

технической информации. Научно-техническая библиотека[Электронный ресурс]. – 2009. – Режим доступа до журн.: <http://sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/9692.html>. – 10. Мирославский Д.Е. Линейные оптимальные регуляторы электроприводов / Д.Е. Мирославский // Агентство научно-технической информации. Научно-техническая библиотека[Электронный ресурс]. – 2010. – С. 21. – Режим доступа до журн.: <http://www.sciteclibrary.ru/texts/rus/stat/st3404.pdf>. 11. Осичев А.В. Стандартные распределения корней в задачах синтеза в электроприводе / А.В. Осичев, В.О. Котляров, В.С. Марков // Проблемы автоматизированного электропривода. Теория и практика:[Труды конференции].-Харьков:Основа. – 1997. – С. 104–109. 12. Nagrath I.J. Control systems engineering / I.J. Nagrath, M. Gopal – New age Int., 2011. 13. Piegat A. Modelowanie i sterowanie rozmyte / A. Piegat – Warszawa: “Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT”, 2003. – 678 p. 14. Takagi T. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control / T. Takagi, M. Sugeno // IEEE Trans. on Syst. – 1985. – V. SMC-15.No. 1. – P. 116–132. 15. Толочко О.И. Применение метода стандартных полиномов при синтезе систем подчинённого регулирования / О.И. Толочко // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. В.Даля. – Луганськ. – 2003. —№ 4(62). – С. 114–120.

УДК 621.311:62-53

Б.Л. Копчак

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра ЕМА

АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ АПРОКСИМАЦІЇ ОБ’ЄКТІВ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИХ СИСТЕМ ВИСОКОГО ПОРЯДКУ ДРОБОВИМИ ПЕРЕДАВАЛЬНИМИ ФУНКЦІЯМИ РІЗНОГО ТИПУ

© Копчак Б.Л., 2014

Проведено апроксимацію передавальної функції високого порядку синтезованими методом рою частинок ланками (моделями) дробового порядку різного типу та отримано оцінку точності такої апроксимації на основі порівняння перехідних та частотних характеристик шляхом математичного моделювання в середовищі MATLAB Simulink. Доведено, що для апроксимації перехідної характеристики асинхронного генератора з самозбудженням доцільності використовувати дробову модель першого порядку.

Ключові слова: об’єкти електромеханічних систем, метод рою частинок, ланка дробового порядку, апроксимація.

An approximation of the transfer function of the high-order particle swarm synthesized by links (models) of various types of fractional order and estimate the accuracy of this approximation by comparing transient and frequency characteristics by means of mathematical modelling in MATLAB Simulink. We prove that the approximations for induction generator with self excitation using fractional model of the first order.

Key words: electromechanical systems, particles swarm method, fractional order transfer function, approximation.

Постановка проблеми

Під час оптимізації контурів систем автоматичного керування (САК) електромеханічних систем (ЕМС), в яких об’єкти керування описуються передавальними функціями (ПФ) високого порядку, зазвичай, вдаються до пониження порядку чисельника і знаменника, нехтуючи складовими з операторами з високими степенями. Як показано в [1], представлення об’єкта

керування передавальною функцією дробового порядку забезпечує пониження порядку і може бути ефективним шляхом апроксимації об'єктів ЕМС. У цій статті за допомогою порівняння з традиційним методом пониження порядку доведено, що спрощена модель з тим же числом параметрів, як дробова модель, не дає змоги отримати таку ж високу точність апроксимації в заданому частотному діапазоні, а також було опрацьовано інноваційну стратегію для отримання передавальної функції дробового порядку і її оцінки за частотними характеристиками. Крім того, в [1] введено індекс оцінки якості виконуваної апроксимації на основі похибки σ абсолютного середньоквадратичного відхилення частотних характеристик.

Метою статті є подальші дослідження у цій царині для того, щоб сформулювати повнішу теорію створення моделей дробового порядку для апроксимації ПФ високого порядку, знайдених на основі ідентифікації реальних електромеханічних об'єктів, ланками дробового порядку та проведення порівняльного аналізу точності цієї апроксимації як в частотній, так і в часовій ділянках. Результати такого аналізу дають змогу виробити рекомендації щодо використання певної ланки дробового порядку для апроксимації ланки високого порядку, яка характеризується певними частотною і перехідною характеристиками.

За основу вибрано найпоширеніші ланки дробового порядку:

$$W(s) = \frac{k}{\left(\frac{s}{p} + 1\right)^m}; \quad (1)$$

$$W(s) = \frac{k}{a_1 s^{\alpha_1} + 1}; \quad (2)$$

$$W(s) = \frac{k}{a_2 s^{\alpha_2} + a_1 s^{\alpha_1} + 1}. \quad (3)$$

Дослідження проведено в середовищі MATLAB Simulink, а основні завдання полягали в:

- створенні дробових моделей низького порядку окремих ланок, вибраних за основу моделювання, які не представлені в середовищі MATLAB;
- апроксимації ланки високого порядку, якою є передавальна функція асинхронного генератора з самозбудженням, дробовими моделями низького порядку та оцінка точності такої апроксимації шляхом застосування середньоквадратичної похибки незбігу як частотних, так і перехідних функцій повної та спрощеної моделей;
- отриманні оцінки точності апроксимації усіх типів ланок як у часовій, так і у частотній ділянках з однаковим кроком, з метою повного підтвердження коректності отриманих результатів.

Дослідження проводили так, що моделі ланок (1) – (3) порівнювали з моделлю, яка отримана на основі ідентифікації об'єкта керування [2].

За об'єкт досліджень вибрано асинхронний генератор (АГ) з самозбудженням: $P_H = 55$ кВт, $U_{\phi.H} = 220$ В, $I_{\phi.H} = 106$ А. ПФ такого асинхронного генератора в каналі збурення за струмом збудження $W_{AG.I}(s)$ знаходимо за результатами його експериментальних досліджень в режимі самозбудження на експериментальній установці. Для цього проводимо експеримент – стрибко-подібну зміну ємності батарей конденсаторів самозбудження АГ. Причому величини початкового і кінцевого значення ємності самозбудження вибирають з умови зміни вихідної напруги АГ в діапазоні $0,9U_{AG.H} < U_{AG} < 1,05U_{AG.H}$. На рис. 1 показано фрагменти (додатні значення) часових залежностей зміни миттєвих значень струму збудження ($i_{\phi 0}$) та фазної напруги (u) АГ за дії зазначеного вище збурення.

Для знаходження ПФ асинхронного генератора, згідно з методикою [2] розроблено комп'ютерну програму з використанням програмних середовищ MathCAD і MATLAB Simulink. використовуючи результати цифрового моделювання, або фізичного експерименту (див. рис. 1, а і б), розраховуються часові залежності чи отримуються таблиці значень зміни амплітудних значень струму збудження ($i_{\phi 0}$) та фазної напруги (u) неробочого ходу АГ. На основі методики [2] отримано

ПФ АГ $W_{AG.I}(s)$ в каналі струму збудження у чисельному вигляді:

$$W_{AG.I}(s) = \frac{U_{AG.0}(s)}{I_{зб}(s)} = \frac{83,3s^3 + 4851,08s^2 + 59928,9s + 101673,7}{104,94s^3 + 2933,9s^2 + 15877,7s + 19394,5}, \quad (4)$$

яка забезпечує високий ступінь адекватності з реальним об'єктом.

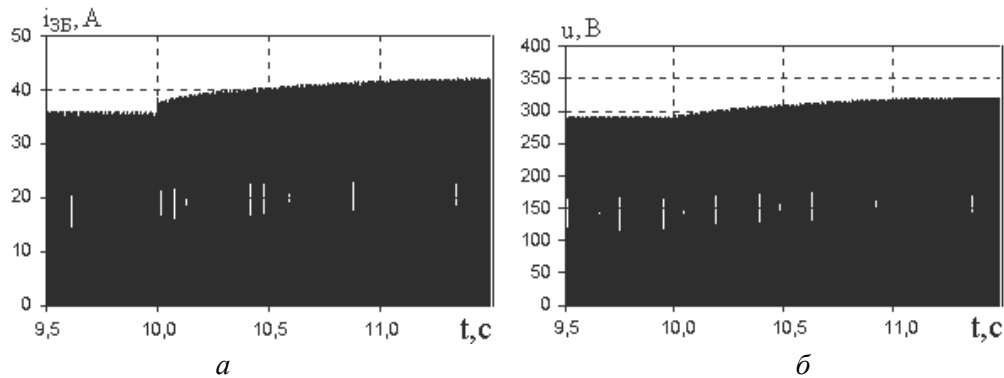


Рис. 1. Залежності миттєвого значення струму збудження (а) і напруги (б) АГ за стрибкоподібної зміни ємності з $C_K = 390$ мкФ до $C_K = 415$ мкФ

Для використання (4) в процедурі синтезу САК АГ, порядок поліномів чисельника і знаменника треба понизити. У результаті отримано:

$$W_{AG.I}(s) = \frac{U_{AG.0}(s)}{I_p(s)} = \frac{59928,9s + 101673,7}{2933,9s^2 + 15877,7s + 19394,5}. \quad (5)$$

На рис. 2 наведено перехідні процеси зміни напруги на затискачах АГ в режимі стрибкоподібної зміни ємності з $C_K = 390$ мкФ до $C_K = 415$ мкФ, що відповідають отриманим ПФ, крива “а” відповідає повній ПФ (4), а крива “б” – спрощеній (5).

Як видно з графіків, перехідний процес, отриманий на спрощеній моделі, не збігається з перехідним процесом, знятим на повній моделі, зокрема на початковій ділянці. Відносна похибка апроксимації представлених обвідних ліній (див. порівняльну таблицю) становить $\delta = 5,31\%$.

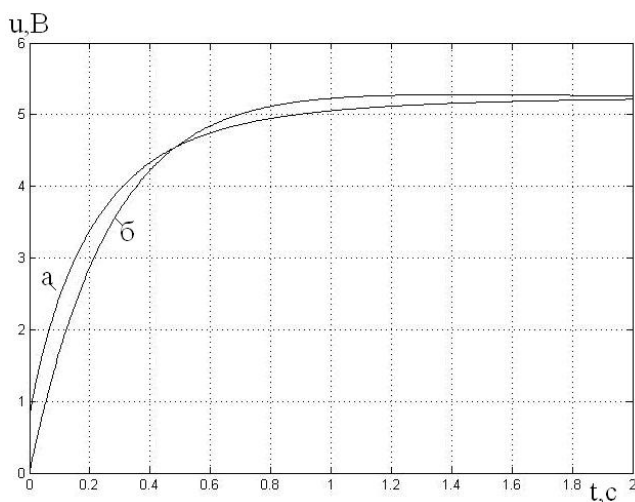


Рис. 2. Перехідні процеси напруги на затискачах АГ в режимі стрибкоподібної зміни ємності C_K , крива “а” відповідає повній ПФ (4), а крива “б” – спрощеній (5)

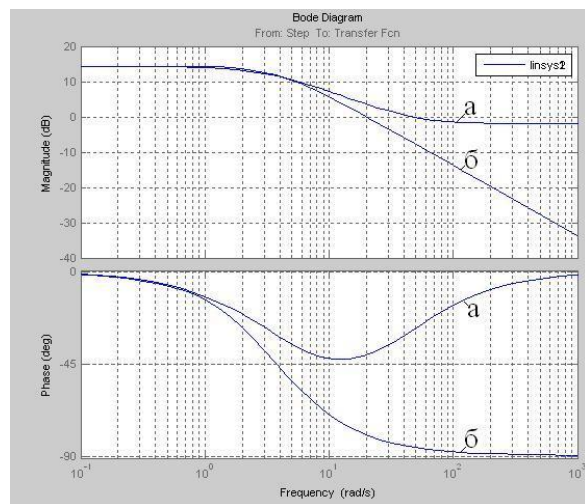


Рис. 3. ЛАЧХ і ЛФЧХ для ПФ АГ $W_{AG.I}(p)$ в каналі струму збудження знайдені за ПФ АГ (4) – “а” і за ПФ АГ (5) – “б”

На рис. 3. показано ЛАЧХ і ЛФЧХ для ПФ АГ $W_{AG.I}(s)$ в каналі струму збудження, які відповідають ПФ АГ (4) – “а” і за ПФ АГ (5) – “б”.

Апроксимацію ланки високого порядку ПФ (4) здійснюємо, використовуючи дробові ПФ (1) – (3), параметри яких знайдемо методом рою частинок [2]. Для розв’язання задачі апроксимації ПФ високого порядку дробовими ПФ з мінімальною похибкою запропоновано оригінальну програму реалізації методу рою частинок в середовищі MATLAB. На відміну від відомих підходів до реалізації методу рою частинок [3], вона дає змогу здійснювати пошук найкращих варіантів апроксимації ланок електромеханічних систем за трьома або п’ятьма параметрами.

У результаті апроксимації ПФ АГ $W_{AG.1}(p)$ в каналі струму збудження (4) за використання моделі (1) отримано таку ПФ:

$$W(s) = \frac{5,2095}{\left(\frac{s}{2,9834} + 1\right)^{0,5333}} \quad (6)$$

На рис. 4 показана перехідна функція, а на рис. 5 – ЛАЧХ і ЛФЧХ, отримані за ПФ АГ (6) – “б”, які накладені на відповідні характеристики, що отримані за ПФ АГ (4) – “а”.

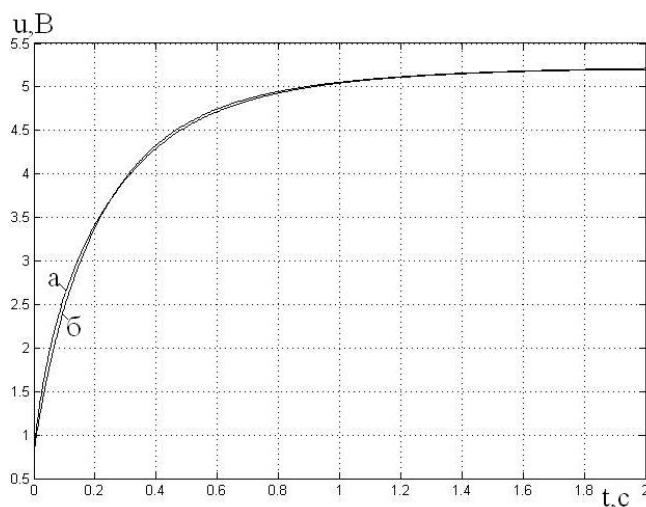


Рис. 4. Перехідні функції напруги на затискачах АГ в режимі стрибкоподібної зміни C_{κ} , крива “а” відповідає повній ПФ (4), а крива “б” – спрощеній (6)

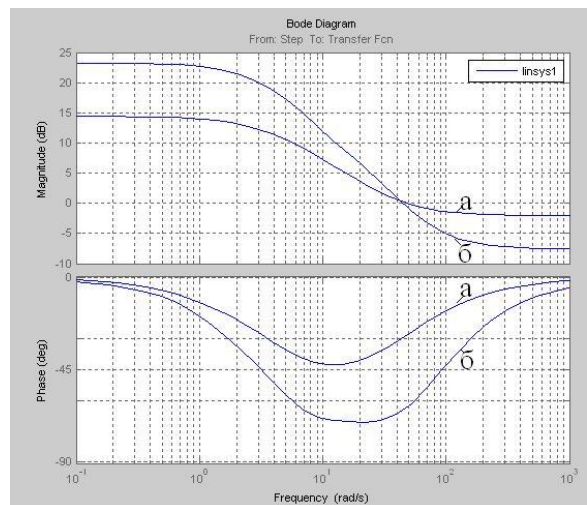


Рис. 5. ЛАЧХ і ЛФЧХ для ПФ АГ $W_{AG.1}(s)$ в каналі струму збудження, знайдені за ПФ АГ (4) – “а” і за ПФ АГ (6) – “б”

У результаті апроксимації ПФ АГ $W_{AG.1}(p)$ в каналі струму збудження (4) за використання моделі (2) отримано таку ПФ:

$$W(s) = \frac{5,5060}{0,2662s^{0,7866} + 1} \quad (7)$$

На рис. 6 показано перехідну функцію, а на рис. 7 – ЛАЧХ і ЛФЧХ, отримані за ПФ АГ (7, “б”), які накладені на відповідні характеристики, отримані за ПФ АГ (4) – “а”.

У результаті апроксимації ПФ АГ $W_{AG.1}(s)$ в каналі струму збудження (4) за використання моделі (3) отримано таку ПФ:

$$W(s) = \frac{5,6378}{0,1208s^{0,6736} + 0,1729s^{0,7848} + 1} \quad (8)$$

На рис. 8 показано перехідну функцію, а на рис. 9 – ЛАЧХ і ЛФЧХ – отримані за ПФ АГ (8) – “б”, які накладені на відповідні характеристики, отримані за ПФ АГ (4) – “а”.

Результати опрацювання отриманих апроксимацій зведено у таблицю, яка дає змогу зробити висновки та сформулювати рекомендації щодо застосування запропонованих ланок для апроксимації ПФ високого порядку.

Для проведення порівняльного аналізу точності апроксимації застосовано такі параметри перехідних та частотних характеристик:

- час досягнення перехідною функцією значення 0,95 від усталеного значення - $t_{\text{пер}}$;
- абсолютне середньоквадратичне відхилення, знайдене за виразом

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - y_{ie})^2},$$

де y_i – значення апроксимуючої перехідної функції в i -й точці; y_{ie} – значення перехідної функції ланки високого порядку в i -й точці; $n=401$ – кількість точок дискретизації перехідного процесу;

- відносна похибка апроксимації, знайдена за виразом:

$$\delta = \frac{\sigma}{y_y} 100\%;$$

де y_y – усталене значення перехідної функції ланки високого порядку;

- частота зрізу ЛАЧХ – $\omega_{\text{зр}}$, рад/с;
- запас стійкості за фазою – $\Delta\varphi_{\text{зап}}$, град.

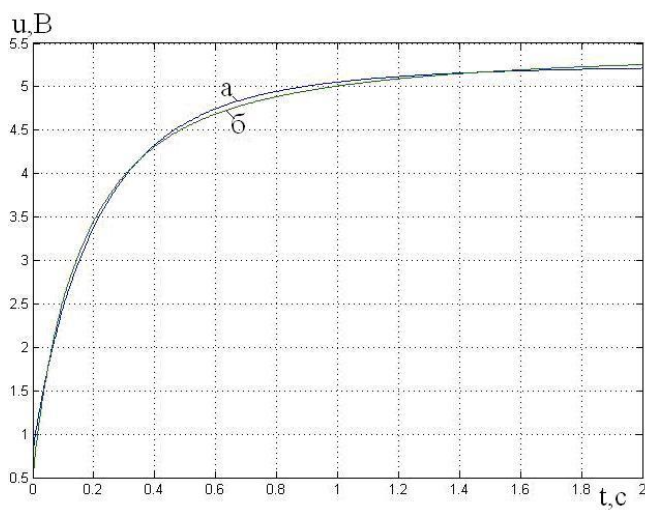


Рис. 6. Перехідні функції напруги на затискачах АГ в режимі стрибкоподібної зміни ємності, крива “а” відповідає повній ПФ (4), а крива “б” – спрощеній (7)

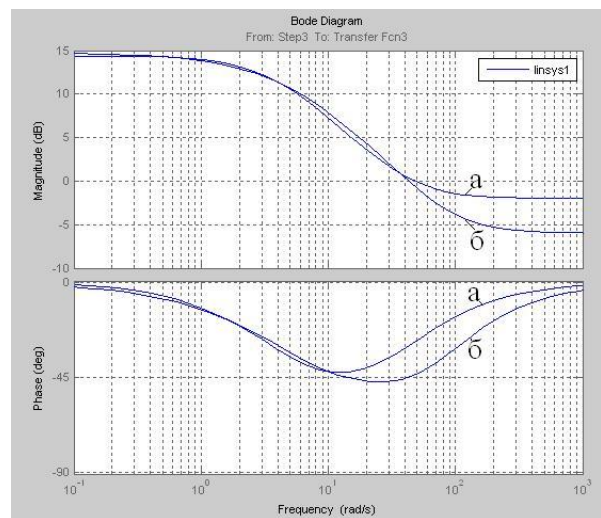


Рис. 7. ЛАЧХ і ЛФЧХ для ПФ АГ $W_{AG,1}(s)$ в каналі струму збудження, знайдені за ПФ АГ(4) – “а” і за ПФ АГ (7) – “б”

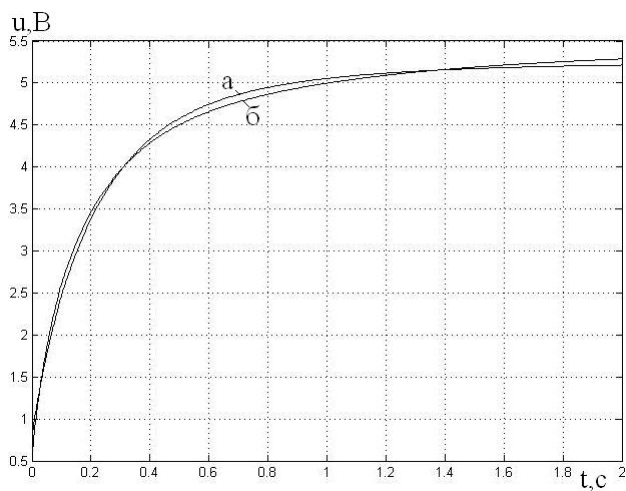


Рис. 8. Перехідні функції напруги на затискачах АГ в режимі стрибкоподібної зміни ємності, крива “а” відповідає повній ПФ (4), а крива “б” – спрощеній (8)

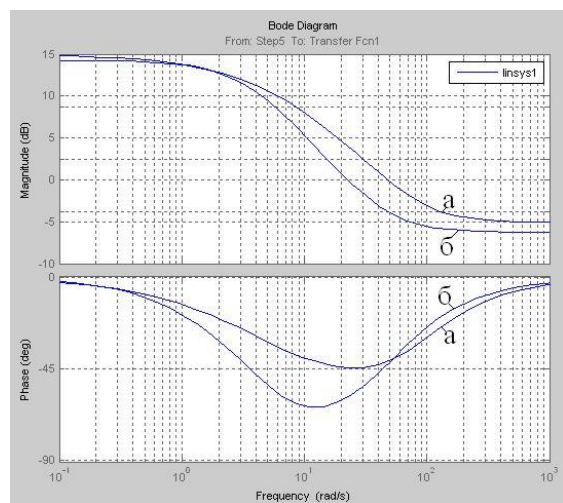


Рис. 9. АЧХ і ЛФЧХ для ПФ АГ $W_{AG,1}(s)$ в каналі струму збудження знайдені за ПФ АГ(4) – “а” і за ПФ АГ (8) – “б”

Показники точності апроксимації ПФ(5) ланками дробового порядку (1), (2), (3)

№	$W_{AГ.I}(s)$	Кількість ітерацій	Середньо-квадратична похибка $a-i$	$\delta, \%$	$t_{рег}, c$	$\omega_{зр}, рад/с$	$\Delta\phi_{зап}$
1	$\frac{59928,9s + 101673,7}{2933,9s^2 + 15877,7s + 19394,5}$	-	0,2766	5,31	0,808	48,8	180-28°
2	$\frac{5,2095}{\left(\frac{s}{2,9834} + 1\right)^{0,5333}}$	60	0,0417	0,81	0,8168	44,9	180-64,5°
3	$\frac{5,5060}{0,2662s^{0,7866} + 1}$	60	0,0490	0,93	0,9685	43,1	180-44,9°
4	$\frac{5,6378}{0,1208s^{0,6736} + 0,1729s^{0,7848} + 1}$	60	0,0642	1,21	1,046	48,6	180-41,2°

Висновки

1. Використання ланок дробового порядку для апроксимації ланок високого порядку має значну перевагу для опису об'єктів керування, які за результатом ідентифікації отримані у вигляді передавальних функцій з однаковою кількістю полюсів і нулів, у зв'язку з наявністю початкового стрибка у перехідній характеристиці.

2. За результатами порівняльного аналізу для апроксимації асинхронного генератора з самозбудженням доцільно використовувати ланку дробового порядку з передавальною функцією

$W(s) = \frac{k}{a_1 s^{\alpha_1} + 1}$, оскільки вона забезпечує порівняно з іншими вищу точність апроксимації і є простішою.

1. L. Fortuna, S. Graziani, G. Muscato, G. Nunnari, D. Porto. *Approximation of High-Order Lumped Systems by using Non-Integer Order Transfer Functions Proceedings of the 7th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED99) Haifa, Israel –June 28–30, 1999.* – С. 2222–2230.

2. Кардашов А.А. *Применение z-преобразования для экспоненциальной аппроксимации корреляционных и переходных функций // Автоматика и телемеханика. 1968.* – № 3. – С. 61–70.

3. Deeryaman Maiti, Sagnik Biswas, Amit Konar, “Design of a Fractional Order PID Controller Using Particle Swarm Optimization Technique”, in Proc. 2nd -National Conference on Recent Trends in Information Systems (ReTIS-08), Kolkata, India, 2008.