

УДК 621.39  
PACS 28.41.Ak

## НАДПОВІЛЬНЕ АВТОХВИЛЬОВЕ НЕЙТРОННО-ЯДЕРНЕ ГОРІННЯ ТА ХВИЛЬОВЕ ГОРІННЯ, ЩО ПІДТРИМУЄТЬСЯ ЗОВНІШНІМ ДЖЕРЕЛОМ НЕЙТРОНІВ

В.В.Урбаневич, І.В.Шарф, В.О.Тарасов,  
В.Д.Русов

*Одеський національний політехнічний університет,  
просп. Шевченка 1, 65044 Одеса, Україна  
e-mail: vitaliyurbanevich@rambler.ru*

У даній роботі розглядається модель хвильового нейтронно-ядерного горіння. Вперше розроблено нову модель хвильового нейтронно-ядерного горіння, для якої можливо навести аналогію з механічною дисипативною системою. У рамках нової моделі показано, що при різних значеннях управляючих параметрів, можливі два режими горіння: на бігучій автохвилі та хвилі, що підтримується нейтронами зовнішнього джерела. Знайдено, що існування автохвилі можливе лише в певних областях енергій нейтронів, а її швидкість має нерозривний, проте обмежений знизу, спектр значень.

**Ключові слова:** хвиля ядерного горіння, реактор на бігучій хвилі, реактор Феоктистова

### Вступ

На сьогоднішній день перспективи вирішення проблеми забезпечення людства енергією спеціалісти пов'язують з двома основними напрямками до яких можливо віднести розробляемі проекти, а саме, з термоядерними реакторами та ядерними реакторами V покоління, а також з їх гібридними варіантами - ядерно-термоядерними реакторами [1–5].

Стаття присвячена теоретичному дослідженню режимів хвильового нейтронно-ядерного горіння, які є базовими режимами роботи для деяких ядерних реакторів V покоління (Gen-V), наприклад, [1–3, 6]. Ці реактори отримали назву реакторів Л.П. Феоктистова (в США вони отримали назву «Traveling wave reactor», а в Японії - «CANDLE» - реактори). Реактори Л.П. Феоктистова, на нашу думку, є найбільш перспективним з реакторів V покоління.

В даній статті розглядається ряд особливостей концепції реактора на бігучій хвилі, або реактора Феоктисова. Головна з особливостей концепції реактора Феоктисова – зовнішні параметри та склад і структура активної зони при яких реалізується режим нейтронно-подільної хвилі повільного ядерного горіння повинні бути підбрані так, щоб, по-перше, його характерний час був помітно більше хвилини і, по-друге, щоб в режимі його роботи з'явилися елементи саморегулювання [1, 6].

## 1 Система кінетичних рівнянь

Наведемо систему кінетичних (балансових) рівнянь для нейтронів та нуклідів, які описують процес хвильового нейтронно-ядерного горіння середовища, що поділяється. За основу беремо роботу Л. П. Феоктисова [6]. Зауважимо, що система, яка буде розглядатися далі, матиме спрощений вигляд. В ній, як і в роботі [6], відкинуті рівняння, які описують уламки ядерного поділу, а також, вважається, що на початку паливо є не збагаченим і складається лише з урану 238 ( $U^{238}$ ) (тобто немає рівняння для будь-якого з нуклідів, що поділяється, наприклад для  $U^{235}$ , як у [9]).

Дана система у автохвильовому вигляді (враховуючи деякі спрощення та обезрозмірення) має вигляд:

$$\begin{cases} v \frac{dn}{dz}(z) = \frac{d^2 n}{dz^2}(z) + ((\nu - 2)n_{Pu}(z) - n_8(z) - n_9(z))n(z), \\ v \frac{dn_8(z)}{dz} = -n_8(z)n(z), \\ v \frac{dn_9(z)}{dz} = (n_8(z) - n_9(z))n(z) - \varepsilon n_9(z), \\ v \frac{dn_{Pu}(z)}{dz} = \varepsilon n_9(z) - \frac{1}{\tilde{n}_{Pu}} n_{Pu}(z)n(z). \end{cases} \quad (1)$$

де

$$\tilde{n}_{Pu} = \frac{\sigma_{c,8}}{\sigma_{f,Pu} + \sigma_{c,Pu}}. \quad (2)$$

У системі (1),  $\varepsilon$  - це дуже малий параметр, який дорівнює  $\frac{\tau}{T_\beta}$ , тобто відношення часу вільного пробігу нейтронів (який приблизно дорівнює  $10^{-7}$  с) до характерного часу  $\beta$ -розпаду (3,3 доби).

За допомогою підстановки та елементарних математичних перетворень можна проінтегрувати рівняння системи(1).

Допустимо наступне наближення:

$$\int_{-\infty}^z dz_2 n(z_2) \exp\left(\frac{\varepsilon}{v} z_2\right) \approx n(z) \int_{-\infty}^z dz_2 \exp\left(\frac{\varepsilon}{v} z_2\right). \quad (3)$$

З урахуванням даного наближення та дій, описаних вище, система рівнянь (1) прийме вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{v} \frac{dn}{dz}(z) = n(z) - n_9(z) - \frac{\varepsilon}{v} (1 + (\nu - 2) \tilde{n}_{Pu}) \int_{-\infty}^z n_9(z_1) dz_1 - \\ + (\nu - 2) \tilde{n}_{Pu} n_{Pu}(z) + 2n_{8,-\infty} \left( 1 - \exp \left( -\frac{1}{v} \int_{-\infty}^z n(z_1) dz_1 \right) \right), \\ n_8(z) = n_{8,-\infty} \exp \left( -\frac{1}{v} \int_{-\infty}^z n(z_1) dz_1 \right), \\ n_9(z) = \frac{n_{8,-\infty}}{\varepsilon} \exp \left( -\frac{1}{v} \int_{-\infty}^z n(z_1) dz_1 \right) n(z), \\ n_{Pu}(z) = \frac{\tilde{n}_{Pu} n_{8,-\infty}}{1 - \tilde{n}_{Pu}} \left[ \exp \left( -\frac{1}{v} \int_{-\infty}^z n(z_1) dz_1 \right) - \exp \left( -\frac{1}{v \tilde{n}_{Pu}} \int_{-\infty}^z n(z_1) dz_1 \right) \right]. \end{array} \right. \quad (4)$$

## 2 Аналогія з другим законом Ньютона

Звернемо увагу на перше рівняння з системи (4). Оскільки в інших рівняннях цієї системи ми вже отримали вирази для  $U^{239}$  та  $Pu^{239}$ , то можна їх до нього підставити. Після підстановки зведемо подібні та проінтегруємо там, де це можливо. Врешті-решт ми отримаємо наступний вираз:

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{dn}{dz}(z) = & \left[ 1 - \frac{n_{8,-\infty}}{\varepsilon} \exp \left( -\frac{1}{v} \int_{-\infty}^z n(z_1) dz_1 \right) \right] n(z) + \\ & + n_{8,-\infty} (1 - (\nu - 2) \tilde{n}_{Pu}) + n_{8,-\infty} \frac{(\nu - 1) \tilde{n}_{Pu} - 1}{1 - \tilde{n}_{Pu}} \exp \left( -\frac{1}{v} \int_{-\infty}^z n(z_1) dz_1 \right) - \\ & - \frac{(\nu - 2) (\tilde{n}_{Pu})^2 n_{8,-\infty}}{1 - \tilde{n}_{Pu}} \exp \left( -\frac{1}{v \tilde{n}_{Pu}} \int_{-\infty}^z n(z_1) dz_1 \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Ми отримали інтегрально-диференціальне рівняння. Введемо у нього нову змінну  $N(z)$  наступним чином:

$$N(z) \equiv \frac{1}{v} \int_{-\infty}^z n(z_1) dz_1. \quad (6)$$

Будемо вважати  $N(z)$  аналогом координати. Зауважимо, що швидкість, тобто похідна від цієї координати, не може бути від'ємною. У даному випадку похідна дорівнює концентрації нейтронів, отже негативний знак при швидкості означатиме такий же знак при  $n(z)$ , що виводить нас з фізичної області.

З урахуванням (6), (5) приймає вигляд:

$$\frac{d^2 N(z)}{dz^2} = v \left( 1 - \frac{n_{8,-\infty}}{\varepsilon} \exp(-N(z)) \right) \frac{dN(z)}{dz} + n_{8,-\infty} (1 - (\nu - 2) \tilde{n}_{Pu}) + n_{8,-\infty} \frac{(\nu - 1) \tilde{n}_{Pu} - 1}{1 - \tilde{n}_{Pu}} \exp(-N(z)) - \frac{(\nu - 2) (\tilde{n}_{Pu})^2 n_{8,-\infty}}{1 - \tilde{n}_{Pu}} \exp\left(-\frac{N(z)}{\tilde{n}_{Pu}}\right). \quad (7)$$

Відзначимо, що рівняння (7) має зазначений вигляд завдяки тому, що у розділі 1 при переході до автохвильової змінної  $z = y + vt$  ми не знехтували похідною по часу у системі кінгетичних рівнянь, як, наприклад, це було зроблено у роботах [6, 10].

У рівнянні (7) можна простежити паралелі з другим законом Ньютона. Якщо розглядати  $N(z)$  як аналог координати, то її друга похідна буде прискоренням, тобто праворуч від знака рівності у (7) буде рівнодіюча сила, нормована на масу. Праворуч від знаку рівності буде сума сили в'язкості (той доданок, у якому присутня швидкість) та сила, яка виклакана деяким потенціалом взаємодії та є мінус градієнт від потенціальної енергії. Дійсно ми можемо вважати її такою, тому що легко отримати вираз, похідна якого, узята з протилежним знаком буде дорівнювати саме цьому доданку.

Введемо наступні позначення:

$$k_1 \equiv -(1 - (\nu - 2) \tilde{n}_{Pu}), k_2 \equiv \frac{(\nu - 1) \tilde{n}_{Pu} - 1}{1 - \tilde{n}_{Pu}}, k_3 \equiv -\frac{(\nu - 2) (\tilde{n}_{Pu})^3}{1 - \tilde{n}_{Pu}} \quad (8)$$

$$U(N) \equiv n_{8,-\infty} \left( k_1 N + k_2 \exp(-N) - k_3 \exp\left(-\frac{N}{\tilde{n}_{Pu}}\right) \right). \quad (9)$$

Якщо ми домножимо (7) на  $\frac{dN(z)}{dz}$  та дещо його перетворемо, то отримаємо наступне рівняння, яке аналогічне законові збереження енергії:

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{1}{2} \left( \frac{dN(z)}{dz} \right)^2 + U(N) \right) = v \left( 1 - \frac{n_{8,-\infty}}{\varepsilon} \exp(-N(z)) \right) \left( \frac{dN(z)}{dz} \right)^2. \quad (10)$$

У виразі (10) похідна від суми кінетичної та потенціальної енергій дорівнює силі в'язкості. Тобто це рівняння можна розглядати як закон збереження енергії і сумарна енергія може змінюватись тільки за рахунок роботи сили в'язкості середовища.

Нас цікавить знайти такі випадки, коли система прийде до рівноваги, що відповідає встановленню автохвильового режиму горіння. А це можливе, коли повна сила, що складається з "потенціальної" сили та "дисипативної" сили в'язкості, дорівнює нулю. Для цього потрібно, щоб у потенціальної енергії існували точки мінімуму, тому що в таких точках похідна від потенціальної енергії (тобто потенціальна складова сили) буде дорівнювати нулю, і щоб у таких точках швидкість також дорівнювала нулю (або кінетична енергія дорівнювала нулю), тому що в такому разі дисипативна сила в'язкості також буде дорівнювати нулю.

Тому розглянемо варіанти поведінки потенціальної енергії (9) в залежності від її коефіцієнтів.

Спочатку розглянемо випадок, коли  $\tilde{n}_{Pu}$  менше одиниці. Відзначимо, що на відміну від роботи [6], де величина  $\tilde{n}_{Pu}$  розглядається як рівноважна концентрація плутонію і тому не може бути більше одиниці, в нашій роботі  $\tilde{n}_{Pu}$  розглядається як деякий довільний параметр і тому він може бути як менше одиниці, так і більше.

У випадку (коли  $\tilde{n}_{Pu}$  менше одиниці) експонента з множником  $\tilde{n}_{Pu}$  у показнику вносить значно менший вклад до потенціальної енергії (9) по зрівнянню з іншою експонентою у (9), тому в цьому випадку  $k_3$  можна не враховувати як коефіцієнт, що значно впливає на поведінку потенціальної енергії, та найбільший вклад внесуть коефіцієнти  $k_1$  та  $k_2$ .

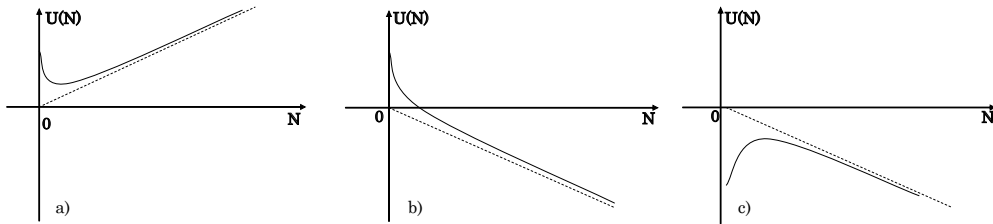


Рис. 1: Залежність потенціальної енергії ( $U$ ) від координати ( $N$ ) при а):  $k_1 > 0, k_2 > 0$ ; б):  $k_1 < 0, k_2 > 0$ ; в):  $k_1 < 0, k_2 < 0$

Розглянемо вигляд потенціальної енергії у випадку, коли ( $k_1 > 0, k_2 > 0$ ). На Рис. 1(а) представлена потенціальна енергія у цьому випадку та ми бачимо, що у потенціальної енергії є мінімум, тобто є стійка стаціонарна точка. Похідна від потенціальної енергії (тобто потенціальна складова сили) в даній точці дорівнює нулеві, тобто це є можливий стаціонарний стан (якщо кінетична енергія дорівнює нулеві), що відповідає автохвильовому режиму горіння.

Згадаємо про те, що похідна від  $N$  не може бути від'ємною, тому що це приведе нас до від'ємних концентрацій нейтронів, тобто до нефізичної області. Якщо ми розглядаємо  $N$  як аналог координати деякого об'єкта, то її похідна - аналог швидкості. Тобто швидкість не може бути від'ємною, як не фізична. Якщо тіло, координата якого  $N$ , починає рух з точки  $N = 0$  і ми хочемо, щоб врешті-решт воно опинилося у точці рівноваги (мінімум), то воно не повинно переступати за цю точку. Оскільки тоді похідна від потенціальної енергії не буде дорівнювати нулю, тобто буде діяти сила і тіло буде рухатися. Відомо, що потенціальна енергія не може бути більше повної, отже у якийсь час, коли кінетична енергія повністю перейде у потенціальну, почнеться рух у протилежному напрямку. А це значить, що швидкість цього тіла стане від'ємною. Ми не можемо цього допустити, як не фізичне. Отже потрібно, щоб коли потенціальна енергія дійде до точки мінімуму вся кінетична енергія дисипувалась за рахунок в'язкості і тіло зупинилося у стаціонарній точці.

Далі розглянемо варіант, коли ( $k_1 < 0, k_2 > 0$ ) (Рис. 1(б)). У даному випадку точки мінімуму не існує і потенціальна енергія буде спрямовуватися до  $(-\infty)$ . Це означає, що у такої системи немає точки рівноваги і автохвильовий режим горіння встановитися не може. А отже такий варіант нас не влаштовує.

І останній варіант ( $k_1 < 0, k_2 < 0$ ) зображений на Рис. 1(в). Ми бачимо, що у та-

кій системі є стаціонарна точка - максимум. Але дана точка не є стійкою та при найменшому відхиленні від неї система спрямується або до нульового значення потенціальної енергії, або до  $(-\infty)$ . Тобто у даному випадку система не може прийти до стану рівноваги і залишитися у ньому, а це означає, що автохвильовий режим утворитися також не може.

Отже ми прийшли до висновку, що при  $\tilde{n}_{Pu} < 1$  нас задовільняє тільки випадок, що зображений на Рис. 1 (а), тобто коли  $(k_1 > 0, k_2 > 0)$ .

Тепер розглянемо варіант, коли параметр  $\tilde{n}_{Pu}$  більше одиниці. У такому випадку,  $k_1$  та  $k_3$  завжди більше за нуль, а  $k_2$  завжди менше нуля. На поведінку потенціальної енергії поблизу нуля більше впливатиме експонента з множником  $k_3$ . Цей коефіцієнт точно більше нуля при  $\tilde{n}_{Pu} > 1$ , отже на графіку ми будемо спостерігати мінімум, що нам і потрібно. Тобто схематично поведінка  $U(N)$  матиме такий вигляд, який зображено на Рис. 1(а). Отже нас влаштовує будь-який випадок, коли  $\tilde{n}_{Pu}$  більше одиниці.

### 3 Знаходження критерію для швидкості хвилі

Ми визначилися з тим, що для можливості існування автохвильового режиму коефіцієнти  $k_1, k_2$  та  $k_3$  (з урахуванням значення  $\tilde{n}_{Pu}$ ) мають бути такими, щоб у потенціальної енергії (тобто її аналога) був мінімум. У такому разі графік потенціальної складової сили (похідної від  $U(N)$  взятої з протилежним знаком) матиме дві точки у яких дорівнюватиме нулеві а також точку максимуму (тому що як видно з Рис. 1 (а), у потенціальної енергії є точка перегину).

Оскільки у автомобельному вигляді хвиля йде на незкінченному проміжку, то точку  $z = 0$  можна перенести на скінченний відрізок відносно  $N$  і це на неї суттєво не вплине. Тоді нехай  $z = 0$  в точці  $\frac{N_0}{2}$ .

Далі спробуємо замінити функцію сили на дві лінійні: від  $-\infty$  до нуля (по  $z$ ) та від нуля до  $+\infty$ . Коли ми вирішимо рівняння (10) відносно  $N$  з функціями сили у вигляді таких прямих, то отримаємо по дві невідомі константи для кожного (тому що рівняння другого порядку), які підберемо таким чином, щоб виконувались граничні умови. Також ми сподіваємося, що підбір цих констант завершиться тим, що доведеться занулити по одній з них у кожній прямій через те, що функції, при яких вони стоятимуть, даватимуть розходження на нескінченності. Тоді при сшивці в точці  $\frac{N_0}{2}$  функцій та перших похідних, ми б отримали одне "зайве" рівняння, яке можна використати для знаходження швидкості хвилі (подібно тому, як знаходяться власні значення енергії у квантовій механіці).

Розглянемо спочатку проміжок  $z \in (-\infty, 0)$ . На цій півпрямій введемо наступні наближені функції сили та потенціальної енергії:

$$F(N) = qN, \quad (11)$$

$$U(N) = U_0 - q\frac{N^2}{2}, \quad (12)$$

де  $q$  - це кутовий коефіцієнт прямої (11).

Підставивши (12) до (10), ми отримаємо однорідне дифференціальне рівняння другого порядку, розв'язок якого матиме вигляд:

$$N(z) = C_1 \exp(\chi_1 z) + C_2 \exp(\chi_2 z) \quad (13)$$

$$\chi_{1,2} = \frac{1}{2} \left( -\frac{vn_{8,-\infty}}{\varepsilon} \pm \sqrt{\left(\frac{vn_{8,-\infty}}{\varepsilon}\right)^2 + 4q} \right). \quad (14)$$

Ми бачимо, що  $\chi_1$  додатна, а  $\chi_2$  - від'ємна. Отже, для того, щоб на  $-\infty$  ми отримали  $N(z)$ , яка сходиться, потрібно прирівняти  $C_2$  до нуля.

Тепер розглянемо проміжок  $z \in (0, +\infty)$ . У данному випадку робимо наступну заміну:

$$F(N) = -q(N - N_0), \quad (15)$$

$$U(N) = U(N_0) - \frac{q}{2}(N - N_0)^2. \quad (16)$$

Коли ми знову підставимо потенціальну енергію до (10), то отримаємо схожий розв'язок.

$$N(z) = N_0 + D_1(v) \exp(\lambda_1(v)z) + D_2(v) \exp(\lambda_2(v)z), \quad (17)$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left( -v \frac{n_{8,-\infty}}{\varepsilon} \exp(-N_0) \pm \sqrt{\left(\frac{vn_{8,-\infty}}{\varepsilon} \exp(-N_0)\right)^2 - 4q} \right). \quad (18)$$

Бачимо, що і  $\lambda_1$ , і  $\lambda_2$  - від'ємні, тобто на  $+\infty$  обидві константи стоять при "хороших" експонентах (тих що сходяться) і ми не можемо жодної з них занулити. Отже при швидкості ми не отримаємо додаткового рівняння, яке можна було б використати для знаходження швидкості.

У рівнянні (18) під коренем вираз, який може бути від'ємним. У такому випадку розв'язок матиме вигляд суми синуса та косинуса з деякими коефіцієнтами. Оскільки у них буде скінченний період, а хвиля йде на нескінченному проміжку, то в деякий момент похідна стане від'ємною. Як ми вже говорили раніше, це приведе нас до від'ємної концентрації нейтронів, тобто до нефізичної області.

Якщо розглядати дану вимогу відносно  $v$ , то отримаємо наступне обмеження:

$$v \geq \frac{2\varepsilon}{n_{8,-\infty}} \sqrt{q} \exp(N_0). \quad (19)$$

Тобто швидкість хвилі може приймати не одне (визначене) значення, а нерозривний спектр значень, не менше певного. Якщо розглядати це твердження крізь призму аналогії з законом збереження енергії, то можна сказати, що в'язкість не може бути менше певного значення. Це логічно, тому що якщо збільшувати в'язкість, то кінетична енергія все одно повністю дисипується до точки мінімуму, проте якщо взяти в'язкість недостатньо великою, то в стаціонарній точці у тіла буде якась швидкість і воно продовжить рух, що, врешті-решт, призведе до зворотного руху. Як уже відзначалось вище, зворотнього руху допускати не можна, бо при цьому "швидкість" (похідна від  $N(z)$ ) стає від'ємною, а це не фізично.

## 4 Знаходження спектру енергій нейтронів, при яких є можливим існування автохвильового режиму

Ми зрозуміли, що для існування автохвильового режиму, у графіка потенціальної енергії, тобто її аналога, повинна бути точка мінімуму, а швидкість хвилі має бути такою, щоб кінетична енергія повністю дисипувалась до цієї точки. Цікаво розглянути, як виконання першої умови залежить від енергії нейтронів. Згідно (8) та (9),  $U(N)$  залежить від  $\nu$  та  $\tilde{n}_{Pu}$ . Ці параметри, в свою чергу, залежать від енергії нейтронів.

Параметр  $\tilde{n}_{Pu}$  знаходимо за формулою (2). В свою чергу, згідно [11–13], середня кількість нейтронів  $\nu$ , що породжуються при поділі ядра, має наступну залежність від енергії:

$$\nu(Z, A, E_n) = 2,33 + 0,06 \left( 2 - (-1)^{A+1-Z} - (-1)^Z \right) + 0,15(Z - 92) + 0,02(A - 235) + (0,13 + 0,006(A - 235))(E_n - E_{threshold}), \quad (20)$$

де  $E_{threshold}$  - порогова енергія, значення якої залежить від нукліду.

Оскільки у даному випадку нас цікавить середня кількість нейтронів  $\nu$  для  $Pu^{239}$ , то обираємо наступні параметри для рівняння (20):

$$A = 239, Z = 94, E_{threshold} = -0,89 (MeV). \quad (21)$$

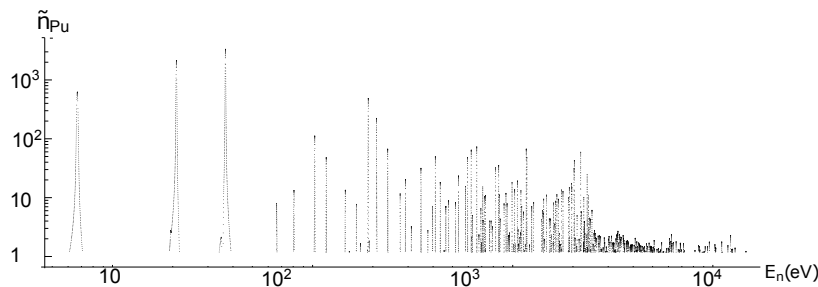


Рис. 2: Залежність параметру  $\tilde{n}_{Pu}$  від енергій нейтронів, при яких можливе існування автохвильового режиму (для повного спектру енергій)

Тепер ми знаємо залежність коефіцієнтів у потенціальної енергії (тобто її аналога) від енергії нейтронів. Потрібно знайти весь спектр енергій, при котрих у потенціальної енергії буде мінімум. Це ми зробимо наступним чином: розіб'ємо деякий проміжок  $N$  (від нуля до певного, максимального, значення) на достатньо малі відрізки і будемо порівнювати значення  $U(N)$  у трьох сусідніх точках. Якщо у точці, яка лежить між двох інших, значення функції буде менше від решти, то мінімум у функції є. Якщо таких трьох точок не знайдемо, то мінімуму немає. Проаналізувавши таким чином увесь спектр енергій нейтронів, знаходимо усі проміжки з мінімумами.



Надалі нам потрібно показати графічно усі значення енергії нейтронів, при яких був знайдений мінімум у потенціальної енергії. Це буде зручно показати як множини точок на графіку, де по осі абсцис буде енергія нейтронів, а ординат - параметр  $\tilde{n}_{Pu}$ . Значення цього параметру будуть наводитися тільки при таких енергіях, при яких у потенціальної енергії є стаціонарна точка - мінімум.

На Рис. 2 зображені залежність параметра  $\tilde{n}_{Pu}$  від енергій нейтронів. При розрахунках були використані залежності перерізів нуклідів від енергії нейтронів з бази даних [14]. З Рис. 2 видно (згідно з висновками у розділі 2), що є у швидкій області немає точок, тобто автохвильовий режим в у даній області встановитися не може.

Повний спектр енергій зображений на Рис. 2.

## 5 Чисельні розрахунки

Система рівнянь, яка розглядалась вище є спрощеною і не цілком відображає фізичні процеси, що проходять у активній зоні. Розглянемо систему, що наведена у [9] і яка є більш точною та складається з 19 рівнянь. В ній, на відміну від (1), враховується збагачення палива, а також утворення уламків. Чисельні розрахунки будемо проводити з системою у звичайних змінних (тобто координата та час)

Для моделювання скористуємося Wolfram Mathematica. Розрахунки будемо проводити для енергії нейтронів, що дорівнює  $E_n = 5,923$  (eV). На жаль, на даний момент точно змоделювати дану систему не є можливим, тому скористуємося певними наближеннями. Візьмемо  $\varepsilon = 10^{(-3)}$  (при безрозмірності у повній системі також з'являється такий параметр, який має точно таке ж значення як і у (??9)), тобто "відповідає" за  $\beta$ -розпад). Це значення не є реальним з фізичної точки зору (насправді  $\varepsilon$  порядку  $10^{(-15)}$ ), проте для нашої моделі важко провести чисельні розрахунки з більш точним значенням. Решту констант для розрахунків ми задаємо згідно обраної нами енергії нейтронів.

Було проведено чисельне моделювання кінетики хвильового горіння для випадка, коли постійно діяло зовнішнє джерело нейтронів, та при його відключенні через деякий час після встановлення режиму хвильового горіння. Оскільки об'єм даної статті обмежений, то наведемо лише результати моделювання з відключенням джерела. Це здійснюється для підтвердження автохвильового режиму горіння.

При моделюванні з відключенням зовнішнього джерела нейтронів функцію зовнішніх нейтронів задавали таким чином:

$$n_0(t) = 3000 \cdot t \cdot \exp(-0.5 \cdot t). \quad (22)$$

Така функція джерела відповідає тому, що спочатку кількість зовнішніх нейтронів збільшується, а потім поступово згасає і, врешті-решт, експоненціально прямує до нуля.

На Рис.3 представлені результати чисельного моделювання у такі моменти часу, коли  $n_0(t)$  можна вважати рівним нулеві, тобто джерело зовнішніх нейтронів вимкнене. Ми бачимо, що утворився автохвильовий режим. Це підтверджується тим, що починаючи з деякого моменту часу кожний наступний графік відрізняється від попереднього тільки зсувом по осі у.

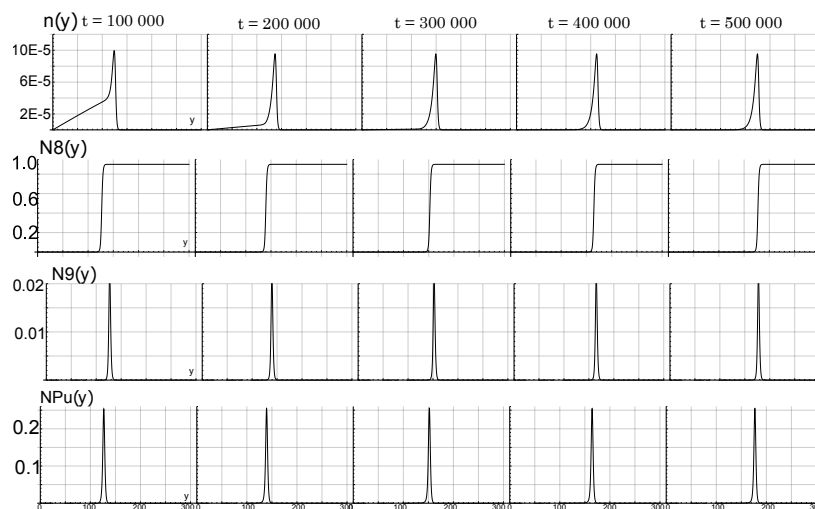


Рис. 3: Графіки концентрацій у моменти часу від  $t = 100\,000$  до  $t = 500\,000$

## Висновки

Сформульовано кінетичну систему рівнянь, що описують режим хвильового нейтронно-ядерного горіння, та отримано її автохвильовий вид. Вперше розроблена механічна аналогія для режиму хвильового горіння, що дозволило сформулювати умови існування автохвильового режиму горіння та визначати можливі значення для швидкості хвилі, а також області зміни енергій нейтронів, у яких можливе автохвильове горіння. Для підтвердження теоретичних висновків було здійснено чисельне 1-D моделювання режиму нейтронно-ядерного горіння у одногруповому дифузійному наближенні ( $E_n = 5,923$  (eV)). Результати підтверджують отримані теоретичні висновки. Відзначимо, що згідно отриманих та наведених результатів однією з можливих областей автохвильового горіння є надтеплова область енергій нейтронів (як і в роботі [9]), а в області швидких нейтронів режим хвильового горіння потребує підіткати нейтронами від зовнішнього джерела нейтронів, тобто при його відключенні хвильове горіння гасне.

## Список використаної літератури

1. Феоктистов Л.П. Безопасность – ключевой момент возрождения ядерной энергетики. // Успехи физических наук.- 1993. - Том 163, №8. - С. 89-102.
2. Dittmar Michael. The future of nuclear energy: facts and fictions. An update using 2009/2010 data.// arXiv:1101.4189v1 [physics.soc-ph]. - 2011. - P. 1-31.
3. Rusov V.D., Tarasov V.A., Vaschenko V.N. Traveling wave nuclear reactor. - Kyiv: Publishing group "A.C.C.". - 2013. - 156 p.

4. Hofman E. A. and Stacey W. M. Nuclear design and analysis of the fusion transmutation of waste reactor. // *Fusion Science and Technology*. - January 2004. - Vol. 45. - P. 51-54.
5. Xianjun Zheng, Baiquan Deng, Wei Ou, Fujun Gou. Conversion of U-238 and Th-232 Using a Fusion Neutron Source. // *World Journal of Nuclear Science and Technology*. - 2014. - Vol. 4. - P. 222-227.
6. Феоктистов Л.П. Нейтронно-делительная волна. // *Доклады Академии наук СССР*. - 1989. - Том 309, № 4. - С. 864-867.
7. Teller, E., Ishikawa, M., Wood, L., Hyde, R., Nuckolls, J., 1996. Completely automated nuclear reactors for long-term operation II: Toward a concept-level point-design of a high-temperature, gas-cooled central power station system, part II, in: *Proceedings of the International Conference on Emerging Nuclear Energy Systems, ICENES'96, Obninsk, Russian Federation, Obninsk, Russian Federation, Obninsk, Russian Federation*. pp. 123-127. Also available from Lawrence Livermore National Laboratory, California, publication UCRL-JC-122708-RT2.
8. V. D. Rusov, V. A. Tarasov, I. V. Sharf, V. M. Vaschenko, E. P. Linnik, T. N. Zelentsova, M. E. Beglaryan, S. A. Chernegenko et al. On some fundamental peculiarities of the traveling wave reactor operation. *Science and Technology of Nuclear Installations*. - 2015. - Vol. 2015. - P. 1 – 23; doi: 10.1155/2015/703069; arXiv:1207.3695v1 [nucl-th]
9. Rusov V.D. Ultraslow wave nuclear burning of uranium-plutonium fissile medium on epithermal neutrons/ V.D. Rusov, V.A. Tarasov, M.V. Eingorn, S.A. Chernezhenko et al. // *Progress in Nuclear Energy*. - 2015. - Vol. 83. - P. 105 – 122.
10. Khotyayintsev V.M., Khotyayintseva O.M., Aksonov A.V. et al. Velocity characteristic and stability of wave solutions for a CANDLE reactor with thermal feed-back. // *Annals of Nuclear Energy*. - 2015. - Vol. 85C. - P. 337 - 345.
11. Weinberg A.M. and Wigner E.P. *The Physical Theory of Neutron Chain Reactors*. - Chicago: The University of Chicago Press. - 1958. - 801 p.
12. Павлович В.М. Фізика ядерних реакторів. - Чорнобиль (Київ. обл.) : Ін-т проблем безпеки АЕС НАН України. - 2009. - 224 с.
13. Г.Г. Бартоломей, Г.А. Бать, В.Д. Байбаков, М.С. Алхутов., "Основы теории и методы расчета ядерных энергетических реакторов 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Энергоатомиздат, 1989.-512 с
14. Chadwick M.B., Herman M., Oblo?insk? P. et al. ENDF/B-VII.1 Nuclear Data for Science and Technology: Cross Sections, Covariances, Fission Product Yields and Decay Data // *Nuclear Data Sheets*. - 2011. - Vol. 112, Iss. 12. - P. 2887 - 2996.

Стаття надійшла до редакції 24.05.2017  
прийнята до друку 15.06.2017

**ULTRASLOW NEUTRON-NUCLEAR COMBUSTION AND  
WAVE BURNING, SUPPORTED BY THE EXTERNAL SOURCE  
OF NEUTRONS**

**V.V. Urbanevich, I.V. Sharph, V.A. Tarasov, V.D. Rusov**

*Odessa National Polytechnic University,  
Shevchenko av. 1, Odessa 65044, Ukraine*

In this paper we consider a model of neutron-nuclear wave combustion. A model of neutron-nuclear wave combustion has been developed for the first time, for which it is possible to draw an analogy with a mechanical dissipative system. Within the framework of the new model, it is shown that for different values of control parameters, two combustion modes are possible: on a traveling autowave and a wave that is supported by neutrons from an external source. It is found that the existence of autowave is possible only in certain regions of neutron energies, and its velocity has an inseparable, but bounded from below, range of values.

**Key words:** nuclear wave combustion, traveling-wave reactors, Feoktistov's reactor

**СВЕРХМЕДЛЕННОЕ АВТОВОЛНОВОЕ  
НЕЙТРОННО-ЯДЕРНОЕ ГОРЕНИЕ И ВОЛНОВОЕ  
ГОРЕНИЕ, ПОДДЕРЖИВАЕМОЕ ВНЕШНИМ  
ИСТОЧНИКОМ НЕЙТРОНОВ**

**В.В. Урбаневич, И.В. Шарф, В.А. Тарасов, В.Д. Русов**

*Одесский национальный политехнический университет  
просп. Шевченка 1, 65044 Одесса, Украина*

В данной работе рассматривается модель волнового нейтронно-ядерного горения. Впервые разработана модель волнового нейтронно-ядерного горения, для которой возможно провести аналогию с механической диссипативной системой. В рамках новой модели показано, что при различных значениях управляющих параметров, возможны два режима горения: на бегущей автоволне и волне, которая поддерживается нейтронами внешнего источника. Найдено, что существование автоволны возможно лишь в определенных областях энергий нейтронов, а ее скорость имеет неразрывный, однако ограниченный снизу, диапазон значений.

**Ключевые слова:** волна ядерного горения, реактор на бегущей волне, реактор Феокистова