)^{p_i}; \alpha_i, p_i \in N, Z, R,$$

де z_i, z_m – глибини: до кожного i -того блоку й до нижнього шару m -шарової моделі.

З поправкою (26) виконано задовільний розв'язок ОЛЗГ за 6 етапів для 6-шарової моделі, в якій частина блоків має нульову щільність, тобто некомпактна модель, яка складена з трьох ізолюваних аномальних тіл (рис. 5), відновлена майже повністю з високою деталістю.

Висновки і перспективи подальших досліджень у даному напрямку. Запропоновані ітераційні лінійні методи розв'язання обернених задач із використанням додаткових уточнюючих ітераційних поправок вищого порядку та уточненої за глибину поправки В.І. Старостенка дозволяють одержувати більш достовірні результати

інтерпретації даних гравіметрії для некомпактних геологічних масивів. Необхідно й надалі розробляти методи з іншими наборами умов оптимізації та ітераційних поправок для порівняння їхньої ефективності при використанні в запропонованих і більш ранніх методах.

Список використаних джерел

1. Миненко П.А., (2005). Теоретическое обоснование преобразования моделей решения некорректной линейной задачи гравиметрии в корректную с оптимизацией итерационного процесса на основе условно-экстремальных критериев. Теория и практика геологической интерпретации гравитационных и магнитных аномалий: Матер. 32-й сессии международного научного семинара им. Д.Г. Успенского (29.01-01.02.2005). Пермь, 115-118.
2. Minenko P.A., (2005). Teoreticheskoe obosnovanie preobrazovaniya modelej reshenija nekorrektnoj linejnoy zadachi gravimetrii v korrektnuju s optimizaciej iteracionnogo processa na osnove uslovno-jekstremal'nyh kriteriev. Teorija i praktika geologicheskoy interpretacii gravitacionnyh i magnitnyh anomalij: materialy 32-j sessii mezhdunarodnogo nauchnogo seminarina im. D.G. Uspenskogo (29.01-01.02.2005). Perm, 115-118. (In Russian).
3. Миненко П.А., (2006). Исследование кристаллического фундамента линейно-нелинейными методами магнитометрии и гравиметрии. *Геоинформатика*, 4, 41-45.
4. Minenko P.A., (2006). Isledovanie kristalicheskogo fundamenta lineynone-lineynymi metodami magnitometrii i gravimetrii. *Geoinformatika*, 4, 41-45. (In Russian).
5. Миненко П.А., Миненко П.В., (2012). Упрощенные алгоритмы решения обратных задач гравиметрии фильтрационными методами. *Геоинформатика*, 2(42), 27-29.
6. Minenko P.A., Minenko R.V., (2012). Uproshhennyye algoritmy reshenija obratnyh zadach gravimetrii filtracionnymi metodami. *Geoinformatika*, 2(42), 27-29. (In Russian).
7. Миненко П., Миненко Р., (2014). Обернені лінійні задачі гравіметрії та магнітометрії з уточнюючими ітераційними поправками вищого порядку. *Вісник Київського університету. Геологія*, 1(64), 78-82.
8. Minenko P., Minenko R., (2014). Oberneni liniyni zadachi gravimetrii ta magnitometrii z utochnjujuchimi iteracijnimi popravkami vishhogo porjadku.

Visnyk of Taras Shevchenko National University of Kyiv: Geology, 1(64), 78-82. (In Ukrainian).

5. Старостенко В.И., Козленко В.Г., Костюкевич А.С., (1986). Сейсмогравитационный метод: принципы, алгоритмы, результаты. *Вісник АН УРСР*, 12, 28-42.

Starostenko V.I., Kozlenko V.G., Kostyukevich A.S., (1986). Seismogravitacionnyj metod: principy, algoritmy, rezultaty. *Visnyk AN URSR*, 12, 28-42. (In Russian).

6. Страхов В.Н., (1990). Об устойчивых методах решения линейных задач геофизики. II. Основные алгоритмы. *Изв. АН СССР. Физика Земли*, 8, 37-64.

Strahov V.N., (1990). Ob ustojchivyh metodah reshenija linejnyh zadach geofiziki. II. Osnovnye algoritmy. *Izv. AN SSSR. Fizika Zemli*, 8, 37-64. (In Russian).

Надійшла до редколегії 04.02.15

R. Minenko, MSc

E-mail: maestozo.1_pavel@mail.ru;

P. Minenko, Dr. Sci. (Phys.-Math.), Prof.

Kyryvi Rih National University,

54 Gagarina Ave., Kryvyi Rih, 50086 Ukraine;

Yu. Mechnikov, Geologist

Kryvyi Rih Geophysical Department

2 Geologichna Str., Kryvyi Rih, 50001 Ukraine

INVERSE LINEAR PROBLEMS IN GRAVIMETRY: IN SEARCH FOR SUSTAINABLE SOLUTIONS

The paper aims at determining the causes of the change in density for ILPG unjustified solutions, providing a theoretical proof, and building a method for solving a real ILPG reproduction of the density distribution in the anomalous body along its vertical axis. Inverse problems in gravimetry and magnetometry are clearly and technically incorrect, for various optimization criteria give different solutions, and they can be substantially different in some areas of the interpretation model. Besides, when stability of solutions is checked, there is often revealed a mismatch: small errors in the field in many places cause large changes in density in the blocks located under these points.

The paper gives coverage of scientific findings that contribute to inverse linear problems. Namely, Acad. Strakhov postulates stable and geologically meaningful ILPG solution will only be obtained through methods of constrained optimization, and develops an iterative method of least squares of the residuals. Acad. Starostenko develops iterative correction for solving linear algebraic equation. Doc. Minenko proves a theorem stating equality area map projection field and interpretation model to map the fields makes a prerequisite for ILPG sustainable solutions. Acad. Strakhov's iterative method of least squares for residual field is further used by Doc. Minenko to develop a filtering iterative method of simple iteration adjusted by Acad. Starostenko through optimizing iterative least sums of the squares of corrections to the density of rocks.

The finding is a guaranteed method of iterative optimized sustainable solutions for ILPG multilayer interpretation model, in which each horizontal layer is densely packed by cuboid-shaped blocks of different unknown density. Still, the main drawback of the method is it does not ensure absolute geological or physical equivalency between ILPG density values of each block model and real values of rock massif density. Doc. Minenko develops a two-step procedure for finding ILPG sustainable and meaningful solutions.

Further solutions being achieved (meaning iterative refinement of the problem being made following the equalizing of the initial conditions of the iterative process in the second stage in all layers of the model), we obtain the density distribution, which coincides with one in anomalous bodies of the theoretical model. This means that the main reason for the density reduction in the ILPG solution with depth in the first stage is lack of control over the residual distribution field at each iteration and point during their conversion into iterative corrections for all blocks of the models below the pitch dot.

Keywords: gravimetry, inverse problem, iterative method, iterative correction, optimization criterion, refinement.

Р. Миненко, магистр

E-mail: maestozo.1_pavel @ mail.ru;

П. Миненко, д-р физ.-мат. наук, проф.

Криворожский национальный университет,

пр. Гагарина, 54, г. Кривой Рог, 50086, Украина;

Ю. Мечников, инженер-геолог

Криворожская геофизическая партия,

ул. Геологическая, 2, г. Кривой Рог, 50001, Украина

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ УСТОЙЧИВЫХ РЕШЕНИЙ ОБРАТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ ГРАВИМЕТРИИ

Цель работы заключается в установлении причин бесосновательного изменения плотности в решении ОЛЗГ, проверке их на теоретических примерах и создании метода решения ОЛЗГ с реальным воспроизведением распределения плотности в аномальном теле вдоль его вертикальной оси.

Обратные задачи гравиметрии и магнитометрии сильно некорректны, в частности, потому, что различные критерии оптимизации дают различные решения и они могут быть существенно различными в некоторых областях интерпретационной модели. А при проверке устойчивости решений часто выявляется несоответствие: при малых погрешностях поля во многих точках получают большие изменения плотности в блоках, расположенных под этими точками. Весомые успехи были достигнуты после того, как: 1) акад. В.Н. Страхов выставил условие: устойчивое и геологически содержательное решение ОЛЗГ может быть получено только методами условной оптимизации. Кроме того, для решения ОЛЗГ он разработал итерационный метод наименьших квадратов невязок поля; 2) акад. В.И. Старостенко разработал итерационную поправку для решения СЛАУ; 3) П.А. Миненко доказал теорему: для устойчивого решения ОЛЗГ необходимым условием является равенство площадей карты поля и проекции интерпретационной модели на карту поля. Эта теорема удовлетворяет условию В.Н. Стрехова. Её П.А. Миненко использовал для решения ОЛЗГ итерационным методом наименьших квадратов В.Н. Стрехова для невязок поля и разработал фильтрационный итерационный метод простой итерации с поправкой В.И. Старостенко, оптимизируя минимум суммы квадратов итерационных поправок к плотности горных пород. В результате был создан оптимизированный итерационный метод гарантированного устойчивого решения ОЛЗГ для многослойной интерпретационной модели, в которой каждый горизонтальный слой плотно упакован блоками, имеющими форму прямоугольного параллелепипеда и разную неизвестную плотность. Но этот метод абсолютно не гарантирует геологическое или физическое соответствие полученных решением ОЛЗГ значений плотности каждого блока модели реальным значениям плотности массивов горных пород. Р.В. Миненко разработал двухэтапную методику получения устойчивого и содержательного решения ОЛЗГ. По дополнительному решению с уточняющими итерационными поправками после выравнивания начальных условий итерационного процесса на втором этапе во всех слоях модели мы получаем распределение плотности, которое совпадает с ее распределением в аномальных телах теоретической модели. Это означает, что основной причиной уменьшения плотности в решении ОЛЗГ с глубиной на первом этапе является отсутствие управления распределением невязки поля на каждой итерации в каждой точке при преобразовании ее в итерационные поправки для всех блоков модели, которые находятся под точкой поля.

Ключевые слова: гравиметрия, обратная задача, итерационный метод, итерационная поправка, критерий оптимизации, порядок поправки.