

## ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ОЦЕНИВАНИЮ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЁЖНОСТИ ОБОРУДОВАНИЯ

Zhmerev V., Gensickaja E.

Sevastopol national university of nuclear energy and industry, Sevastopol, Ukraine ([zhmerev@mail.ru](mailto:zhmerev@mail.ru), [elena\\_gens@mail.ru](mailto:elena_gens@mail.ru))

### ABOUT ONE GOING NEAR EVALUATION OF RELIABILITY OF EQUIPMENT INDEXES

*Рассматривается задача повышения точности оценки показателей надёжности оборудования, отказы которого описываются экспоненциальным законом распределения для случая малых выборок. Представлены результаты компьютерного эксперимента на основе имитационного моделирования потока отказов, обосновывающие необходимость и возможность решения такой задачи. Предлагается подход к повышению точности оценивания параметров, основанный на использовании статистики, использующей свойства элементарной выборки. Приведены результаты эксперимента, демонстрирующие эффективность подхода.*

*Ключевые слова:* оценка показателей надёжности, экспоненциальный закон, имитационное моделирование

#### Введение

В настоящее время уделяется повышенное внимание вопросам анализа надёжности оборудования энергоблоков АЭС, т.к. большое количество энергоблоков находится на грани исчерпания назначенного ресурса. В связи с этим возрастает ценность работ по анализу надёжности объектов ядерной энергетики и, как следствие, необходимость разработки методов анализа статистической информации о функционировании элементов, подсистем и систем АЭС с целью определения параметров их работоспособности.

Актуальность оценки надёжности оборудования технических систем очевидна. Для решения данной задачи разработано большое количество методов [1, 2, 3]. Однако существующие методы оценки по выборкам ограниченного объёма не обеспечивают нужной точности оценок. Поэтому совершенствование технических систем, проявляющееся, прежде всего, в повышении надёжности, приводит к необходимости разработки новых методов оценки показателей надёжности.

Основной целью таких методов является получение эффективных оценок показателей надёжности в условиях малых объёмов статистических данных, получаемых в процессе эксплуатации систем. Особенно актуальна задача разработки таких методов при оценке показателей надёжности оборудования АЭС, характеризующегося малыми частотами отказов.

Возможным подходом к решению задачи оценки показателей надёжности, который предлагается к рассмотрению в данной статье, и при котором указанные трудности могут быть существенно преодолены, является использование имитационного моделирования процессов старения оборудования [4].

#### Цель

Задачей статьи является формулирование концепции метода построения оценок показателей надёжности по выборкам малого объёма и обоснование эффективности предлагаемой концепции на основе машинного (компьютерного) эксперимента.

#### Исследование

Общий подход к получению оценки показателей надёжности может быть сформулирован следующим образом. Пусть имеется выборка

$$V_i = \{t_1, t_2, \dots, t_m\},$$

где  $t_i$  - значение случайной величины  $T$  (длительности  $i$ -го интервала времени между последовательными отказами с номерами  $i$  и  $i-1$ ), полученное при наблюдении (регистрации) отказов системы;

$m$  - число отказов, для которых зафиксированы интервалы  $t_i$

При этом предполагается, что справедлив экспоненциальный закон распределения вероятностей  $F(t)$  для случайной величины  $T$ :

$$F(t) = P\{T < t\} = 1 - e^{-\frac{t}{T_0}}, \quad (1)$$

где  $T_0$  - параметр закона распределения, оценку значения которого  $T_e$  необходимо получить с помощью выборки  $V_t$ .

В общем случае оценка  $T_e$  определяется с помощью выбранной некоторым образом статистики  $S(t_1, t_2, \dots, t_m)$ , т.е.  $T_e = S(t_1, t_2, \dots, t_m)$ .

Таким образом, задача работы может быть сформулирована как задача построения статистики  $S$ , которая обеспечит более высокую эффективность оценивания параметра  $T_0$ .

Актуальность и целесообразность такой постановки задачи подтверждается результатами компьютерных экспериментов, проведенных с помощью имитационной модели потока отказов [4], в основу которой положен экспоненциальный закон распределения (1).

В первом из них оценивалась эффективность стандартного метода получения оценки  $T_e$  с помощью статистики  $S_0$  [2]:

$$T_e = S_0(t_1, t_2, \dots, t_m) = \frac{\sum_{i=1}^m t_i}{m}.$$

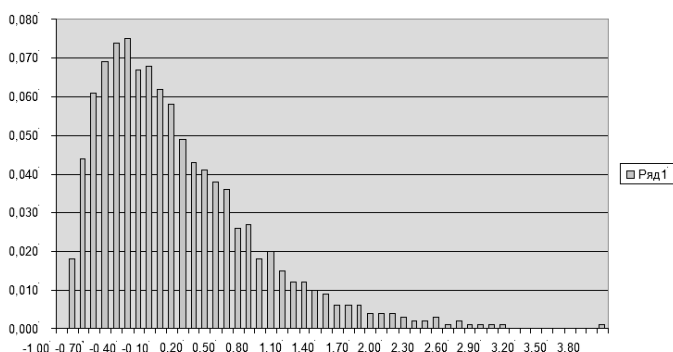


Рис. 1. Эмпирическая функция  $f(\delta)$  для  $m=2$

В этом эксперименте для выборок различного объема  $m = 2, 3, \dots, 10$  при количестве выборок  $n = 10^5$  формировалась эмпирическая функция распределения относительной погрешности оценки:

$$\delta = \frac{T_e - T_0}{T_0}.$$

Эксперимент показал, что вид эмпирической функции распределения  $f(\delta)$  определяется лишь параметром  $m$  и не зависит от значения  $T_0$  (при выбранной статистике  $S$ ).

На рис. 1. представлен вид эмпирической функции распределения относительной погрешности.

Точность оценивания в эксперименте характеризовалась границами интервала значений  $\delta$ :  $\delta_{\min}$  и  $\delta_{\max}$ , а также правосторонними доверительными интервалами для  $p_{\text{доп}}=0.95$  и  $p_{\text{доп}}=0.99$ :  $\delta_{\max 0.95}$  и  $\delta_{\max 0.99}$ , соответственно. В таблице приведены характеристики точности оценивания для некоторых значений  $m$ .

Таблица

Относительная погрешность стандартного оценивания параметра  $T_0$

$m$	$\delta_{\min}$	$\delta_{\max}$	$\delta_{\max 0.99}$	$\delta_{\max 0.95}$
2	-1,0	6,5	2,3	1,3
3	-1,0	5,1	1,8	1,2
10	-0,8	2,1	0,9	0,6

Результаты эксперимента показывают, что статистика  $S_0$  не обеспечивает приемлемую точность оценивания параметра  $T_0$ .

Возможность повышения точности оценивания за счет применения иной статистики установлена с помощью двух компьютерных экспериментов, аналогичных описанному выше, в которых для выборок объемом  $m=2$  использовались статистики  $S_1 = \min\{t_1, t_2\}$  и  $S_2 = \max\{t_1, t_2\}$ . На рис. 2 и рис. 3 представлены результаты этих экспериментов.

Сравнение зависимостей, представленных на этих рисунках, с зависимостью  $f(\delta)$  на рис. 1 показывает, что для выборок объемом  $m=2$  более эффективной является статистика  $S_1$ , которая позволяет примерно в два раза уменьшить максимальное значение погрешности при стандартном методе оценки параметра  $T_0$ .

Полученные в экспериментах результаты показывают, что существуют статистики, позволяющие повысить точность оценивания параметров экспоненциального распределения в случае малых выборок. Целью работы является формирование концепции построения таких статистик.

Построение статистики для оценки показателей распределения основывается на использовании свойств выборок. На практике используется свойство репрезентативности выборки [5], которое лежит в основе метода максимального правдоподобия, используемого при построении статистики  $S_0$ . Однако свойство репрезентативности к выборкам малого объема, по-видимому, неприменимо.

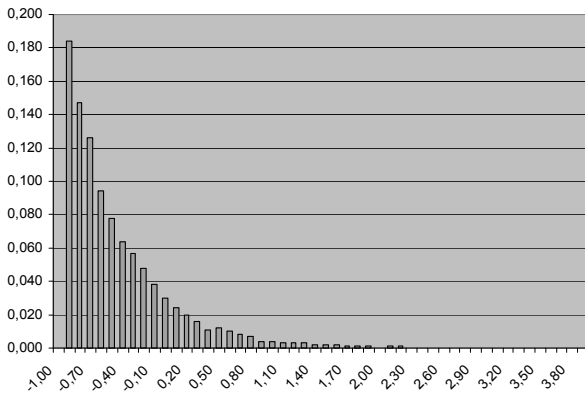


Рис. 2. Эмпирическая функция  $f(\delta)$  для  $m=2$  при использовании статистики  $S_1$

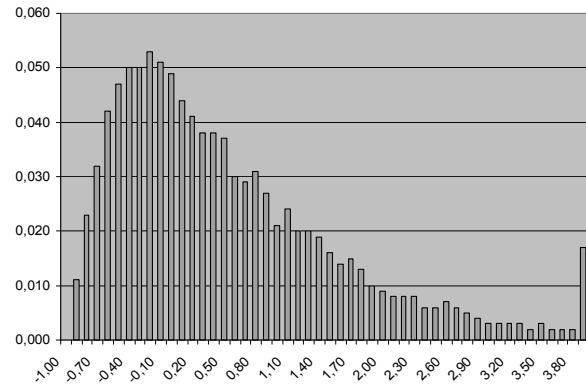


Рис. 3. Эмпирическая функция  $f(\delta)$  для  $m=2$  при использовании статистики  $S_2$

Концепция предлагаемого подхода к построению эффективной статистики заключается в использовании количественной оценки свойств выборки с помощью некоторого критерия  $Q$ .

Для упрощения задачи предлагается использовать иерархический подход, суть которого заключается в следующем.

Выборка  $V_l = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$  (элементы выборки предполагаются упорядоченными по возрастанию) рассматривается как совокупность простейших выборок, которые в дальнейшем называются элементарными. В качестве элементарной выборки используется выборка, состоящая из двух элементов.

Таким образом, выборка  $V_l = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$  представляется в виде совокупности  $V_e$  элементарных выборок следующим образом:

$$V_e = \{(t_1, t_2), (t_2, t_3), (t_3, t_4), \dots, (t_{m-1}, t_m)\}.$$

Критерий  $Q$ , характеризующий выборку  $V_l$  определяется при этом через значения критериев  $q_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m-1$ ), каждый из которых характеризует свойство соответствующей элементарной выборки.

Рассмотрим задачу построения критериев  $q$  для элементарной выборки. Ее решение будем основывать на том, что свойства любой элементарной выборки  $\{t_1, t_2\}$  относительно параметра  $T_0$  могут быть охарактеризованы одним из трех условий:

$$T_0 < t_1; \quad (2)$$

$$t_1 < T_0 < t_2; \quad (3)$$

$$T_0 > t_2. \quad (4)$$

Будем рассматривать элементарную выборку как точку в пространстве  $R_l = t_1 \times t_2$ ,  $t_1, t_2 \in [0, \infty]$ . Пространство  $R_l$  будем называть выборочным пространством. Условия (2) - (4) определяют разбиение пространства  $R_l$  на три класса. В качестве значения критерия  $q$  для элементарной выборки будем принимать номер класса, совпадающий с номером соответствующего этому классу условия:

$$q = \begin{cases} 1, & \text{если } T_0 < t_1; \\ 2, & \text{если } t_1 < T_0 < t_2; \\ 3, & \text{если } T_0 > t_2. \end{cases} \quad (5)$$

Определить значение критерия  $q$  в выборочном пространстве  $R_l$  не представляется возможным, поскольку, как следует из (5), границы классов зависят от неизвестной величины  $T_0$ . Для преодоления этого затруднения в работе предлагается представлять элементарные выборки в другом пространстве, которое будем называть порождающим пространством  $R_0 = r_1 \times r_2$ ,  $r_1, r_2 \in [0, 1]$ .

Такое представление формируется следующим образом: точки пространства  $R_l$  проецируются в порождающее пространство так, что каждой точке  $(t_1, t_2)$  пространства  $R_l$  ставится в соответствие точка  $(r_1, r_2)$  пространства  $R_0$ . Координаты  $r_1, r_2$  такой точки определяются как:

$$r_1 = 1 - e^{-\frac{t_1}{T_0}},$$

$$r_2 = 1 - e^{-\frac{t_2}{T_0}}.$$

Можно показать, что разбиение пространства  $R_0$  на три класса сохраняется, но границы классов при этом не зависят от значения  $T_0$ . Границы классов в пространстве  $R_0$  задаются двумя прямыми  $g_1$  и  $g_2$ , уравнения которых имеют вид:

$$g_1 : r_1 = r_{00},$$

$$g_2 : r_2 = r_{00},$$

где  $r_{00} = 1 - 1/e = 0.6321$  – координаты точки пересечения прямых  $g_1$  и  $g_2$ .

Графическое представление разбиения пространства  $R_0$  на классы приведено на рис. 4.

На основе указанных свойств порождающего пространства значение критерия  $q$  для элементарной выборки будет определяться следующим выражением:

$$q = \begin{cases} 1, & \text{если } r_1 > r_{00} \text{ и } r_2 > r_{00}, \\ 2, & \text{если } r_1 > r_{00} \text{ и } r_2 < r_{00} \text{ или } r_1 < r_{00} \text{ и } r_2 > r_{00}, \\ 3, & \text{если } r_1 \leq r_{00} \text{ и } r_2 \leq r_{00}. \end{cases} \quad (6)$$

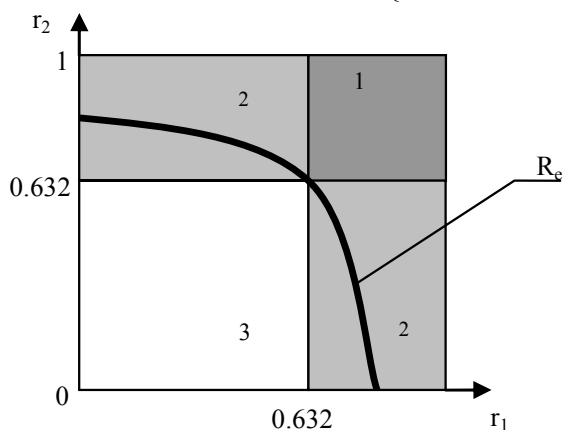


Рис. 4. Разбиение пространства  $R_0$  на классы

Представление элементарной выборки в пространстве  $R_0$  не может быть осуществлено однозначно в силу неопределенности значения  $T_0$ . Замена этого значения некоторой его оценкой  $T_e$  преобразует пространство  $R_t$  в пространство  $R_e$  (кривая, показанная на рис. 4), точки которого обозначим как  $(r_{e1}, r_{e2})$ . Эти координаты определяются как:

$$r_{e1} = 1 - e^{-\frac{t_1}{T_e}}, \quad (7)$$

$$r_{e2} = 1 - e^{-\frac{t_2}{T_e}}. \quad (8)$$

Таким образом, координаты точки  $(r_1, r_2)$  в пространстве  $R_0$ , с помощью которых определяется значение критерия  $q$ , должны быть установлены по координатам точки  $(r_{e1}, r_{e2})$  в пространстве  $R_e$ . При этом связь координат этих точек может быть выражена лишь функциями распределения  $f_1(r_1, r_{e1})$  и  $f_2(r_2, r_{e2})$ . На практике эти функции можно заменить эмпирическими

функциями распределения, получаемыми с помощью соответствующей имитационной модели. Тогда, используя принцип максимального правдоподобия, значения  $r_i$  ( $i = 1, 2$ ) определяются как значения аргумента функции распределения  $f_i(r_i, r_{ei})$ , при котором это функция принимает максимальное значение в сечении функции плоскостью  $r_{ei} = const_i$ , где  $const_i$  определено для рассматриваемой элементарной выборки с помощью соотношений (7) или (8).

Таким образом, получение уточненной оценки  $T_e$  параметра  $T_0$  по выборке  $V_t$  сводится к следующей последовательности задач:

1. Отображение элементарных выборок  $(t_i, t_{i+1})$  ( $i = 1, 2, \dots, m-1$ ) в пространство  $R_e$ ;
2. Получение с помощью имитационной модели эмпирических распределений  $f_1(r_1, r_{e1})$  и  $f_2(r_2, r_{e2})$ ;
3. Получение с помощью эмпирических распределений  $f_1(r_1, r_{e1})$  и  $f_2(r_2, r_{e2})$  координат точек  $(r_{1i}, r_{2i})$ , представляющих элементарные выборки  $(t_i, t_{i+1})$  в пространстве  $R_0$ ;
4. Получение критериев  $q_i$  для элементарных выборок  $(t_i, t_{i+1})$  как  $q_i = f(r_{1i}, r_{2i})$ ;
5. Получения критерия  $Q = Q(q_1, q_2, \dots, q_{m-1})$ ;
6. Получения оценки  $T_e$  параметра  $T_0$  с помощью статистики  $S_e$ , построенной с использованием тех или иных эвристик:

$$T_e = S_e[Q(q_1, q_2, \dots, q_{m-1}), t_1, t_2, \dots, t_m].$$

В заключение на рис. 5 приведен результат компьютерного эксперимента по оценке возможностей предлагаемого подхода для выборок объемом  $m=3$ . Проведенный эксперимент показывает, что реализация предлагаемого подхода в данном случае может обеспечить почти двукратное снижение погрешности оценивания параметра  $T_0$ .

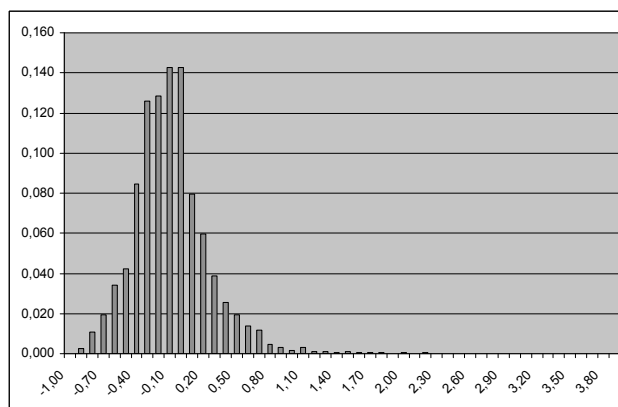


Рис. 5. Эмпирическая функция  $f(\delta)$  для  $m=3$  при использовании предлагаемого подхода

**Выводы**

1. Показана возможность получения более точных оценок параметров экспоненциального закона распределения при оценке надежности технических систем.
2. Разработана концепция построения уточненных оценок параметров надежности для малых выборок на основе учета свойств выборок.
3. Оценку свойств выборок предлагается строить на основе свойств элементарных выборок.
4. Свойства элементарных выборок предлагается оценивать с помощью представления выборок в порождающем пространстве  $R_0$ .
5. Получены результаты компьютерного эксперимента, подтверждающие эффективность предлагаемого подхода для оценки показателей надежности оборудования по выборкам малого объема.

*Анотація.* Розглядається задача підвищення точності оцінки показників надійності устаткування, відмови якого описуються експоненціальним законом розподілу для випадку малих вибірок. Представлені результати комп'ютерного експерименту на основі імітаційного моделювання потоку відмов, необхідність, що обґрунтовують, і можливість рішення такої задачі. Пропонується підхід до підвищення точності оцінювання параметрів, заснований на використанні статистики, що використовує властивості елементарної вибірки. Приведені результати експерименту, що демонструють ефективність підходу.

*Ключові слова:* оцінка показників надійності, експоненціальний закон, імітаційне моделювання

*Abstract. Purpose.* The task of the article is formulation of conception of method of construction of estimations of reliability indexes on the selections of small volume and ground of efficiency of the offered conception on the basis of machine (computer) experiment.

*Design/methodology/approach.* The task of increase of exactness of estimation of reliability of equipment the refuses of which are described the exponential law of distributing for the case of small selections indexes is examined. The results of computer experiment are presented on the basis of imitation design of stream of refuses, grounding necessity and possibility of decision of such task. Offered approach to the increase exactness of evaluation of parameters, based on the use of statistics, using properties of elementary selection. The results of experiment, demonstrating efficiency of approach, are resulted.

*Findings.* The results of computer experiment, confirmative efficiency offered approach for the estimation of reliability of equipment on the selections of small volume indexes, are got.

*Originality/value.* Conception of construction of the specified estimations of parameters of reliability is developed for small selections on the basis of account of properties of selections. Possibility of receipt of more exact estimations of parameters of exponential law of distributing at the estimation of reliability of the technical systems is rotined.

*Keywords:* estimation of reliability indexes, exponential law, imitation design

1. Антонов А.В. Системный анализ. Учеб. для вузов / А.В. Антонов. – М.: Высш. школа, 2004. – 454 с.
2. Байхельт Ф. Надёжность и техническое обслуживание. Математический подход: Пер. с нем. / Ф. Байхельт, П. Франкен. – М.: Радио и связь, 1988. – 392 с.
3. Гнеденко Б.В. Математические методы в теории надёжности. Основные характеристики надёжности и их статистический анализ / Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьев. – М.: Наука, 1965. – 524 с.
4. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука: Пер. с англ. / Р. Шеннон. – М.: Мир, 1978. – 420 с.
5. Гмурман В.Е. Теория вероятности и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов / В.Е. Гмурман. – М.: Высш. школа, 1977. – 479 с.

**REFERENCES**

1. Antonov A.V. Sistemnyj analiz (Analysis of the systems) Moscow: Vyssh. shkola, 2004, 454 p.
2. Bajhel't F., Franken P. Nadezhnost' i tehicheskoe obsluzhivanie. Matematicheskij podhod (Reliability and technical service. Mathematical approach) Moscow: Radio i svjaz', 1988, 392 p.
3. Gnedenko B.V., Beljaev Ju.K., Solov'ev A.D. Matematicheskie metody v teorii nadezhnosti. Osnovnye harakteristiki nadezhnosti i ih statisticheskij analiz (Mathematical methods in the theory of reliability. Basic descriptions of reliability and their statistical analysis) Moscow: Nauka, 1965, 524 p.
4. Shannon R. Imitacionnoe modelirovanie - iskusstvo i nauka (An imitation design of the systems is an art and science) Moscow: Mir, 1978, 420 p.
5. Gmurman V.E. Teorija verojatnosti i matematicheskaja statistika (Probability theory and mathematical statistics) Moscow: Vyssh. shkola, 1977, 479 p.