

УДК 539.3

Рудаков К.М. д.т.н., Шандура А.С.  
НТУУ «Київський політехнічний інститут» м. Київ, Україна

## ЧИСЕЛЬНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ЗАСТОСУВАННЯ ЗМІШАНИХ 3D-МОДЕЛЕЙ ПКМ ПРИ РОЗРАХУНКАХ БОЛТОВИХ З'ЄДНАНЬ

Rudakov K., Shandura A.  
National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine ([mmi@kpi.ua](mailto:mmi@kpi.ua))

### NUMERAL GROUND OF APPLICATION OF MIXED 3D-MODELEY COMPOSITES AT COMPUTATIONS OF BOLTED JOINTS

У сучасних скінченно-елементних програмах класу PLM є можливість створювати змішані скінченно-елементні моделі шляхом "склеювання". Це дозволяє, зокрема, створювати для розрахунків на ПЕВМ відносно невеликі 3D-моделі полімерних композиційних матеріалів (ПКМ) в болтових з'єднаннях, в яких ПКМ в зонах отворів моделюється пошарово, а за ними – наближено, згідно з теорією "ефективного модуля".

У даному повідомленні проведено обґрунтування можливості застосування змішаних 3D-моделей ПКМ при моделюванні болтових з'єднань шляхом проведення чисельних експериментів для визначення мінімальних розмірів зон більш точного моделювання ПКМ при забезпеченні однакової точності розрахунків.

Створено 20 3D-моделей зразків однозрізного дворядного болтового з'єднання з ПКМ (контактна задача), в яких варіювалася відстань від отвору до границі "склеювання" (5 значень), а також бічний зазор болтів з отворами (4 значення). Незмінними були величина сили стягування пакета та розтягуючи зразок сила. За результатами розрахунків визначені граничні значення напружень: еквівалентних за Мізесом та мінімальних (таблиці). Побудовані графіки. Зроблено висновки, що застосування змішаних 3D-моделей ПКМ в болтових з'єднаннях можливе, що мінімальну відстань від отвору до границі "склеювання" можна обирати за формулою  $s \geq 0.8h$ , де  $h$  – товщина пластини з ПКМ, при відносно невеликих бічних зазорах болт/отвір, або як  $s \geq (1 \dots 1.2)h$  при максимальних бічних зазорах.

Цей напрямок досліджень потрібно продовжувати, оскільки кількість параметрів впливу значно більша, ніж розглянуто в повідомленні.

**Ключові слова:** чисельне 3D моделювання, ПКМ, болтове з'єднання, змішана 3D-модель ПКМ, МСЕ.

#### Вступ

При чисельному 3D моделюванні болтових з'єднань із полімерно-композиційних матеріалів (ПКМ) виникає проблема обмежених ресурсів ПЕОМ, що не дозволяє знаходити характеристики напружено-деформованого стану (НДС) елементів з'єднання з великою точністю. В цих умовах звичайно застосовують [1 – 3] наближену модель ПКМ, а саме використовують усереднені механічні (пружні) характеристики пластини із ПКМ, отримані відповідно до теорії "ефективного модуля", докладно виписаної, наприклад, в книзі [4]. Однак при такому підході отримані характеристики НДС у зонах руйнування ПКМ при багатоциклового силового навантаженню болтового з'єднання не дозволяють достовірно оцінювати ресурс конструкції, що дуже важливо, наприклад, для сучасних літаків.

У статтях [5, 6] розроблена й реалізована в програмному комплексі FEMAP/Nastran 3D-модель розрахунку НДС болтового з'єднання "титан - ПКМ - титан". Вона розглядає ПКМ як 3D-ортотропний матеріал; ураховує величини натягу/зазору при установці болтів в отвори, попереднього затягування болтів, зміни температури елементів з'єднання, тертя в з'єднанні, наявність припустимих відхилень виконання отворів у ПКМ, контактний характер взаємодій між елементами з'єднання тощо. Кінцевою метою таких розрахунків є кількісна оцінка впливу декількох технологічних, конструкційних та експлуатаційних факторів на статичну й циклічну міцність з'єднання.

У статті [7] запропоновано при моделюванні болтових з'єднань із ПКМ використовувати змішані 3D-моделі ПКМ, а саме: у зонах отворів створювати 3D скінченно-елементні моделі ПКМ для кожного шару ПКМ, а на деякій відстані – переходити до усередненого моделювання ПКМ. Залишилося відкритим (не дослідженим) питання про мінімальний й оптимальний розмір зони більш точного моделювання ПКМ при забезпеченні потрібної точності розрахунків.

Мета статті: обґрунтувати можливість застосування змішаних 3D-моделей ПКМ при моделюванні болтових з'єднань шляхом проведення чисельних експериментів для визначення мінімальних розмірів зон більш точного моделювання ПКМ при забезпеченні однакової точності розрахунків.

Ці чисельні експерименти запропоновано провести на моделях однозрізних дворядних зразків болтових з'єднань із ПКМ, тому що в однозрізних болтових з'єднаннях спостерігається більш значний вигин болтів і пластин, ніж у двозрізних, що приводить до більшої неоднорідності у характеристиках НДС з'єднання, тобто створюють більш жорсткі умови щодо визначення мінімальних розмірів зон більш точного моделювання ПКМ.

### Тривимірне моделювання зразка однозрізного дворядного болтового з'єднання з урахуванням величини зазору

Моделювали статичне навантаження зразка однозрізного дворядного болтового з'єднання (рис.1), який використовують для випробувань на втому. Зразок містить дві пластини із ПКМ, з'єднані болтами зі пластиною з алюмінієвого сплаву Д16АТ. У табл.1 наведені геометричні параметри зразка.

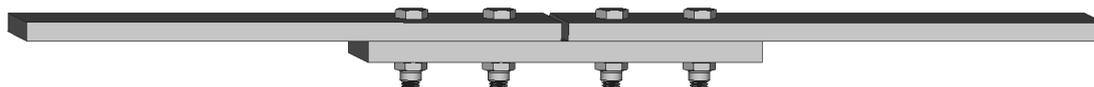


Рис. 1. Геометрична модель зразка для випробування на втому болтового з'єднання із ПКМ

Таблиця 1

#### Геометричні параметри зразка болтового з'єднання із ПКМ

Матеріал пластини	Товщина, ширина й довжина, мм	Діаметр отворів $d$ , мм	Відстань між центральними болтами, мм	Відстань між болтами на периферії, мм	Висота голівки болта, мм	Розмір "під ключ", мм	Радіус округлення під голівкою болта, мм	Фаска* на вхідній крайці пластини із ПКМ, мм	Діаметри й товщина шайби, мм
ПКМ	5, 30, 152	5.00	32	25	2.5	8	0.2	0.2175	8.25, 6, 1
Д16АТ	6, 32, 112								

\* Розмір фаски на вхідній крайці пластини із ПКМ відповідає товщині моношару ПКМ.

Зазор між торцями пластин із ПКМ становив 2 мм. Обриси й розміри болта, гайки й шайби відповідали галузевим авіаційним стандартам. Однак, з метою скорочення вимог до операційної пам'яті ПЕОМ і часу рахунку, різьблення й гайку з моделі видалили, болт "виконали" із двома голівками: як звичайну заклепку, але із шестигранними голівками. Це не повинне вплинути на досягнення поставленої мети роботи.

Моношари з УОЛ-300-1А укладені під кутами 0 й 90 градусів, а з УТ-900-3А – під  $\pm 45$  градусів. Формула ПКМ:  $[-45/0/45/90/-45/0/45/90/-45/0/45/90/90/45/0/-45/90/45/0/-45/90/45/0/-45]$ , тобто 3D-ортотропна 24-шарова структура. Перший напрямок – уздовж пластин (1, X), другий – поперек пластин (2, Y), третій – по товщині пластин (3, Z). Характеристики матеріалів моношарів, а також ПКМ, обчислені за теорією "ефективного модуля" [4] інструментами Femap, поміщені в табл.2, а інших матеріалів (металів) – в табл.3.

Таблиця 2

#### Характеристики матеріалів моно шарів та ПКМ, обчислені за теорією "ефективного модуля"

Матеріал	Модулі Юнга, МПа			Модулі зсуву, МПа			Коеф. Пуассона		
	$E_{11}$	$E_{22}$	$E_{33}$	$G_{12}$	$G_{23}$	$G_{13}$	$\nu_{12}$	$\nu_{23}$	$\nu_{13}$
УОЛ-300-1А	125000	8500	8500	5600	5600	4200	0.31	0.31	0.49
УТ-900-3А	63765	61803	8339	6376	6376	4782	0.07	0.07	0.12
ПКМ	48800	48800	8500	17400	3800	3800	0.28	0.32	0.32

Таблиця 3

#### Характеристики металів болтового з'єднання з ПКМ

Елемент з'єднання	Матеріал	Модуль Юнга $E$ , МПа	Коеф. Пуассона $\nu$
Пластина, шайба	Д16АТ	$0.7 \cdot 10^5$	0.3
Болт	ВТ-16	$1.15 \cdot 10^5$	0.3

Створили моделі з такими величинами бічного зазору болт/отвір  $\delta$  (рис.2-а): 0 мкм й 70 мкм на діаметр (мінімально й максимально припустимі), а також 10 мкм – номінальна проектна величина зазору, 20 мкм – додаткова величина  $\delta$ . Зазор створювали зменшенням діаметра болта.

Затягування пакета моделювали зменшенням відстані між голівками болта на величину  $\Delta$  (рис.2-б), яку можна розрахувати відповідно до методики, викладеної в [5 – 7], але тут задали незмінне значення  $\Delta = 0.08$  мм.

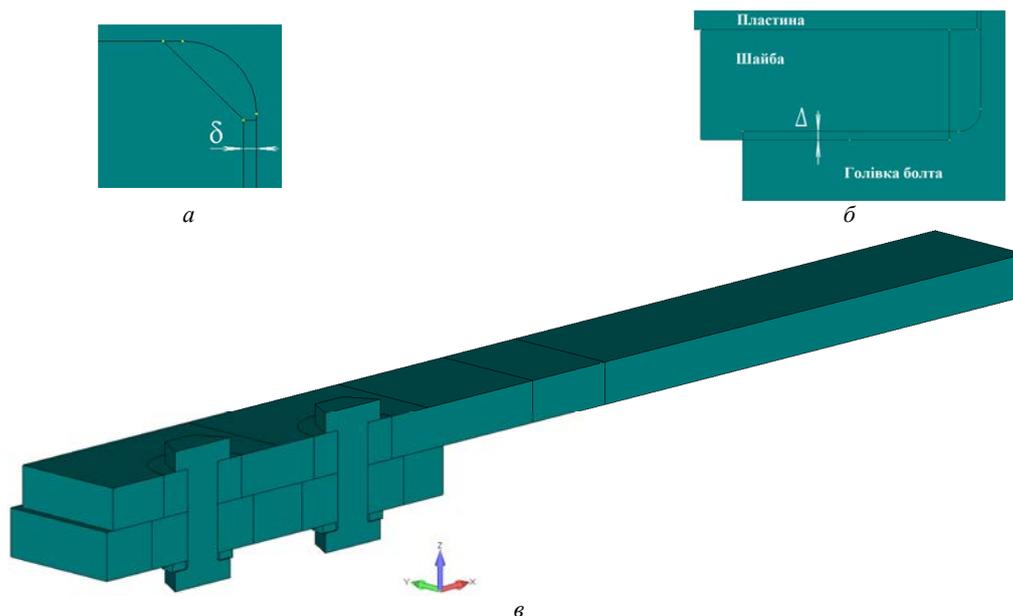


Рис. 2. Геометрична модель зразка однозрізного болтового з'єднання з ПКМ:  
а – бічний зазор  $\delta$  між болтом та отвором; б – створення затягування пакета за рахунок  $\Delta$ ; в – чверть зразка

Зразок та навантаження одночасно мають дві площини симетрії:  $XU$  й  $XZ$ , тому розглядали лише одну чверть зразка (рис.2-в), а вплив відсічених частин моделювали умовою симетрії: всім вузлам скінченно-елементної сітки на площинах розсічення заборонили рухатися в нормальному до площин напрямках (рис.3-б). У третьому напрямку (уздовж осі  $Z$ ) переміщення моделі обмежили лише в одному вузлі. Навантаження приклали уздовж двох (верхньої та нижньої) поверхонь пластини із ПКМ на довжині 70 мм як силу  $N_x = 5$  кН (рис.3-б), тобто загальна сила навантаження на зразок дорівнювала 20 кН.

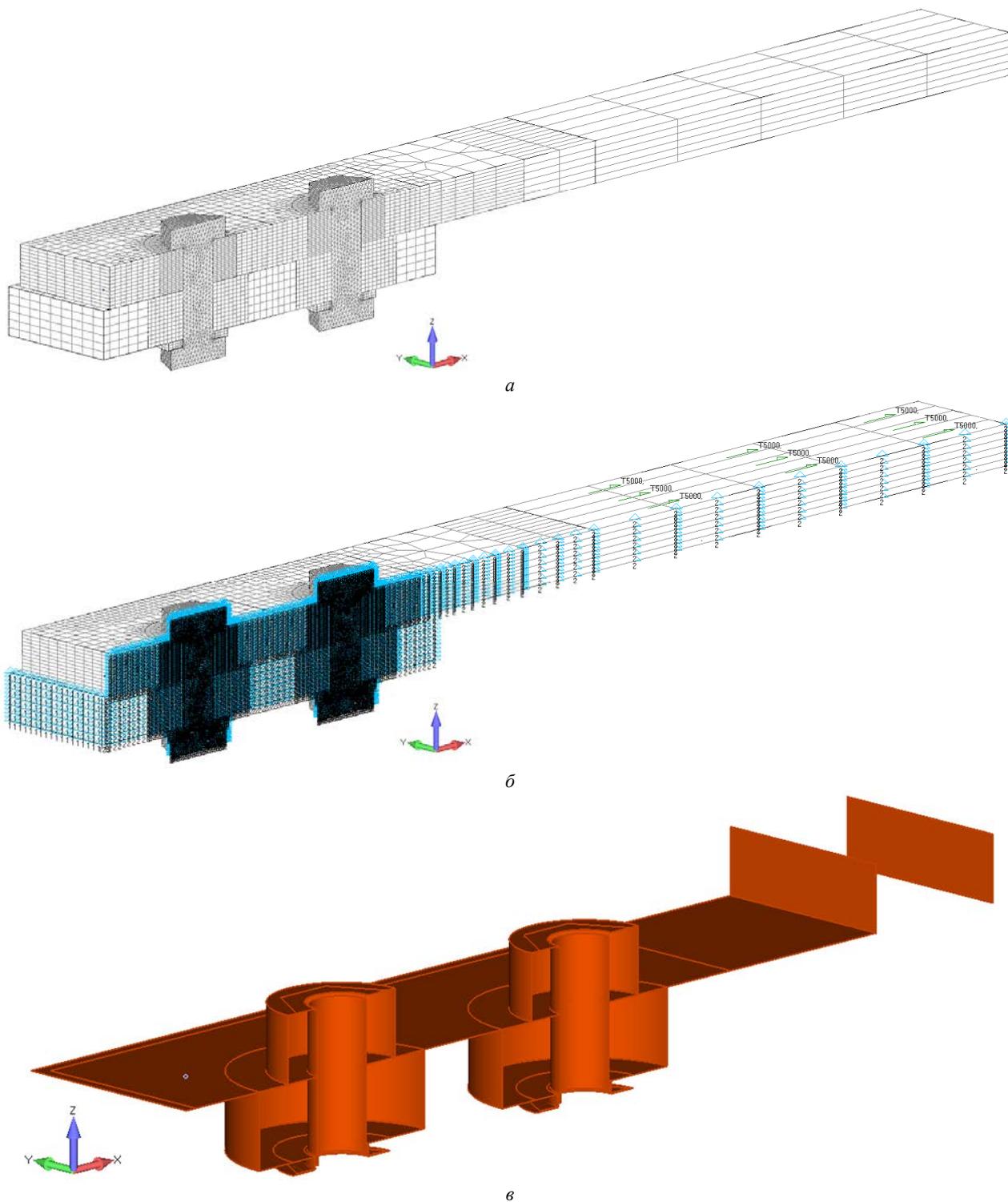
Прийняли, що коефіцієнт тертя пари матеріалів "Д16АТ – Д16АТ" дорівнює 0.7, пари "Д16АТ – ВТ-16" – 0.3 і пари "ВТ-16 – ВТ-16" – 0.3.

Скінченно-елементні сітки створювали окремими блоками (див. рис.3-а). Більшість скінченних елементів (СЕ) створювали гексагональними (СНЕХА), іноді – призматичними з трикутною основою (СПЕНТА). Ці типи СЕ мають, як відомо, кращі показники точності, ніж тетрагональні. Лише СЕ болтів створювали тетрагональними (СТЕТРА). Всі СЕ мали другий порядок апроксимації (Solid Parabolic). Окремі блоки сітки, що належать одному тілу, "склеювалися" (**Glued**) у скінченно-елементній моделі цього тіла програмою Femap для NX Nastran. Цей метод, добре реалізований в Femap, дозволяє локально створювати сітки будь-якої щільності й якості, не погоджуючи сітки на границі "склеювання". Як перевірено в окремих чисельних експериментах, не описаних у даній статті, зона "склеювання" *ізотропного* матеріалу практично не вносила додаткової погрешності в результати розв'язків НДС цієї крайової задачі, тому для всіх розрахунків застосували однакову скінченно-елементну модель пластини з Д16АТ, але теж змішану з радіусом "склеювання"  $R = 8.5$  мм (рис.3-а).

Фактично варіювали лише скінченно-елементні моделі болтів та пластини с ПКМ в зонах отвору. Варіювання скінченно-елементної моделі болтів – дуже незначне, пов'язане з необхідністю змінювати бічний зазор болт/отвір  $\delta$ . Всі чотири варіанти мали однаковий максимальний діаметр СЕ (0.45 мм) та однакову поверхневу розмітку сітки, тобто дійсно варіювався лише зазор  $\delta$ .

Щодо скінченно-елементної моделі пластини с ПКМ в зонах отвору, то на рис.4 показано принцип її побудови, на прикладі другого отвору (як прийнято, першим вважали болт, ближчий до силового навантаження, тобто правіший на рис.3). Навколо отвору під болт вирізували отвір з радіусом  $R = d / 2 + s$ , де приймали  $s$  рівним 3, 4, 5, 6 або 9 мм (на рис.3 та рис.4 – зображення з  $s = 4$  мм). В залишках пластини створювали скінченно-елементні сітки з СЕ типу СНЕХА та СПЕНТА: спочатку на верхній поверхні пластини створювали поверхневу сітку довільної структури, потім з неї "витягували" (**Extrude**) стовпці тривимірних СЕ, з рівномірним кроком по товщині пластини (ліва частина рис.4). Ці СЕ мали пружні властивості матеріалу ПКМ з останнього рядка табл.2, тобто з усередненими характеристиками 3D-ортотропії, обчисленими за теорією "ефективного модуля".

Навколо отвору створювали скінченно-елементну сітку впорядкованої структури (середня частина рис.4). Кількість шарів та їх характеристики відповідали формулі пластини з ПКМ та першим двом рядкам табл.2. Тобто сітка СЕ цієї частини мала характеристики 3D-ортотропії, з врахуванням кутів укладання шарів ПКМ.



**Рис. 3. Змішана скінченно-елементна модель зразка однозрізного болтового з'єднання з ПКМ:**  
 а – скінченно-елементна модель; б – скінченно-елементна модель з умовами обмежень переміщень у вузлах та силовим навантаженням; в – призначені поверхні "склеювання" та можливого контакту (Connectors)

Описані два блока пластини з ПКМ "склеювалися" програмою Femap. Зона отвору набувала вигляд, зображений на рис.4, в правій його частині. Аналогічно робили з зоною навколо першого отвору. В напрямку прикладення навантаження з метою зменшення розмірів скінченно-елементної моделі, ще застосовували дві поверхні "склеювання". Крім поверхонь "склеювання" призначали поверхні можливого контакту. На рис.3-в зображена сукупність таких поверхонь (Connectors). Це й є змішана 3D-модель ПКМ (рис.3).

Всі повні скінченно-елементні моделі зразка мали приблизно 65-75 тис. СЕ й 180-215 тис. вузлів (кількість збільшувалася при збільшенні  $s$ ).

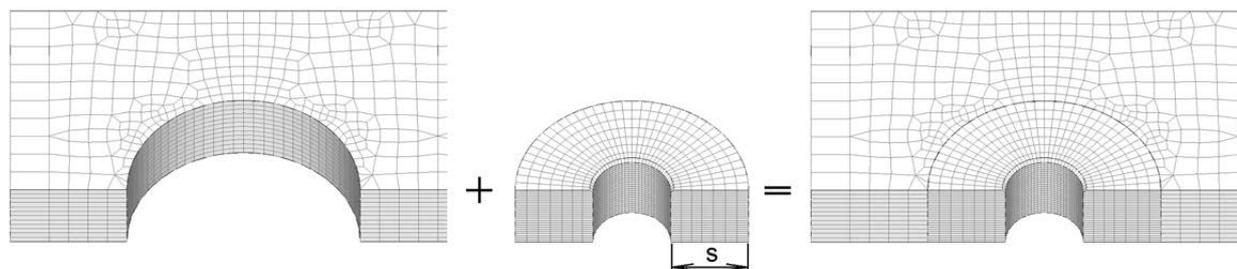


Рис. 4. До створення змішаної скінченно-елементної моделі пластини с ПКМ в зоні другого отвору

Оскільки контактна задача розв'язується із застосуванням ітерацій, то за критерій їх зупинення призначили точність в 1% для балансу внутрішніх та зовнішніх робіт. Час отримання результатів на ПЕОМ з (явно недостатнім) об'ємом операційної пам'яті у 8 Гбт на частоті 1333 ГГц, з 4-х ядерним процесором i5-760 та вінчестером на шині SATA3 з 7200 об/хв. змінювався приблизно від 1 до 13 годин в прямій залежності від величини зони пошарового моделювання ПКМ (кількості вузлів скінченно-елементної моделі зразка), а також проявив деяку залежність від розміру бічного зазору болт/отвір  $\delta$ .

### Результати розрахунків зразка болтового з'єднання з ПКМ

Визначилися зі значенням зусилля затягування в болтах. Для цього провели додатковий розрахунок з призначеним зусиллям  $N_x = 0$ .

На рис.5. показані графіки зміни осьового напруження  $\sigma_z$  вздовж осі болтів при зближенні голівок кожного болта на  $\Delta = 0.08$  мм, яким моделювали затягування пакета. Нагадаємо, що першим вважали болт, ближчий до силового навантаження (правіший на рис.3). Графіки показують, що в центральній зоні по довжині болтів (приблизно при  $Z \in [7, 12]$  мм) осьове напруження  $\sigma_z \approx 152$  МПа, тому зусилля затягування в болтах приблизно дорівнювало 3.0 кН.

Цікаво, що при  $Z \approx 5$  мм (в зоні переходу геометрії стрижня болта до його нижньої голівки) виникає доволі значне збільшення напружень (приблизно на 15%). Це пов'язане, вочевидь, зі зменшенням площі опори голівки болта в районі шайби, оскільки в зоні переходу стрижня болта до його верхньої голівки (при  $Z \approx 13$  мм) такого збільшення немає. На обох кінцях осей болтів, як і повинно бути,  $\sigma_z \approx 0$  МПа.

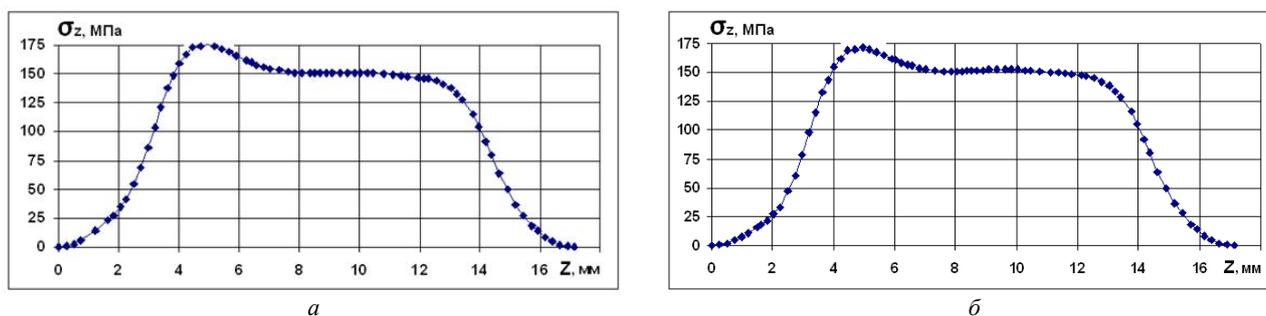
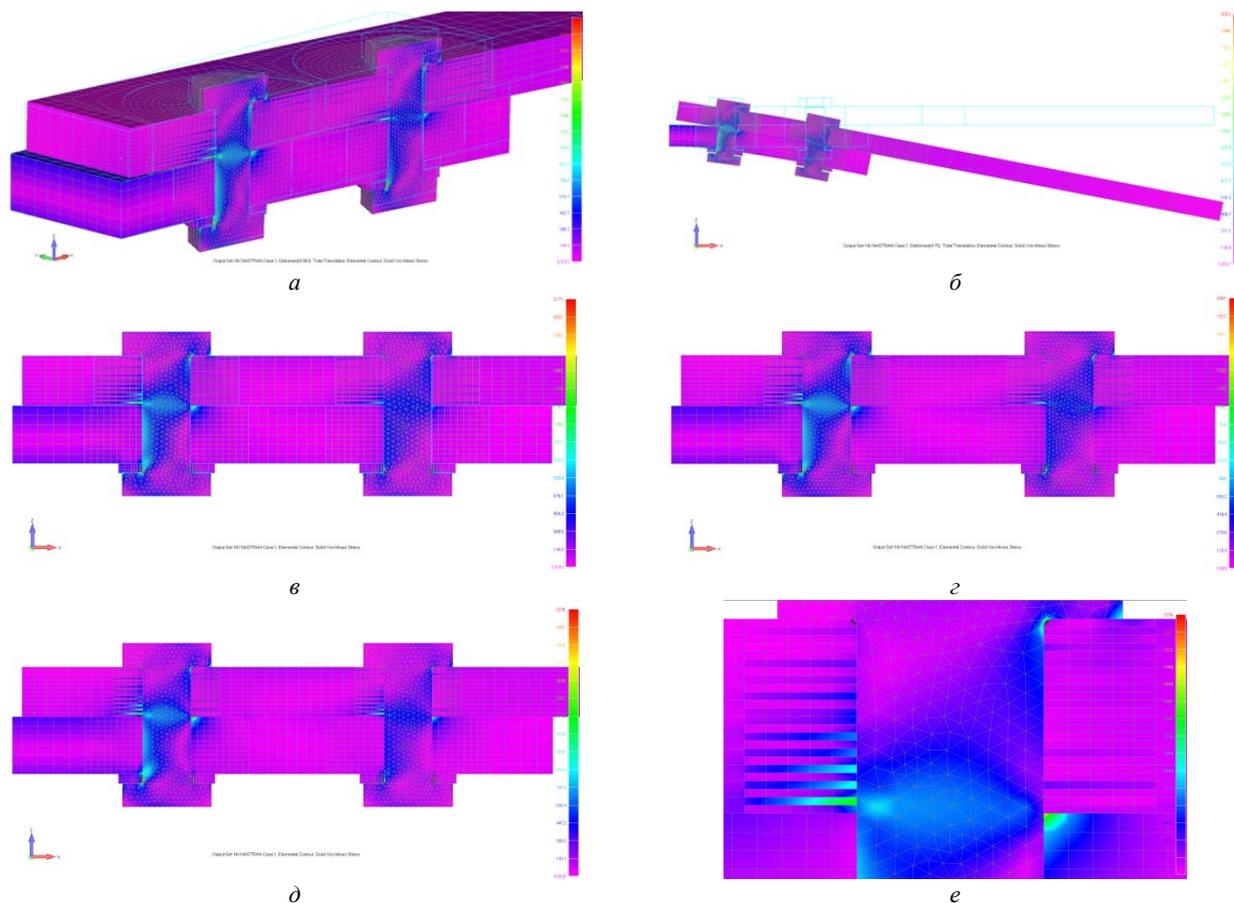


Рис. 5. Графіки зміни осьового напруження  $\sigma_z$  вздовж осі болтів: а – першого; б – другого

На рис.6 зображено характерний вигляд еквівалентних за Мізесом напружень  $\sigma_{Mises}$  на поверхні розрізання  $XZ$  зразка болтового з'єднання при деяких  $s = R - d / 2$  та  $\delta$  (оскільки зображення для кожного з проведених двадцяти розрахунків – подібні, то немає сенсу приводити їх усі).

Рис.6-а та рис.6-б, які містять анімацію деформованого стану (до координат вузлів скінченних елементів додається переміщення, збільшене на вказаний відсоток), показують, що всі компоненти з'єднання "на своїх місцях" (для контактних задач це важлива перевірка якості моделі!), пластини та болти зразка під навантаженням вигинаються саме так, як й очікувалося, місця концентрації напружень та їх розподіл теж відповідають уявленням про напружений стан в однозрізному болтовому з'єднанні у випадку, коли зона прикладення навантаження не фіксується у вертикальному напрямку (вздовж осі  $Z$ ). Максимальне переміщення спостерігається на правому кінці зразка (вниз), становить приблизно 4.8 мм для всіх варіантів  $\delta$  та  $s$ . Висновок: моделювання проведено вірно.

Рис.6-б з дуже великою анімацію деформованого стану поясняє причину того, що більш напруженою виявилася зона болта 2 при тому, що зазвичай вважається, що повинно бути навпаки. В нашому випадку жорсткість на згин та й розтяг пластини з Д16АТ виявилася меншою, ніж відповідні жорсткості пластини з ПКМ, тому найбільший згин та найбільший рівень напружень спостерігалися в зоні болта 2.



**Рис. 6. Еквівалентні за Мізесом напруження  $\sigma_{Mises}$ , МПа, на поверхні розсічення XZ зразка болтового з'єднання:**  
**а –  $s=9$  мм,  $\delta=70$  мкм; б –  $s=6$  мм,  $\delta=0$  мкм (обидва - з анімацією деформованого стану);**  
**в –  $s=5$  мм,  $\delta=10$  мкм; г –  $s=4$  мм,  $\delta=20$  мкм; д –  $s=3$  мм,  $\delta=0$  мкм;**  
**е – збільшене зображення з д, для другого болта**

На всіх рис.6 бачимо, що в зонах отворів найбільш напруженим шаром пластини з ПКМ є другий знизу шар (на зображеннях – зліва від отворів). Цей шар з УОЛ-300-1А, покладений під кутом 0 градусів. Саме він може зруйнуватися першим при зростанні навантаження.

В табл.4 та табл.5 зібрані граничні значення  $\sigma_{Mises}$  та  $\sigma_{min}$  в цьому шарі в зонах отворів.

На рис.7 наведено збільшене зображення для другого болта мінімальних напружень  $\sigma_{min}$  на поверхні розсічення XZ зразка болтового з'єднання при *граничних* значеннях  $s = R - d / 2$  та  $\delta$ , тобто при  $s = 3$  і  $9$  мм для  $\delta = 0$  і  $70$  мкм. Бачимо, що навіть на відстані від отвору  $s = 9$  мм шари ПКМ з кутом укладки 0 градусів більш стиснуті, ніж сусідні шари, тобто вплив контактної сили в зоні отвору все ще відчувається, незалежно від величини зазору  $\delta$ . Крім того бачимо, що під голівкою болта в зоні округлення напруження  $\sigma_{min}$  мають *додатні* значення, а їх рівень вище для випадку зазору  $\delta = 70$  мкм. Це пов'язано з більшим вигином болта при збільшенні зазору  $\delta$ .

Таблиця 4

**Граничні (максимальні) значення еквівалентних за Мізесом напружень  $\sigma_{Mises}$  (МПа) в другому знизу шарі ПКМ в зонах отворів**

Параметр $\delta$ , мкм	$s=3$ мм		$s=4$ мм		$s=5$ мм		$s=6$ мм		$s=9$ мм	
	Болт 1	Болт 2								
0	1162	1460	896	1165	905	1166	894	1170	906	1178
10	1141	1444	808	1239	809	1258	779	1239	816	1254
20	1090	1314	888	1245	926	1249	923	1239	912	1239
70	1359	1778	1070	1409	1061	1384	1000	1402	1077	1384

Таблиця 5

Граничні (мінімальні) значення головних напружень  $\sigma_{min}$  (МПа) в другому знизу шарі ПКМ в зонах отворів

Параметр $\delta$ , мкм	$s=3$ мм		$s=4$ мм		$s=5$ мм		$s=6$ мм		$s=9$ мм	
	Болт 1	Болт 2								
0	-1118	-1418	-931	-1145	-938	-1150	-928	-1161	-941	-1166
10	-1104	-1399	-834	-1298	-839	-1317	-801	-1296	-840	-1315
20	-1052	-1288	-901	-1247	-963	-1231	-955	-1218	-950	-1211
70	-1310	-1605	-1098	-1422	-1106	-1435	-1028	-1386	-1106	-1426

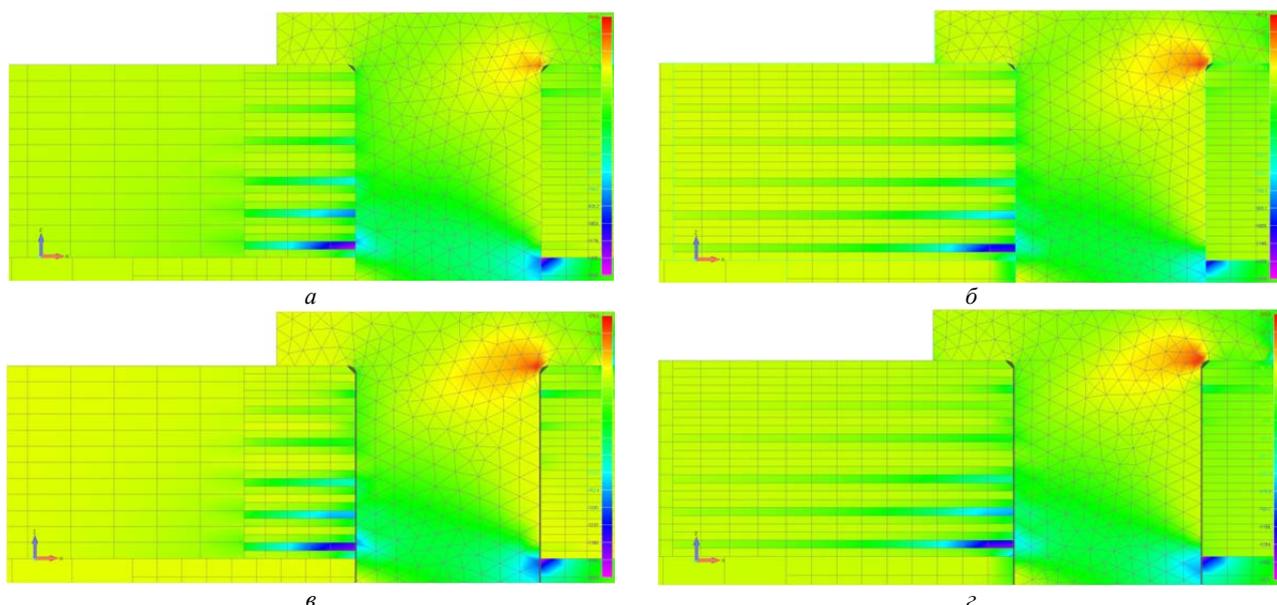


Рис. 7. Мінімальні напруження  $\sigma_{min}$  (МПа) на поверхні розсічення  $XZ$  зразка болтового з'єднання (збільшене зображення для другого болта): а –  $s=3$  мм, б –  $s=9$  мм ( $\delta=0$  мкм); в –  $s=3$ , г –  $s=9$  мм ( $\delta=70$  мкм)

На рис.8 (для наочності сприймання) показані графіки цих граничних значень, при  $\delta=10$  мкм. Бачимо, що на відстані від отворів  $s \geq 4$  мм значення напружень є фактично стабільними, тобто при відстані  $s \geq 4$  мм вже майже не змінюється напружений стан в пошаровій моделі ПКМ в зонах поверхонь отворів (є незначні "коливання", що вказують на затухання впливу величини  $s$ ). При інших  $\delta$  графіки подібні, тому не приводяться.

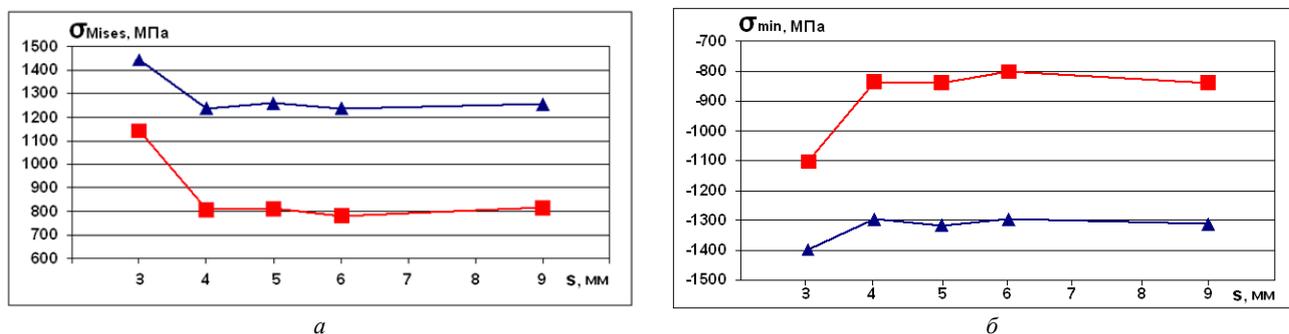


Рис. 8. Графіки граничних значень еквівалентних за Мізесом напружень  $\sigma_{Mises}$  (а) та головних напружень  $\sigma_{min}$  (б), МПа, в залежності від відстані від отвору границі "склеювання" пошарової моделі з усередненою моделлю ПКМ, в другому знизу шарі ПКМ в зоні отвору, при величині зазору на діаметр  $\delta=10$  мкм: ■ – болт 1; ▲ – болт 2

Наявне збудження розв'язків при малих значеннях  $s$  можна пояснити як погрішностями технології "склеювання", так і, головне, переходом від однієї моделі ПКМ до іншої. Хоча й постулюється рівність відгуків цих двох моделей ПКМ на зовнішні навантаження, але все ж теорія "ефективного модуля" є наближеною: вона добре "спрацьовує" лише на деякій відстані від зони прикладення граничних умов. Фактично ми маємо справу с

двома матеріалами з різними пружними характеристиками, а величини напружень, наведені в табл.4. і табл.5, отримані саме в зоні прикладення контактних зусиль, які є граничними умовами на поверхні контакту.

З проаналізованих даних можна зробити висновок, що змішані 3D-моделі ПКМ при розрахунках болтових з'єднань з відносно малими бічними зазорами  $\delta$  дозволили отримати задовільну точність при переході від пошарового моделювання ПКМ до його усередненого моделювання приблизно на відстані  $s \geq 0.8h$  від отвору, в даному випадку при  $s \geq 4$  мм (тут  $h$  – товщина пластини з ПКМ). Цей факт дозволяє не застосовувати великі значення  $s$ , тим самим зменшувати кількість вузлів у моделі, за рахунок чого буде зменшуватися час розв'язку задачі (від максимальних 13-ті годин до приблизно 3-х годин при  $s=4$  мм).

При значній величині бічного зазору  $\delta=70$  мкм безпечну відстань бажано дещо збільшити, можна приймати  $s \geq (1 \div 1.2)h$  мм. Це можна пояснити тим, що при збільшених бічних зазорах  $\delta$  вигин болтів буде більшим, а поверхні контакту на бічних поверхнях болтів та отворів – меншими, тобто напружений стан в пластині з ПКМ буде більш неоднорідним.

З метою отримання аналогічних за змістом результатів для більш жорсткого з'єднання пластин з ПКМ, конструкцію зразка змінили таким чином: замість пластини з Д16АТ застосували швелер з Д16АТ з шириною полки 20 мм, її товщиною 4 мм та радіусом округлення 3 мм (рис.9-а). Це значно підвищило жорсткість зразка в елементі з'єднання пластин з ПКМ. Фактично до існуючої скінченно-елементної моделі пластини додали SE полки, шляхом "склеювання" сіток. Вузлам на поверхні розсічення полки заборонили переміщення в напрямку осі  $X$  (умова симетрії відносно площини  $YZ$ ).

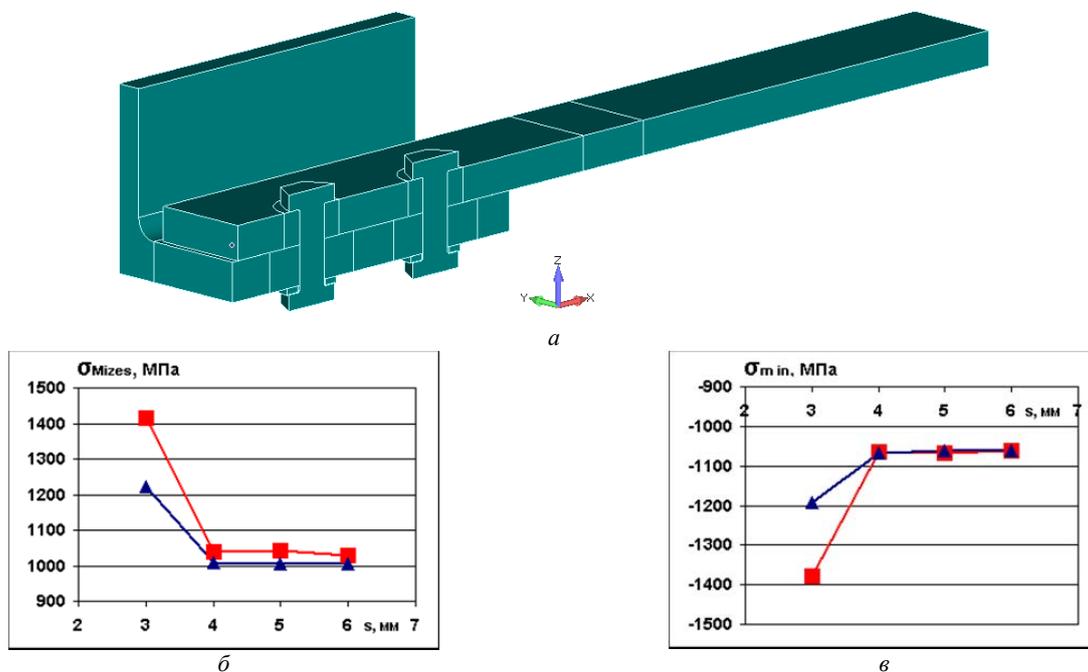


Рис. 9. Зразок однозрізного болтового з'єднання з ПКМ та швелером: геометрична модель, чверть зразка (а); графіки граничних значень еквівалентних за Мізесом напружень  $\sigma_{Mises}$  (б) та головних напружень  $\sigma_{min}$  (в) у залежності від відстані від отвору границі "склеювання" пошарової моделі з усередненою моделлю ПКМ, в другому знизу шарі ПКМ в зоні отвору, при величині зазору на діаметр  $\delta=10$  мкм: ■ – болт 1; ▲ – болт 2

Таблиця 6

Граничні (максимальні) значення еквівалентних за Мізесом напружень  $\sigma_{Mises}$  та граничні (мінімальні) значення головних напружень  $\sigma_{min}$  (МПа) в другому знизу шарі ПКМ в зонах отворів при зазорі болт/отвір  $\delta=10$  мкм

Напруження, МПа	$s=3$ мм		$s=4$ мм		$s=5$ мм		$s=6$ мм	
	Болт 1	Болт 2						
$\sigma_{Mises}$	1414	1223	1038	1008	1041	1005	1028	1005
$\sigma_{min}$	-1379	-1191	-1065	-1066	-1069	-1062	-1063	-1061

Результати розрахунків наведено в таблиці 6 та на рис.9-б,в (зображення розподілів напружень подібні наведеним на рис.6 та рис.7, тому не приводяться). Розрахунки провели тільки для величини зазору на діаметр  $\delta = 10$  мкм, оскільки, як і в таблицях 4 та 5, спостерігали стабілізацію значень напружень при переході від пошарового моделювання ПКМ до його усередненого моделювання приблизно на відстані  $s \geq 0.8h = 4$  мм від отвору. Ще з табл.6 та рис.9-б,в можемо зробити висновок про збалансовані жорсткості пластини з ПКМ та швелера: відповідні напруження в ПКМ в зонах отворів обох болтів майже однакові (окрім  $s = 3$  мм). Максимальне переміщення (вертикальний прогин) знову спостерігається на правому кінці зразка (вниз), становить вже значно меншу величину, приблизно 0.23 мм для всіх розрахованих варіантів  $s$ . Але згін власне пластини з ПКМ майже не змінився.

Критерії міцності для ПКМ, відомі з літератури (наприклад, критерій Ямада [8], що використовує комбінацію з напружень стиску й зсуву, обчислених не на поверхнях отворів, а на деякій глибині під поверхнею), спеціально не застосовували з двох причин. По-перше, досліджували *закономірності*, а не знаходили конкретні значення. По-друге, авторам відомо, що розробляються нові критерії міцності для ПКМ, які розглядають руйнування ПКМ як результат втрати стійкості окремих шарів ПКМ, а не пластини з ПКМ в цілому.

### Висновки

З результатів моделювання можна сформулювати наступні висновки:

- застосування змішаних моделей для ПКМ (пошарової та усередненої за теорією "ефективного модуля") в розрахунках зрізних болтових з'єднань, з метою зменшення вимог до персонального комп'ютера, можливе та не спотворює результати розрахунків;
- відстань від отворів, на якій можна проводити "склеювання" пошарової моделі з усередненою моделлю ПКМ, майже не вносячи погрішностей в розв'язок напруженого стану ПКМ в зоні отворів, можна обирати за формулою  $s \geq 0.8h$  при відносно невеликих бічних зазорах болт/отвір, або як  $s \geq (1 \div 1.2)h$  при максимальних бічних зазорах;
- цей напрямок досліджень потрібно продовжувати, оскільки кількість параметрів впливу значно більша, ніж розглянуто в статті.

**Аннотація.** В современных конечно-элементных программах класса PLM есть возможность создавать смешанные конечно-элементные модели способом "склеивания". Это позволяет, в частности, создавать для расчетов на ПЭВМ относительно небольшие 3D-модели полимерных композиционных материалов (ПКМ) в болтовых соединениях, в которых ПКМ в зонах отверстий моделируется послойно, а за ними - приближенно, согласно теории "эффективного модуля".

В данном сообщении проведено обоснование возможности применения смешанных 3D-моделей ПКМ при моделировании болтовых соединений путем проведения численных экспериментов для определения минимальных размеров зон более точного моделирования ПКМ при обеспечении одинаковой точности расчетов.

Создано 20 3D-моделей образцов односрезного двурядного болтового соединения с ПКМ (контактная задача), в которых варьировалось расстояние от отверстия до границы "склеивания" (5 значений), а также боковой зазор болтов с отверстиями (4 значения). Неизменными были величина силы стягивания пакета и растягивающая образец сила. По результатам расчетов определены предельные значения напряжений: эквивалентных по Мизесу и минимальных (таблицы). Построены графики. Сделаны выводы, что применение смешанных 3D-моделей ПКМ в болтовых соединениях возможно, что минимальное расстояние от отверстия до границы "склеивания" можно выбирать по формуле  $s \geq 0.8h$ , где  $h$  – толщина пластины с ПКМ, при относительно небольших боковых зазорах болт/отверстие, или как  $s \geq (1 \dots 1.2)h$  при максимальных боковых зазорах.

Это направление исследований нужно продолжать, поскольку количество параметров влияния значительно больше, чем рассмотрено в сообщении.

**Ключевые слова:** численное 3D моделирование, ПКМ, болтовое соединение, смешанная 3D-модель ПКМ, МКЭ.

**Abstract.** In modern it is FEM-programs PLM class-room there is a possibility to create the mixed is FE models in the way of "glued". It allows to create, in particular, for calculations on PC rather small 3D-models of polymeric composite materials (composite) in bolt joints in which composite in zones of apertures it is modelled body-sectional, and behind them – approximately, according to the theory of "the effective module".

In the given message the substantiation of possibility of application of mixed 3D-models composite is spent at modelling of bolt joints by conducting of numerical experiments for definition of the minimum sizes of zones of more exact modelling composite at maintenance of equal accuracy of calculations.

It is created twenty 3D-models of samples single-shear a double-row bolt joint with ПКМ (a contact problem) in which the distance from an aperture to "glued" boundary line (5 values) varied, and also a side play of bolts with apertures (4 values). Magnitude of force of contraction of a package and force stretching a specimen were invariable. By results of calculations limiting values of stress are defined: equivalent on Mises and minimum (tables). Schedules are built. Leading-outs are drawn, that application of mixed 3D-models composite in bolt joints was possibly, that the minimum distance from an aperture to "glued" boundary line it is possible to choose by formula  $s \geq 0.8h$ , where  $h$  - a thickness of a plate with composite, at rather small side plays a bolt/aperture, or as  $s \geq (1 \dots 1.2)h$  at the maximum side plays.

*This direction of researches needs to be continued, as quantity of parameters of agency much more, than it is observed in the message.*

**Keywords:** numerical 3D-modelling, composite, a bolt joint, mixed 3D-model composite, FEM.

#### Бібліографічний список використаної літератури

1. *Gordon Kelly*. Quasi-static strength and fatigue life of hybrid (bonded/bolted) composite single-lap joints. *Composite Structures*, 2006. – 72. – p. 119-129
2. *Gordon Kelly, Stefan Hallström*. Bearing strength of carbon fibre/epoxy laminates: effects of bolt-hole clearance. – *Composites. Part B: Engineering*, 2004. – 35. – p. 331-343
3. *Johan Ekh, Joakim Schön, Gunnar Melin*. Secondary bending in multi fastener, composite-to-aluminium single shear lap joints. – *Composites. Part B: Engineering*, 2005. – 36. – p. 195-208.
4. *Межслойные эффекты в композитных материалах* // Под ред. Н. Пейгано / Пер. с англ. – М.: Мир, 1993. – 346 с.
5. *Рудаков К.Н.* Моделирование болтовых соединений из ПКМ в программном комплексе FEMAP/NX NASTRAN / К.Н. Рудаков, С.Н. Шукаев // Вісник національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут", сер. Машинобудування №67. – 2013. – С. 199-206.
6. *Кривов Г.А.* Моделирование болтовых соединений, содержащих детали из ПКМ, в среде FEMAP/NASTRAN / Кривов Г.А., Матвиенко В.А., Рудько А.Н., Рудаков К.Н., Шукаев С.Н., Негода С.П. // Технологические системы. – К.: УкрНИИАТ, 2013. – №4(65). – С. 7-16.
7. *Кривов Г.А.* Численные исследования напряженно-деформированного состояния высоконагруженных соединений элементов конструкции планера самолета // Г.А. Кривов, В.А. Матвиенко, А.Н. Рудько, Е.Т. Василевский, Г.Н. Романович, К.Н. Рудаков, С.Н. Шукаев, А.А. Добронравов // Технологические системы. – К.: УкрНИИАТ, 2014. – №1(62). – С. 90-102.
8. *Broughton W.R., Crocker L.E., Gower M.R.L.* Design Requirements for Bonded and Bolted Composite Structures // NPL Report MATC (A) 65, 2002. – 50 p.

#### References

1. *Gordon Kelly*. Quasi-static strength and fatigue life of hybrid (bonded/bolted) composite single-lap joints. *Composite Structures*, 2006. 72. pp. 119-129.
2. *Gordon Kelly, Stefan Hallström*. Bearing strength of carbon fibre/epoxy laminates: effects of bolt-hole clearance. – *Composites. Part B: Engineering*, 2004. 35. pp. 331-343.
3. *Johan Ekh, Joakim Schön, Gunnar Melin*. Secondary bending in multi fastener, composite-to-aluminium single shear lap joints. *Composites. Part B: Engineering*, 2005. 36. pp. 195-208.
4. *Mezhslojnye jeffekty v kompozitnyh materialah* [Interlaminar effects in composites]. Pod red. N. Pejgano. Moscow: "Mir", 1993. 346 p. (In Russian).
5. *Rudakov K.N., Shukaev S.N.* Modelling of bolted connections from PCM in the program FEMAP/NX NASTRAN *Visnik nacional'nogo tehcnogo universitetu Ukraїni «Kiїvs'kij politehnicnij institut», ser. Mashinobuduvannja* [Journal of Mechanical Engineering of the National Technical University of Ukraine "Kyiv Polytechnic Institute"] 67. Kyiv, 2013. pp. 199-206.
6. *Krivov G.A., Matvienko V.A., Rud'ko A.N. and others*. Modeling of bolt joints contains composites parts using program complex FEMAP/NASTRAN. *Tehnologicheskie sistemy* [Technological Systems]. Kyiv: UkrNIIAT, 2013. 4(65). pp. 7-16.
7. *Krivov G.A., Matvienko V.A., Rud'ko A.N., Vasilevskij E.T., Romanovich G.N., Rudakov K.N., Shukaev S.N., Dobronravov A.A.* Numerical researches of the is stress-strained condition of strongly loaded joints of members of the airframe. *Tehnologicheskie sistemy* [Technological Systems]. Kyiv.: UkrNIIAT, 2014. 1(62). pp. 90-102.
8. *Broughton W.R., Crocker L.E., Gower M.R.L.* Design Requirements for Bonded and Bolted Composite Structures. NPL Report MATC (A) 65, 2002. 50 p.

Подана до редакції 17.06.2015