

Вісник Харківського національного університету  
 Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи  
 управління»  
 УДК 004.942:621.6:622.691 № 847, 2009, с.25-39

**Учет моделей технологического оборудования  
 при расчете неустановившихся режимов транспорта газа в  
 многониточном магистральном газопроводе**

**Ю. В. Боярская, И. Г. Гусарова, А. В. Каминская, А. Д. Тевяшев**

*Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина*

The question of accounting of processing facilities at calculation of the nonsteady flow of gas transport in the multistrand main gas pipeline (MMGP). The mathematical model of the unstationary unisothermal modes of transport of natural gas (NNMTNG) is offered in MMGP and the method of its decision, based on the construction of finite-difference scheme and application of Newton's method, is developed. On the basis of method developed and ottestirovan software product, allowing to expect and to analyse any transitional processes, related to NNMTNG in MMGP.

**1. Общая постановка задачи и её актуальность**

Газотранспортная система (ГТС) Украины представляет собой единый технологический комплекс и выполняет две основные функции: обеспечение газом внутренних потребителей и бесперебойный транзит газа в европейские страны.

ГТС Украины включает в себя шесть многониточных магистральных газопроводов (ММГ) длиной 37,2 тыс. км, 72 многощеховые компрессорные станции, 112 компрессорных цехов (КЦ), 786 газоперекачивающих агрегатов (ГПА), свыше 1420 газораспределительных станций и 225 месторождений природного газа.

Надежность работы ГТС Украины обеспечивается 13 подземными хранилищами газа, которые являются неотъемлемым технологическим звеном единой системы газоснабжения Украины.

Одной из отличительных особенностей режимов транспорта природного газа (РТПГ) в ММГ Украины является их существенно большая степень нестационарности (например, по сравнению с режимами работы ЕСГ РФ), связанных как с нестационарностью процессов потребления газа потребителями Украины и стран Центральной и Западной Европы (внешними возмущениями), так и с внутренними возмущениями структуры и параметров технологического оборудования ММГ, связанных с проведением значительных объемов ремонтно-восстановительных и планово предупредительных работ.

Поэтому разработка наиболее адекватных математических моделей (ММ) и методов моделирования нестационарных неизотермических РТПГ (ННРТПГ) в ММГ является особенно актуальной проблемой для повышения качества и эффективности оперативно-диспетчерского управления ММГ Украины.

## **2. Истоки исследования авторов и цели работы**

Статья содержит в себе наработки и материалы предыдущих исследований авторов данной работы, посвященные проблеме моделирования ННРТПГ в ММГ ([1, 2, 4, 6]). Однако данные работы ([1, 2, 4, 6]), были посвящены более конкретным и простым технологическим схемам и случаям. Данная же статья посвящена более полному описанию структуры ММГ – при моделировании ННРТПГ в ММГ учитывается совместная работа пассивных (участки трубопровода (УТ) и запорная арматура) и активных (КЦ) элементов ММГ.

В [3] предложены методы и технологии численного моделирования ММГ для комплексного анализа их фактического состояния, оптимизации режимов их функционирования и своевременного предотвращения аварий. Они построены с использованием базовых ММ механики сплошных сред, современных численных методов механики и математического программирования. В [5] также рассмотрены проблемы разработки расчетных компьютерных комплексов моделирования и оптимизации режимов, как отдельных технологических объектов, так и в целом ММГ. В работе приведены основные расчетные методы, формулы и алгоритмы, ориентированные на практическое их применение.

Работы [3, 5, 8] послужили хорошей теоретической базой при написании ММ для отдельных элементов ММГ, а также при разработке нового метода решения предложенной общей ММ ММГ.

Цель статьи состоит в выполнении ряда практических задач, направленных на решение вышеописанной проблемы, а именно:

- построение адекватной ММ ННРТПГ в ММГ, включающей в себя модели УТ, КЦ и запорной арматуры;
- разработка метода и алгоритма расчета предложенной системы уравнений ММ, позволяющих рассчитывать ННРТПГ по любому фрагменту ММГ, представленному в виде технологических или расчетных схем;
- проведение численного анализа ННРТПГ, позволяющего отслеживать динамику изменения параметров газовых потоков в ММГ, прогнозировать и своевременно предупреждать аварийные ситуации.

## **3. Построение ММ ННРТПГ в ММГ**

ММ ННРТПГ в ММГ должна включать в себя ММ структуры ММГ, ММ технологических элементов (УТ, КЦ и запорной арматуры), связанные между собой условиями согласования параметров газовых потоков (давление, расход и температура газа), а также граничные и начальные условия.

ММ структуры ММГ является ориентированным графом  $G(V, M)$ , где  $V$  – множество узлов графа,  $M$  – множество дуг графа. Узлы графа представляют собой места соединения технологических элементов между собой. Множество дуг  $M = M_1 \cup M_2 \cup M_3$ , где  $M_1$  – множество дуг графа соответствующих УТ,  $M_2$  – множество дуг графа соответствующих КЦ,  $M_3$  – множество дуг графа соответствующих кранам. Множество узлов  $V = V_1 \cup V_2 \cup V_3 \cup V_4 \cup V_5 \cup V_6 \cup V_7$ , где  $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7$  – множество входов ГТС, множество промежуточных узлов, множество выходов ГТС, множество входов и выходов в  $f$ -й КЦ,

$f = \overline{1, r}$ ,  $f \in M_2$ , множество входов и выходов в  $\tilde{f}$ -й кран,  $\tilde{f} = \overline{1, \tilde{r}}$ ,  $\tilde{f} \in M_3$  соответственно,  $|V| = v$ ,  $|V_1| = v_1$ ,  $|V_2| = v_2$ ,  $|V_3| = v_3$ ,  $|V_4| = |V_5| = r$ ,  $|V_6| = |V_7| = \tilde{r}$ .

ММ ННРТПГ по УТ, представляющему собой цилиндрическую трубу постоянного диаметра, описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных, учитывающей дроссель-эффект, (индекс УТ для удобства опущен) [1, 2] в матричной форме имеет вид:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + B \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \Phi \quad (3.1)$$

где  $\varphi = (W, P, T)$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2\alpha TS \frac{W}{P} & 1 - \alpha TS \frac{W^2}{P^2} & 0 \\ \alpha TS & 0 & 0 \\ \frac{\alpha ST^2(T(\gamma-1) + PD_j\gamma)}{(T-PD_j\gamma)P} & -\frac{\alpha S\gamma D_j T^2 W}{(T-PD_j\gamma)P} & \frac{\alpha S\gamma T^2 W}{(T-PD_j\gamma)P} \end{bmatrix}$ ,

$$\Phi = \begin{bmatrix} -\beta TS \frac{W|W|}{P} - \frac{g}{\alpha S} \frac{P}{T} \frac{dh}{dx} \\ 0 \\ -\frac{4K}{D} \frac{(\gamma-1)T^2(T-T_{ep})}{P(T-PD_j\gamma)} - \frac{g(\gamma-1)T^2 W}{(T-PD_j\gamma)P} \frac{dh}{dx} \end{bmatrix}, \quad \alpha = \frac{zgR}{S}, \quad \beta = \frac{\lambda\alpha}{2D}, \quad \gamma = \frac{C_p}{C_p - zgR},$$

$S$  – площадь поперечного сечения трубы,  $C_p$  – удельная теплоемкость газа,  $z$  – коэффициент сжимаемости газа,  $W(x, t)$ ,  $P(x, t)$ ,  $T(x, t)$  – удельный массовый расход, давление и температура,  $D_j$  – коэффициент Джоуля-Томсона,  $t$ ,  $x$  – временная и пространственная координаты,  $\lambda$  – коэффициент гидравлического сопротивления,  $D$  – диаметр трубы,  $K$  – коэффициент теплопередачи от трубы к грунту,  $T_{ep}$  – температура грунта,  $h$  – глубина залегания трубы,  $g$  – ускорение свободного падения.

Для построения наиболее простой модели КЦ, было сделано предположение, что он состоит из нескольких параллельно соединенных ГПА с одинаковыми характеристиками, имеющих общий входной и выходной трубопроводный коллектор. Это предположение позволяет в качестве модели КЦ использовать структуру модели ГПА с обобщенными характеристиками.

Таким образом, ММ КЦ представляет собой упрощенный вид модели, описанной в [4]. Данная упрощенная модель позволяет значительно сократить расчеты без потери точности полученных результатов и представляет собой алгебраические уравнения, описывающие стационарные РТРПГ через  $f$ -й КЦ ( $f = \overline{1, r}$ ) (индекс КЦ для удобства опущен):

$$P_K = \varepsilon \cdot P_H, \quad (3.2)$$

$$T_K = \varepsilon^{\frac{m-1}{m}} \cdot T_H, \quad (3.3)$$

где  $\varepsilon$  – степень сжатия природного газа КЦ,  $\varepsilon = \left(1 + \left(\frac{n}{n_0}\right)_{np}^2 \cdot (\varepsilon_0^{\frac{m-1}{m}} - 1)\right)^{\frac{m}{m-1}}$  –

формула пересчета  $\varepsilon$  при изменении числа оборотов и физических параметров газа,  $\varepsilon_0 = \varepsilon(Q_{np}, 1)$  – полином второй степени,  $P_H$ ,  $T_H$  – давление и температура газа на входе в КЦ,  $P_K$ ,  $T_K$  – давление и температура газа на выходе из КЦ,  $n$  – число оборотов нагнетателя,  $n_0$  – номинальное число оборотов нагнетателя,  $\left(\frac{n}{n_0}\right)_{np}$  – приведенное относительное число оборотов,  $Q_{np}$  – приведенная объемная производительность,  $m$  – показатель политропы.

Область допустимых режимов работы каждого, входящего в состав КЦ, ГПА определяется следующей системой неравенств:

- границей помпажной зоны центробежного нагнетателя (ЦБН)  $Q^-$  и предельно допустимой объемной производительностью  $Q^+$ :  $Q^- \leq Q_{np} \leq Q^+$ ;
- минимальным  $n^-$  и максимальным  $n^+$  числом оборотов привода ЦБН:  $n^- \leq n \leq n^+$ ;
- максимальной (располагаемой) мощностью привода:  $N \leq N^+$ ;
- максимальным выходным давлением, определяемым предельной прочностью труб:  $P_K \leq P^+$ ;
- максимальной температурой газа на выходе ЦБН, определяемой свойствами изоляционного покрытия:  $T_K \leq T^+$ .

Область допустимых режимов работы каждого, входящего в состав КЦ, ГПА задается пользователем как начальные данные.

Также в ММ ММГ необходимо учесть наличие запорной арматуры. Запорная арматура – это важная часть ММГ. Главными видами запорной арматуры являются задвижки, клапаны и краны, являющиеся, по сути, различными видами кранов. Условно все виды запорной арматуры будем называть кранами. ММ линейного крана при переводе всех единиц параметров РТПГ в систему единиц СИ, представляет собой уравнения описывающие РТПГ через  $\tilde{f}$ -й кран ( $\tilde{f} = \overline{1, r}$ ), и имеет следующий вид [5]:

$$P_K^{\tilde{f}} = P_H^{\tilde{f}} - \zeta \frac{Rg}{2(F_{\text{вых}}^{\tilde{f}})^2} \frac{T_K^{\tilde{f}} z_K^{\tilde{f}}}{P_K^{\tilde{f}}} (G_H^{\tilde{f}})^2, \quad (3.4)$$

$$T_K^{\tilde{f}} = T_H^{\tilde{f}} - D_j (P_H^{\tilde{f}} - P_K^{\tilde{f}}), \quad (3.5)$$

где  $P_H^{\tilde{f}}$ ,  $P_K^{\tilde{f}}$  — давление на входе и выходе  $\tilde{f}$ -го крана соответственно,  $\zeta$  – коэффициент местного гидравлического сопротивления,  $D_j$  – коэффициент Джоуля-Томсона,  $z_K^{\tilde{f}}$  – коэффициент сжимаемости,  $G_H^{\tilde{f}}$  – массовый расход газа

на входе  $\tilde{f}$ -го крана,  $F_{\text{вых}}^{\tilde{f}}$  — площадь сечения трубы за краном,  $T_H^{\tilde{f}}$ ,  $T_K^{\tilde{f}}$  — температура на входе и выходе  $\tilde{f}$ -го крана.

Уравнение (3.4) описывает местную потерю давления. При движении газа через краны наибольшее влияние на температуру оказывает эффект Джоуля-Томпсона, т.е. эффект, заключающийся в изменении температуры газа в результате медленного протекания его под действием постоянного перепада давлений через кран. Учитывая малую протяженность сечения крана, используем расчетную формулу (3.5).

Условия согласования параметров газового потока для  $m$ -го промежуточного узла линейного участка со степенью инциденций 2 и выше для расходов, давлений и температур соответственно принимают следующий вид:

$$\sum_{j \in V_m^+} G_j(x^{++}, t) = \sum_{i \in V_m^-} G_i(x^+, t), \quad m \in V_2 \quad (3.6)$$

$$P_j(x^{++}, t) = P_i(x^+, t), \quad j \in V_m^+, \quad i \in V_m^-, \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j \in V_m^+} ((G_j(x^{++}, t))^+ \cdot T_j(x^{++}, t)) + \sum_{i \in V_m^-} ((G_i(x^+, t))^+ \cdot T_i(x^+, t)) = \\ & = T_{cp}^m \cdot \left( \sum_{j \in V_m^+} ((G_j(x^{++}, t))^+ + (G_j(x^{++}, t))^-) + \sum_{i \in V_m^-} (G_i(x^+, t))^+ \right), \end{aligned} \quad (3.8)$$

если  $G_j(x^{++}, t) < 0$ , то  $T_j^m(x^{++}, t) = T_{cp}^m(t)$ ,  $j \in V_m^+$ ,

если  $G_i(x^+, t) > 0$ , то  $T_i^m(x^+, t) = T_{cp}^m(t)$ ,  $i \in V_m^-$ ,

где  $(a)^+ = \begin{cases} a, & a \geq 0 \\ 0, & a < 0 \end{cases}$ ,  $(a)^- = \begin{cases} -a, & a < 0 \\ 0, & a \geq 0 \end{cases}$ ,  $x^+$ ,  $x^{++}$  — начальная и конечная

координата соответствующего участка;  $V_m^+$ ,  $V_m^-$  — множество индексов дуг, входящих и выходящих из  $m$ -го узла графа,  $T_{cp}^m(t)$  — средняя температура вытекающего из  $m$ -го узла газа.

Условия согласования в  $f$ -м узле ( $f \in V_4$ ), являющимся входом  $f$ -го КЦ, ( $f = \overline{1, r}$ ), имеют вид:  $P(x^{++}, t) = P_H^f(t)$ ,  $W(x^{++}, t) \cdot S^{++} = G_{KU}^f(t)$ ,  $T(x^{++}, t) = T_H^f(t)$ , где  $x^{++}$  — конечная координата соответствующего участка, прилегающего к входу  $f$ -го КЦ,  $S^{++}$  — площадь поперечного сечения трубы соответствующего участка, прилегающего к входу  $f$ -го КЦ,  $W(x^{++}, t)$ ,  $P(x^{++}, t)$ ,  $T(x^{++}, t)$  — удельный массовый расход, давление и температура газа участка, прилегающего к входу  $f$ -го КЦ,  $G_{KU}^f(t)$  — массовый расход газа через  $f$ -й КЦ.

Условия согласования в  $f$ -м узле ( $f \in V_5$ ), являющимся выходом  $f$ -го КЦ, ( $f = \overline{1, r}$ ), имеют вид:  $P(x^+, t) = P_K^f(t)$ ,  $W(x^+, t) \cdot S^+ = G_{KU}^f(t)$ ,  $T(x^+, t) = T_K^f(t)$ , где  $x^+$  — начальная координата соответствующего участка, прилегающего к выходу

$f$ -го КЦ,  $S^+$  – площадь поперечного сечения трубы соответствующего участка, прилегающего к выходу  $f$ -го КЦ,  $W(x^+, t)$ ,  $P(x^+, t)$ ,  $T(x^+, t)$  – удельный массовый расход, давление и температура газа участка, прилегающего к выходу  $f$ -го КЦ.

Условия согласования в  $\tilde{f}$ -м узле ( $\tilde{f} \in V_6$ ), являющимся входом  $\tilde{f}$ -го крана, ( $\tilde{f} = \overline{1, \tilde{r}}$ ) имеют следующий вид:  $P(x^{++}, t) = P_H^{\tilde{f}}(t)$ ,  $W(x^{++}, t) \cdot S^{++} = G_{KP}^{\tilde{f}}(t)$ ,  $T(x^{++}, t) = T_H^{\tilde{f}}(t)$ , где  $x^{++}$  – конечная координата соответствующего участка, прилегающего к входу  $\tilde{f}$ -го крана,  $S^{++}$  – площадь поперечного сечения трубы соответствующего участка, прилегающего к входу  $\tilde{f}$ -го крана,  $W(x^{++}, t)$ ,  $P(x^{++}, t)$ ,  $T(x^{++}, t)$  – удельный массовый расход, давление и температура газа участка, прилегающего к входу  $\tilde{f}$ -го крана,  $G_{KP}^{\tilde{f}}(t)$  – массовый расход газа через  $\tilde{f}$ -й кран.

Условия согласования в  $\tilde{f}$ -м узле, ( $\tilde{f} \in V_7$ ), являющимся выходом  $\tilde{f}$ -го крана, ( $\tilde{f} = \overline{1, \tilde{r}}$ ) имеют следующий вид:  $P(x^+, t) = P_K^{\tilde{f}}(t)$ ,  $W(x^+, t) \cdot S^+ = G_{KP}^{\tilde{f}}(t)$ ,  $T(x^+, t) = T_K^{\tilde{f}}(t)$ , где  $x^+$  – начальная координата соответствующего участка, прилегающего к выходу  $\tilde{f}$ -го крана,  $S^+$  – площадь поперечного сечения трубы соответствующего участка, прилегающего к выходу  $\tilde{f}$ -го крана,  $W(x^+, t)$ ,  $P(x^+, t)$ ,  $T(x^+, t)$  – удельный массовый расход, давление и температура газа участка, прилегающего к выходу  $\tilde{f}$ -го крана.

Таким образом, общая ММ ННРПГ в ММГ представляет собой взаимосвязанные системы дифференциальных уравнений в частных производных, соответствующие каждому УТ, и системы нелинейных алгебраических уравнений, соответствующих каждому КЦ и каждому крану, которые связаны между собой системами линейных алгебраических уравнений, соответствующих условиям согласования параметров газового потока в узлах графа.

Для того чтобы система уравнений общей ММ ННРПГ в ММГ была разрешимой, необходимо задать на входах и выходах ММГ граничные условия 1-го и 2-го типов. Для узлов 1-го типа задано давление как функция времени, для узлов 2-го типа задан расход как функция времени.

Граничные условия для  $n$ -го ( $n \in V_1 \cup V_3$ ) узла примут вид:  $G_V^n = G^n(t)$  (узел 2-го типа) или  $P_{\text{узл}}^n = P^n(t)$  (узел 1-го типа), кроме того задана температура поступающего в узел природного газа  $T_{\text{узл}}^n(t) = T^n(t)$ , где  $n \in V_1$ .

Также задается начальное распределение параметров газового потока по каждому УТ ММГ:  $W_i(x, 0) = W_i^0(x)$ ,  $P_i(x, 0) = P_i^0(x)$ ,  $T_i(x, 0) = T_i^0(x)$ ,  $x \in [0, L_i]$ , где  $L_i$  – длина  $i$ -го УТ ( $i \in M_1$ ).

#### 4. Метод решения системы уравнений ММ ННРПГ в ММГ.

На основании выше изложенной модели разработан метод расчета системы уравнений общей ММ ННРПГ в ММГ. Для решения общей системы уравнений ММ используется метод конечных разностей.

При решении полученной системы уравнений ММ аппроксимация уравнений системы на УТ проводилась с использованием неявной конечно-разностной схемы, определенной на четырехточечном шаблоне.

Отрезок  $[x^+, x^{++}]$  для каждого УТ разбивается на  $N$  частей, интервал времени  $[0, T]$ , на котором производится расчет ННРПГ, разбивается на  $[T / \Delta t] = N_t$  временных слоев.

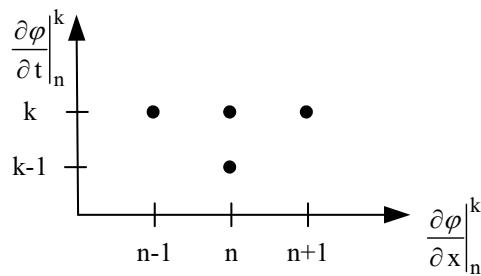


Рис. 1. Четырехточечный шаблон неявной конечно-разностной схемы

Тогда частные производные в системе уравнений (3.1) могут быть аппроксимированы следующими соотношениями (индекс УТ опущен):

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big|_n^k = \frac{\varphi_n^k - \varphi_n^{k-1}}{\Delta t}, \quad n = \overline{0, N}, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big|_n^k = \begin{cases} \frac{\varphi_1^k - \varphi_0^k}{\Delta x}, & , n = 0, \\ \frac{\varphi_{n+1}^k - \varphi_{n-1}^k}{2\Delta x}, & , n = \overline{1, N-1}, \\ \frac{\varphi_N^k - \varphi_{N-1}^k}{\Delta x}, & , n = N, \end{cases} \quad (4.2)$$

где  $k$  – временной слой,  $n$  – точка разбиения.

С учетом (4.1) и (4.2) уравнение (3.1) для крайних и внутренних точек  $i$ -го участка ( $i \in M_1$ ) записывается следующим образом (индекс  $i$  для удобства опущен):

$$-\frac{1}{2\Delta x} B_n^k \varphi_{n-1}^k + \frac{1}{\Delta t} \varphi_n^k + \frac{1}{2\Delta x} B_n^k \varphi_{n+1}^k = \Phi_n^k + \frac{1}{\Delta t} \varphi_n^{k-1}, \quad n = \overline{1, N-1} \quad (4.3)$$

$$\frac{1}{\Delta t} \varphi_0^k - \frac{1}{\Delta x} B_0^k \varphi_0^k + \frac{1}{\Delta x} B_0^k \varphi_1^k = \Phi_0^k + \frac{1}{\Delta t} \varphi_0^{k-1}, \quad (4.4)$$

$$\frac{1}{\Delta t} \varphi_N^k + \frac{1}{\Delta x} B_N^k \varphi_N^k - \frac{1}{\Delta x} B_N^k \varphi_{N-1}^k = \Phi_N^k + \frac{1}{\Delta t} \varphi_N^{k-1}. \quad (4.5)$$

После замены частных производных в системах дифференциальных уравнений для каждого УТ, получаем систему нелинейных алгебраических уравнений, которая является дискретным аналогом системы уравнений общей ММ ННРПГ.

Решение дискретного аналога системы (3.1), т.е. системы (4.3) – (4.5), осуществляется методом Ньютона путем его линеаризации на каждом шаге итерационного процесса. [1]. Получаем векторы невязок на  $s$ -й итерации  $k$ -го временного слоя для  $i$ -го участка:

$$\psi_0^{k,s,i} = \frac{1}{\Delta t} \varphi_0^{k,s,i} - \frac{1}{\Delta x} B_0^{k,s,i} \varphi_0^{k,s,i} + \frac{1}{\Delta x} B_0^{k,s,i} \varphi_1^{k,s,i} - \Phi_0^{k,s,i} - \frac{1}{\Delta t} \varphi_0^{k-1,i}, \quad (4.6)$$

$$\psi_n^{k,s,i} = -\frac{1}{2\Delta x} B_n^{k,s,i} \varphi_{n-1}^{k,s,i} + \frac{1}{\Delta t} \varphi_n^{k,s,i} + \frac{1}{2\Delta x} B_n^{k,s,i} \varphi_{n+1}^{k,s,i} - \Phi_n^{k,s,i} - \frac{1}{\Delta t} \varphi_n^{k-1,i}, n = \overline{1, N_i - 1} \quad (4.7)$$

$$\psi_{N_i}^{k,s,i} = \frac{1}{\Delta t} \varphi_{N_i}^{k,s,i} + \frac{1}{\Delta x} B_{N_i}^{k,s,i} \varphi_{N_i}^{k,s,i} - \frac{1}{\Delta x} B_{N_i}^{k,s,i} \varphi_{N_i-1}^{k,s,i} - \Phi_{N_i}^{k,s,i} - \frac{1}{\Delta t} \varphi_{N_i}^{k-1,i}. \quad (4.8)$$

Полученная линейная система (состоящая из линейных уравнений, описывающих РТРПГ по УТ, и линеаризованных условий согласования) является переопределенной, то есть количество уравнений больше, чем количество переменных, и ее необходимо преобразовать. Предложенный авторами работы метод сведения переопределенной системы уравнений к определенной позволяет существенно сократить размерность линейной системы и обеспечивает ее разрешимость в алгебраическом смысле.

Суть метода состоит в том, что часть переменных с помощью условий согласования исключается из системы линейных уравнений. Для этого линеаризуем условия согласования (3.6)-(3.7):

$$\sum_{j \in V_m^+} S_j \delta W_{N_j}^{k,s,j} = \sum_{i \in V_m^-} S_i \delta W_i^{k,s,i}, m \in V_2 \quad (4.9)$$

$$\delta P_{N_j}^{k,s,j} = \delta P_i^{k,s,i}, j \in V_m^+, i \in V_m^-. \quad (4.10)$$

В соответствии с предложенным методом из условия (4.9) необходимо выбрать переменную по удельному массовому расходу  $\delta W_{N_{j_0}}^{k,s,j_0}$  равную

$$\delta W_{N_{j_0}}^{k,s,j_0} = \frac{\sum_{i \in V_m^-} S_i \delta W_i^{k,s,i}}{\sum_{j \in V_m^+} S_j \delta W_{N_j}^{k,s,j}}, m \in V_2$$

и исключить ее из системы уравнений. При этом для промежуточных узлов, уравнение в котором находилась исключенная переменная по удельному массовому расходу складываем с уравнением с подобной переменной по удельному массовому расходу. Из условия (4.10) для промежуточных узлов графа ММГ необходимо оставить переменную  $\delta P_{j_0}^{k,s,j_0}$ ,  $j_0 \neq j_{\tilde{f}}$ , а все остальные

переменные из системы уравнений исключить, кроме переменных, относящихся к участкам трубопровода на которых находятся краны. При этом для промежуточных узлов, уравнения в которых находились исключенные

переменные по давлению складываем с уравнением с подобной переменной по давлению.

Совместный расчет режимов транспорта газа УТ через краны осуществляется следующим способом. Для всех узлов, являющимися выходами из кранов, соответствующие уравнения для определения невязок в 0 точке  $j$ -го участка по УТ заменяются уравнениями невязок модели крана (индекс крана для удобства опущен):

$$\begin{aligned}\psi_{0,2}^{k,s,j} &= P_H^{k,s,j} - P_K^{k,s,j} - \zeta \frac{Rg}{2(F_{\text{бых}}^{k,s,j})^2} \frac{T_K^{k,s,j} z_K^{k,s,j}}{P_K^{k,s,j}} (G_H^{k,s,j})^2, \\ \psi_{0,3}^{k,s,j} &= T_H^{k,s,j} - T_K^{k,s,j} - D_j (P_H^{k,s,j} - P_K^{k,s,j}),\end{aligned}$$

Условия согласования для  $\tilde{f}$ -го крана линеаризуем.

$$\begin{aligned}\delta P_{N_j}^{k,r,j} &= \delta P_H^{\tilde{f}}(t), \quad \delta G_{KP}^{\tilde{f}}(t) = \delta W_{N_j}^{k,r,j} S_j, \quad \delta T_{N_j}^{k,r,j} = \delta T_H^{\tilde{f}}(t), \\ \delta P_i^{k,r,i} &= \delta P_K^{\tilde{f}}(t), \quad \delta G_{KP}^{\tilde{f}}(t) = \delta W_i^{k,r,i} S_i, \quad \delta T_i^{k,r,i} = \delta T_K^{\tilde{f}}(t),\end{aligned}$$

Далее переменную по удельному массовому расходу, относящуюся ко входу или выходу из крана также исключаем из системы уравнений следующим способом. Заменяем переменную  $\delta W_{N_j}^{k,s,j}$  в системе уравнений в соответствии с условиями согласования для  $\tilde{f}$ -го крана по формуле:  $\delta W_{N_j}^{k,s,j} = \frac{S_i}{S_j} \cdot \delta W_i^{k,s,i}$ . При этом для узлов являющихся входом и выходом из крана, уравнение в котором находилась исключенная переменная по удельному массовому расходу складываем с уравнением с подобной переменной по удельному массовому расходу.

Для совместного расчета РТПГ через УТ и КЦ предлагается сделать следующие преобразования – для узлов соответствующих КЦ, уравнения по давлению и температуре, соответствующие входам КЦ, заменяются на линеаризованные уравнения (3.2) – (3.3). А именно, необходимо заменить выражения для второй и третьей компонент невязок для 0-й точки  $i$ -го УТ ( $i \in M_1$ ), находящегося за  $f$ -ой КЦ, на выражения, полученные из уравнений (3.2) и (3.3).

Таким образом на  $j$ -й итерации для  $i-1$ -го УТ система остается прежней, а для  $i$ -го будет иметь следующий вид (индекс УТ для удобства опущен):

$$\begin{aligned}\psi_{0,2}^{k,s,i} &= \left( \frac{P_0^{k,s,i}}{98066,5} - 1 \right) - \left( \frac{P_{N_{i-1}}^{k,s-1,i-1}}{98066,5} - 1 \right) \cdot \varepsilon, \\ \psi_{0,3}^{k,s,i} &= T_0^{k,s,i} - T_{N_{i-1}}^{k,s-1,i-1} \cdot (\varepsilon)^{\frac{m_j-1}{m_j}}.\end{aligned}$$

Условия согласования для КЦ линеаризуются тем же способом, что и условия согласования для крана. Далее добавляется линеаризованное условие согласования, относящееся к удельному массовому расходу:  $S_{i-1} \delta W_{N_{i-1}}^{k,s,i-1} = S_i \delta W_0^{k,s,i}$ ,  $i \in M_1$ .

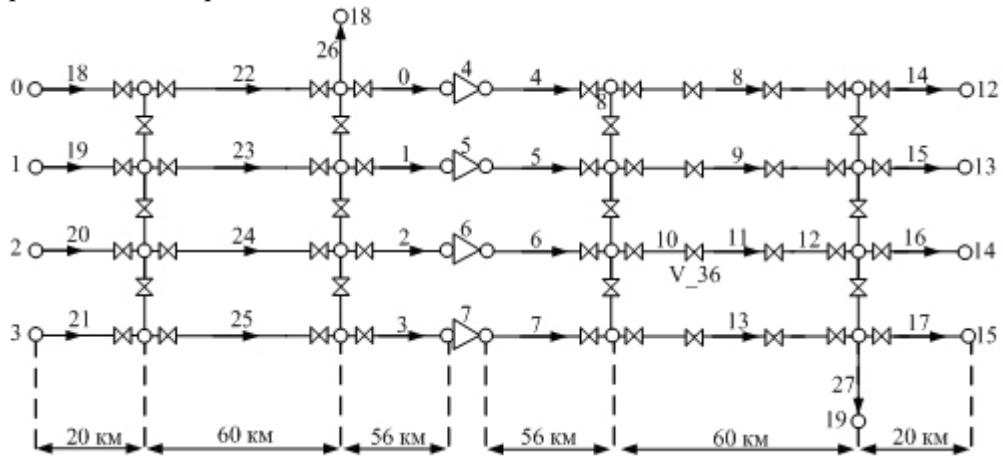
Полученная линейная система (состоящая из линейных уравнений, описывающих РТПГ по УТ, и линеаризованных условий согласования и уравнений, соответствующих КЦ) является переопределенной, то есть количество уравнений больше, чем количество переменных, и ее необходимо преобразовать. Предложенный авторами работы метод сведения переопределенной системы уравнений к определенной позволяет существенно сократить размерность линейной системы и обеспечивает ее разрешимость в алгебраическом смысле.

Суть предложенных преобразований в следующем – часть переменных исключается, а именно переменная по удельному массовому расходу  $W_{N_{i-1}}^{k,s,i-1}$ , относящаяся к концу  $(i-1)$ -го УТ. Уравнения для массового расхода, относящиеся к последней точке  $(i-1)$ -го УТ и начальной точке  $i$ -го участка ( $i \in M_1$ ), складываются. При этом, как уже говорилось ранее, уравнения для давления и температуры, относящиеся к первым точкам  $i$ -го участка, заменяются уравнениями, описывающими РТПГ через КЦ.

Эти преобразования помогают свести переопределенную систему к определенной, в которой число переменных совпадает с числом уравнений. После преобразований система линейных уравнений решается относительно векторов поправок к неизвестным методом Гаусса с выбором главного элемента. На каждом шаге итерационного процесса после нахождения параметров газового потока на каждом временном слое в соответствии с формулой (3.8) вычисляем среднюю температуру газа в узлах ММГ [6].

## 5. Вычислительный эксперимент

Рассмотрим пример расчета ННРТПГ в ММГ, расчетная схема которого представлена на рис. 2.



*Рис.2. Расчетная схема многониточного магистрального газопровода*

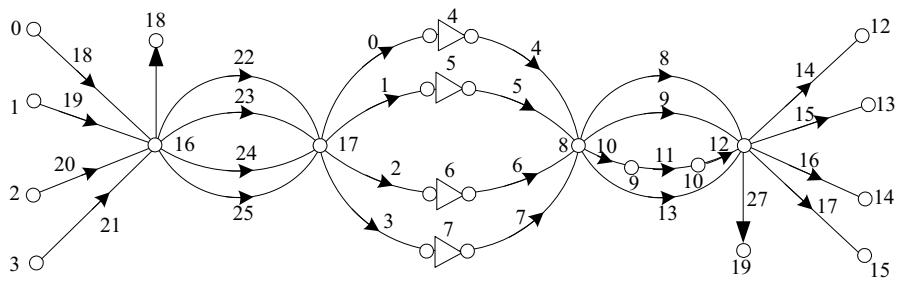


Рис.3. Граф расчетной схемы многониточного магистрального газопровода

В качестве начального условия принимаем стационарное течение газа с давлением  $P = 84,636$  атм, температурой  $T = 40^{\circ}\text{C}$  и суммарным коммерческим расходом природного газа равным  $265 \text{ млн.м}^3/\text{сут.}$

Таблица 1. Основные параметры, их обозначения и значения

Обозна чение	Численная величина	Название параметра
Характеристики УТ		
$D_i$	1400	Внутренние диаметры труб, мм
$h$	10	Толщина стенок, мм
$C_p$	0,655952	Удельная теплоемкость, ккал/кг·°C
$K$	1,4	Коэффициент теплопередачи от трубы к грунту, ккал/м <sup>2</sup> ·ч·°C
$\Delta$	0,604707	Относительная плотность газа по воздуху
$t_{\text{тр}}$	10	Температура грунта на глубине заложения газопровода, °C
Характеристики КЦ		
$Z_0$	0,9	Номинальное значение коэффициента сжимаемости
$R_0$	51,8	Номинальное значение газовой постоянной
$T_0$	293	Номинальное значение коэффициента температуры
$\gamma_0$	0,7236	Удельный вес газа в нормальных условиях
$n_0$	4200	Номинальное число оборотов нагнетателя КЦ
$n$	4800	Число оборотов нагнетателя КЦ
$k$	1,3	Показатель адиабаты
$E$	0,95	Коэффициент эффективности КЦ

В рассматриваемом тестовом примере кран  $V\_36$  линейно закрывался в течение 2-х минут через 180 мин. после начала расчета, а остальные краны полностью открыты. График зависимости площади сечения крана при его закрытии от времени представлен на рис. 4.

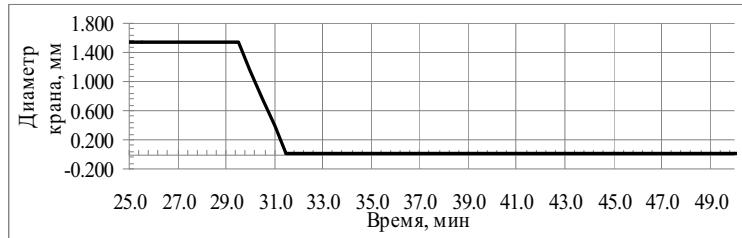


Рис.4. График зависимости площади сечения крана V\_36 при его закрытии от времени

Границные условия представлены в таблице 2.

Таблица 2. Границные условия

Узлы сети	Значения в узлах сети
0	$P(t) = 8,4 \text{ МПа}, T(t) = 40^{\circ}\text{C}$
1	$P(t) = 8,4 \text{ МПа}, T(t) = 40^{\circ}\text{C}$
2	$P(t) = 8,4 \text{ МПа}, T(t) = 40^{\circ}\text{C}$
3	$P(t) = 8,4 \text{ МПа}, T(t) = 40^{\circ}\text{C}$
12	$q^{12}(t) = \begin{cases} 55 \text{ млн.м}^3 \text{ в сут., } t \leq 360 \text{ мин.} \\ 70 \text{ млн.м}^3 \text{ в сут., } t > 360 \text{ мин.} \end{cases}$
13	$q^{13}(t) = 60 \text{ млн. м}^3 \text{ в сут., } t \geq 0 \text{ мин.}$
14	$q^{14}(t) = \begin{cases} 65 \text{ млн.м}^3 \text{ в сут., } t \leq 720 \text{ мин.} \\ 25 \text{ млн.м}^3 \text{ в сут., } 720 < t \leq 840 \text{ мин.} \\ 65 \text{ млн.м}^3 \text{ в сут., } t > 840 \text{ мин.} \end{cases}$
15	$q^{15}(t) = 60 \text{ млн. м}^3 \text{ в сут., } t \geq 0 \text{ мин.}$
18	$q^{18}(t) = 15 \text{ млн. м}^3 \text{ в сут., } t \geq 0 \text{ мин.}$
19	$q^{19}(t) = 10 \text{ млн. м}^3 \text{ в сут., } t \geq 0 \text{ мин.}$

Расчет проводился в течение 24-х часов с шагом разностной сетки по времени 30 сек. и шагом по пространству равным 10 км. В результате расчета получаем распределение параметров газового потока по рассматриваемому ММГ. Переходной процесс по всем параметрам газового потока заканчивается за 24 часа. На рис. 5 – 16 представлены графики зависимости параметров газового потока от времени для 3-й нитки (на которой расположен кран V\_36) в местах расположения остальных крановых площадок и КЦ.

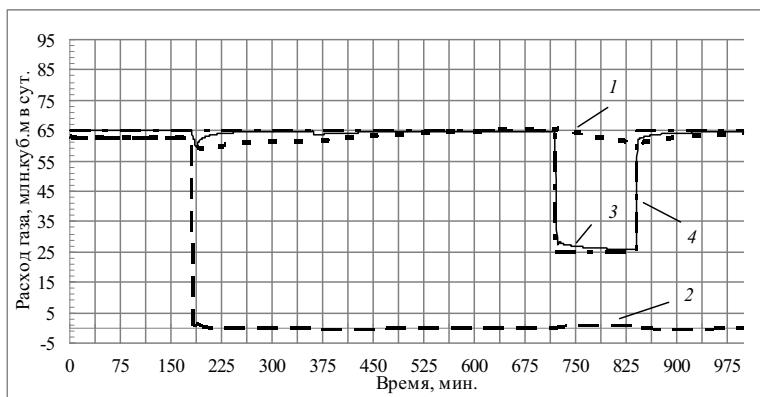


Рис.5. График зависимости расхода от времени в узлах ММГ (3-я нитка).  
1 – расход в 6-м узле, 2 – расход в 8-м узле, 3 – расход в 11-м узле, 4 – расход в 14-м узле.

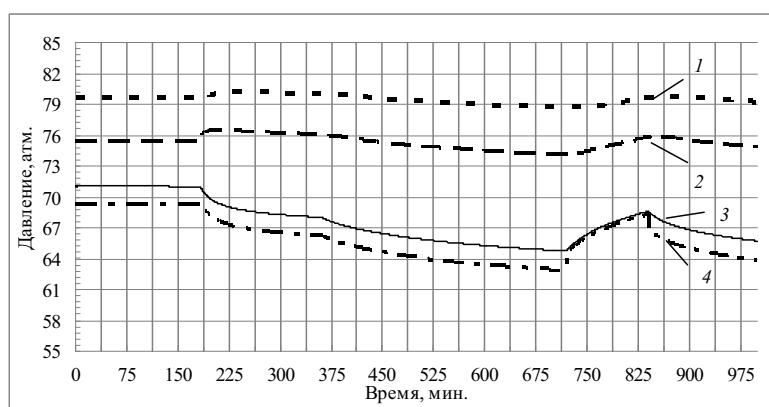


Рис.6. График зависимости давления от времени в узлах ММГ (3-я нитка).  
1 – давление в 6-м узле, 2 – давление в 8-м узле, 3 – давление в 11-м узле, 4 – давление в 14-м узле.

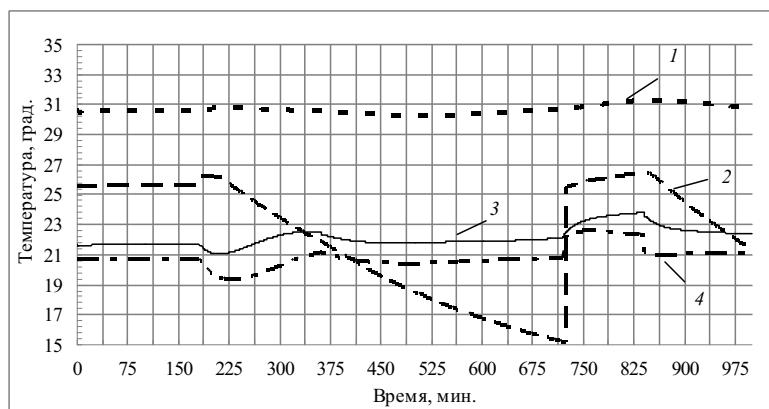


Рис.7. График зависимости температуры от времени в узлах ММГ (3-я нитка).  
1 – температура в 6-м узле, 2 – температура в 8-м узле, 3 – температура в 11-м узле, 4 – температура в 14-м узле.

## **6. Выводы и практическая значимость результатов исследования**

Научная новизна – впервые предложен метод расчета ННРТПГ по ММГ, ММ которого учитывает ММ УТ, КЦ и кранов, отличающийся от существующих методов расчета способом включения и исключения уравнений моделей всех элементов ММГ в общую систему уравнений общей ММ и позволяющий с высокой точностью рассчитывать реальные процессы течения газа в ММГ в реальном масштабе времени, а также прогнозировать различные ситуации с целью принятия необходимых управляющих воздействий.

Получила дальнейшее усовершенствование ММ ННРТПГ в ММГ, учитывающая эффект Джоуля-Томпсона и действие запорной арматуры и КЦ на РТПГ в ММГ, позволяющая наиболее адекватно описывать ННРТПГ в ММГ.

Верификация предложенного метода и алгоритма расчета нестационарных режимов проверена на тестовых примерах. Результаты расчетов тестовых примеров свидетельствуют об адекватности построенной модели. В частности, полученные значения параметров газового потока (давления, температуры, расхода природного газа) в любой точке рассматриваемой схемы ММГ при моделировании отключения с помощью кранов УТ, позволило исследовать влияние закрытия кранов на прилегающие к нему трубопроводы.

Полученные результаты имеют важную практическую значимость. Моделирование ННРТПГ в ММГ обеспечивает:

- надёжное выполнение графиков подачи газа с заданными параметрами как по магистральным газопроводам, так и по отводам;
- безопасную эксплуатацию ГТС путем прогнозирования и своевременного предупреждения аварийных ситуаций;
- повышение эффективности управления режимами транспорта газа за счет использования предложенных ММ, методов и алгоритмов.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Тевяшев А.Д., Гусарова И.Г., Чуркина А.В. Эффективный метод и алгоритм расчета нестационарных неизотермических режимов транспорта газа в газотранспортной сети произвольной структуры. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2006. – 2/3 (20). – С. 45-52.
2. Тевяшев А.Д., Гусарова И.Г., Буданцева Ю.В. Учет эффекта Джоуля-Томсона в тепловых расчетах для участка магистрального газопровода. // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2006. – 2/3 (20). – С. 57-61.
3. Численный анализ и оптимизация газодинамических режимов транспорта природного газа. / Под ред. В.Е. Селезнева. – М.: Едиториал УРСС, 2003. 224 с.
4. Тевяшев А.Д., Гусарова И.Г., Буданцева Ю.В. Особенности численного моделирования нестационарных неизотермических режимов транспорта газа по фрагменту сети с активными элементами. // Проблемы нефтегазовой промышленности: Сб. научн. трудов. Вып. 5. – Киев, 2007. – 648 с. – С. 446-452.

5. Сарданашвили С.А. Расчетные методы и алгоритмы (трубопроводный транспорт газа). – М.: ФГУП Изд-во «Нефть и газ» РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина, 2005.-577 с.
6. Тевяшев А.Д., Гусарова И.Г., Каминская А.В. Математическая модель и метод расчета нестационарных режимов в линейных участках магистральных газопроводах. // Научно-технический журнал «Радиоэлектроника и информатика». – 2007. – №2(37). – С. 144-150.
7. Трубопроводные системы энергетики. Управление развитием и функционированием. / Под общей ред. А.Д.Тевяшева – Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 2004. – с 322-330.
8. Чарный И.А. Неустановившееся движение реальной жидкости в трубах. – М.: "Недра", Изд. 2, перераб. и доп. 1975 – 296 с.

Надійшла у першій редакції 14.03.2009, в останній – 05.04.2009.