

ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ТЕОРЕТИЧНИХ МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ СПЕКТРІВ СИГНАЛІВ ПРИ ЗДІЙСНЕННІ НИЗЬКОЧАСТОТНОЇ МОДУЛЯЦІЇ

© Горбатий І., 2015

Запропоновано метод визначення спектрів сигналів при здійсненні низькочастотної модуляції. За допомогою відомих і запропонованих методів визначення спектрів досліджено сигнали при здійсненні низькочастотної модуляції. Показано, що запропонований метод забезпечує високу точність і зменшення часу дослідження при визначенні спектрів таких сигналів порівняно з відомими методами визначення спектрів сигналів.

Ключові слова: низькочастотна модуляція, спектр сигналу, метод визначення спектра сигналу.

The varieties of signal modulation, that apply in the modern telecommunication systems and networks, was described. The descriptions of spectrums of signals was considered. The known methods of calculation of the spectral descriptions of signals in case of use of baseband modulation was lead.

The new offer analytical method of calculation of spectral descriptions of modulating signals, that used during realization of different kinds of manipulation of carrier, was described. This method can be used for the calculation of spectrums of signals in case of use of baseband modulation and spectrums of modulating signals as a K rectangular pulses string, that use during realization of different kinds of manipulation of carrier.

The spectrums of signals during realization of baseband modulation by means of known and offer methods of signal spectrum calculation was explored. The graphic representations of spectrums of signals in case of application of explored methods of signal spectrum calculation was got. The defects of known methods of research of spectrums of signals was shown.

As a result of researches it exposed, that in case of calculation of power spectrums of signals during realization of baseband modulation among the consider methods an offer analytical method of calculation of spectral descriptions of modulating signals, that used during realization of different kinds of manipulation of carrier, is the most expedient to application. The use of this method secures absence of error of calculations at the minimum necessary time of calculations in comparison with the known methods of signal spectrum calculation.

Key words: baseband modulation, spectrum of signal, method of signal spectrum calculation.

Вступ

Однією з важливих задач під час дослідження властивостей різноманітних видів модуляції сигналу, що застосовують у сучасних телекомунікаційних системах та мережах, є дослідження спектральних характеристик модульованого сигналу. Амплітудний і фазовий спектри такого сигналу при різних видах модуляції міститимуть різну кількість спектральних складових і матимуть різну ширину. Точно визначаючи кількість, амплітуду і частоту кожної складової, можна оцінити той чи інший вид модуляції з погляду її ефективності й завадозахищеності порівняно з іншими видами. Вивченню спектральних характеристик сигналів при здійсненні відомих різновидів низькочастотної модуляції присвячено значну кількість публікацій [1–4]. За всієї різноманітності

відомих методів визначення спектрів таких сигналів актуальним завданням залишається виявлення серед них таких, які забезпечують високу точність отриманих результатів при обмеженому часі дослідження.

Метою цієї роботи є дослідження різних аналітичних і числових методів визначення спектральних характеристик сигналів при здійсненні низькочастотної модуляції для виявлення серед них таких, які забезпечують найвищу точність отриманих результатів за мінімально можливого часу обчислення.

1. Різновиди модуляції сигналу

Розрізняють низькочастотну модуляцію (модуляцію в основній смузі частот) і смугову модуляцію. До низькочастотної належить імпульсна модуляція [1–5], а до смугової – амплітудна модуляція (АМ), поляризаційна модуляція (ПМ) і кутова модуляція, до різновидів якої належать частотна модуляція (ЧМ) і фазова модуляція (ФМ). При використанні низькочастотної модуляції як носійну використовують послідовність відеоімпульсів. Залежно від параметра імпульсу, що змінюють під дією модулювального сигналу, розрізняють амплітудно-імпульсну модуляцію (АІМ), тривало-імпульсну (широтно-імпульсну) модуляцію (ТІМ/ШІМ), часо-імпульсну модуляцію (ЧІМ), до різновидів якої належить фазо-імпульсна модуляція (ФІМ) і частотно-імпульсна модуляція (ЧІМ). У разі застосування як носійної послідовності прямокутних відеоімпульсів отримують маніпульовані сигнали. У такому разі будь-який із перерахованих вище імпульсно-модульованих сигналів (зокрема, АІМ-сигнал) можна подати у вигляді послідовності прямокутних імпульсів [5]:

$$u_m(t) = U_{\tau_{mk}} \text{ при } t_{k-1} < t \leq t_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (1)$$

де $U_{\tau_{mk}}$ – амплітуда імпульсно-модульованого сигналу на інтервалі часу $t_k - t_{k-1} = \tau_k$; K – кількість інтервалів.

2. Спектри сигналів

Сигнал можна представити в часовій області функцією $u(t)$, що визначає всі можливі значення амплітуди залежно від часу t , або в частотній області функцією $\mathfrak{S}(\omega)$ – спектральною густиною сигналу, залежною від кутової частоти ω [4, 5]. Сигнал та його спектральна густина пов'язані прямим і зворотним перетвореннями Фур'є:

$$\mathfrak{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-j\omega t} dt, \quad u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathfrak{S}(\omega) e^{j\omega t} dt, \quad (2)$$

де $j = \sqrt{-1}$ – уявна одиниця.

Комплексну спектральну густина $\mathfrak{S}(\omega)$ сигналу характеризують модулем $|S(\omega)|$ (спектр амплітуд) і фазою $\varphi_s(\omega)$ (спектр фаз), між якими існує такий зв'язок:

$$\mathfrak{S}(\omega) = |S(\omega)| e^{j\varphi_s(\omega)}. \quad (3)$$

Сигнали бувають періодичні й неперіодичні. Періодичні сигнали характеризують дискретними, а неперіодичні – неперервними спектрами. Періодичний сигнал $u(t)$ за умови, що він задовольняє умови Дирихле, можна розкласти в ряд Фур'є:

$$u(t) = A_0 + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cos(i\omega_1 t + \Phi_i), \quad (4)$$

де постійна складова

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) dt, \quad (5)$$

амплітуда A_i та початкова фаза Φ_i окремих гармонік ряду Фур'є

$$A_i = \sqrt{a_i^2 + b_i^2}, \quad (6)$$

$$\Phi_i = \begin{cases} -\arccos(a_i / A_i), & \text{якщо } b_i \geq 0; \\ \arccos(a_i / A_i), & \text{якщо } b_i < 0, \end{cases} \quad (7)$$

а коефіцієнти

$$a_i = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \cos(i\omega t) dt, \quad b_i = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \sin(i\omega t) dt. \quad (8)$$

Під час теоретичних досліджень часто використовують поняття спектральної густини потужності $S_p(\omega)$ сигналу (спектр потужності). Для періодичного сигналу з періодом T існує такий її взаємозв'язок зі спектральною густиною $\mathfrak{S}(\omega)$ [3, 4, 6]:

$$S_p(\omega) = \frac{1}{T} \mathfrak{S}(\omega) \mathfrak{S}(\omega)^* = \frac{1}{T} |S(\omega)|^2, \quad (9)$$

де $*$ – знак комплексного спряження.

3. Відомі методи визначення спектральних характеристик сигналів, отриманих з використанням низькочастотної модуляції

Розглянемо відомі методи визначення спектрів сигналів, отриманих з використанням низькочастотної модуляції. Такі сигнали використовують у ряді телекомунікаційних систем і мереж для передавання інформації, а також як модульовальні сигнали під час смугової модуляції.

Нехай низькочастотний дискретний сигнал описується випадковим процесом, що є циклостационарним процесом або періодично стаціонарним процесом у широкому розумінні й характеризується постійною складовою й автокореляційною функцією [2, 7]. Такий сигнал подамо у вигляді

$$u_m(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} I_k g(t - kT), \quad (10)$$

де $\{I_k\}$ – послідовність інформаційних символів; $g(t)$ – функція, що описує форму одиничного імпульсу, відповідного одному інформаційному символу; T – період сигналу.

Згідно з [2, 7] середня спектральна густина потужності такого сигналу дорівнює

$$S_{pm}(f) = \frac{1}{T} |G(f)|^2 R_K(f), \quad (11)$$

де $G(f)$ – спектральна густина одиничного імпульсу; спектральна густина потужності послідовності K інформаційних символів

$$R_K(f) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} r_K(m) e^{-j2\pi f m T}, \quad (12)$$

де $r_K(m)$ – автокореляційна функція послідовності інформаційних символів.

Можна показати, що спектральна густина потужності (11) сигналу для випадку, коли інформаційні імпульси не корельовані, має дві складові [2]:

$$S_{pm}(f) = \frac{\sigma^2}{T} |G(f)|^2 + \frac{\mu^2}{T^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left| G\left(\frac{m}{T}\right) \right|^2 \delta\left(f - \frac{m}{T}\right), \quad (13)$$

де σ – дисперсія послідовності інформаційних символів; μ – середнє значення послідовності інформаційних символів; $\delta(f)$ – дельта-функція.

У загальному випадку за допомогою (13) можливо представити спектральну густина сигналів при застосуванні довільних різновидів низькочастотної (імпульсної) модуляції.

Залежно від форми використовуваного одиничного імпульсу можна отримати відповідні співвідношення для обчислення спектра сигналу. Зокрема, при використанні прямокутного імпульсу як одиничного імпульсу (наприклад, у разі низькочастотної АІМ) отримано таке співвідношення для обчислення спектральної густини потужності сигналу [2]:

$$S_{pm}(f) = \sigma^2 A^2 T \left(\frac{\sin(\pi f T)}{\pi f T} \right)^2 + \mu^2 A^2 \delta(f), \quad (14)$$

де A – амплітуда прямокутного імпульсу.

Для дискретних сигналів у вигляді послідовності K прямокутних відеоімпульсів з однаковою тривалістю середнє значення й дисперсію можна обчислити за допомогою співвідношень, наведених у [8].

За іншим методом автокореляційну функцію $r_K(m)$ послідовності інформаційних символів у вигляді прямокутних імпульсів із M можливими рівнями амплітуди згідно з [6] обчислюють за формулою:

$$r_K(m) = \sum_{i=1}^M (a_k a_{k+m})_i p_i, \quad (15)$$

де a_k, a_{k+m} – амплітуди імпульсів на k -й і $(k+m)$ -й позиціях; p_i – імовірність появи поєднання амплітуд a_k, a_{k+m} .

У такому випадку спектральна густина потужності бінарного уніполярного АІМ-сигналу дорівнює [6]:

$$S_{pm}(f) = \frac{A^2 T_b}{4} \left[\frac{\sin(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right]^2 \left[1 + \frac{1}{T_b} \delta(f) \right]. \quad (16)$$

Спектральна густина потужності бінарного полярного (антиподного) АІМ-сигналу дорівнює [6]:

$$S_{pm}(f) = A^2 T_b \left[\frac{\sin(\pi f T_b)}{\pi f T_b} \right]^2. \quad (17)$$

Фактично співвідношення (11), (13), (14) і (16), (17) описують не спектральну густину потужності, а її огинаючу або її усереднене значення, оскільки для періодичного сигналу у вигляді послідовності імпульсів певної форми спектр є дискретним, а ці формули описують безперервні частотно залежні функції. Тому точніше спектр сигналу при використанні низькочастотної модуляції можливо отримати за допомогою його розкладання в ряд Фур'є (4). Складність отримання спектра таким чином полягає в необхідності отримання окремих аналітичних співвідношень для кожного сигналу, що є послідовністю певної кількості імпульсів певної форми. Інший шлях – використання числових методів обчислень. Числові методи обчислення можна використати для широкого класу сигналів, проте підвищення точності результатів передбачає зменшення кроку зміни частоти, що істотно збільшує час обчислення. Це в ряді випадків украй небажано.

Тому представляє інтерес отримання універсальних аналітичних формул, придатних для визначення поширених у сучасних телекомунікаційних системах класів сигналів і отриманих із використанням розкладання таких сигналів в ряд Фур'є. Розглянемо детальніше такі методи обчислення спектрів сигналів з використанням низькочастотної модуляції.

4. Удосконалення методів обчислення спектральних характеристик сигналів, отриманих з використанням низькочастотної модуляції

Обчислення спектра сигналів при здійсненні низькочастотної модуляції, що є послідовністю K прямокутних імпульсів (а також модульованих сигналів, що застосовуються при здійсненні різних видів маніпуляції носійного коливання та є послідовністю прямокутних імпульсів), при великих значеннях K є дуже громіздкою процедурою. Тому при знаходженні спектрів таких сигналів доцільно скористатися раніше запропонованим аналітичним методом визначення спектральних характеристик модульованих сигналів, що застосовуються при здійсненні різних видів маніпуляції носійного коливання [5]. За цим методом для сигналу (1), що є періодичною

послідовністю K прямокутних відеоімпульсів із періодом $T_M = \sum_{k=1}^K \tau_{m_k}$, які мають тривалість

$\tau_k = t_k - t_{k-1}$ та амплітуду $U_{\tau_{m_k}}$, починаються в моменти часу t_{k-1} , закінчуються в моменти часу t_k , отримано співвідношення для обчислення постійної складової спектру, амплітуд і початкових фаз спектральних складових, огинаючи амплітудного спектра. Зокрема, співвідношення для обчислення постійної складової A_0 спектра та амплітуд A_i i -х спектральних складових такі:

$$A_0 = \frac{1}{T_M} \sum_{k=1}^K U_{\tau_{m_k}} \tau_{m_k}, \quad (18)$$

$$A_i = \frac{1}{i\pi} \left[\left[\sum_{k=1}^K (U_{\tau_{m_k}} - U_{\tau_{m_{k+1}}}) \sin \left(\frac{2i\pi}{T_M} \left(t_0 + \sum_{k=1}^k \tau_{m_{k1}} \right) \right) \right]^2 + \left[\sum_{k=1}^K (U_{\tau_{m_k}} - U_{\tau_{m_{k+1}}}) \cos \left(\frac{2i\pi}{T_M} \left(t_0 + \sum_{k=1}^k \tau_{m_{k1}} \right) \right) \right]^2 \right]^{1/2}. \quad (19)$$

Особливістю запропонованого аналітичного методу є те, що за його допомогою можна обчислювати спектри сигналів при здійсненні низькочастотної модуляції, що є послідовністю K прямокутних імпульсів, з використанням довільних засобів обчислення, оскільки час обчислення незначний порівняно із застосуванням числових методів (наприклад, з використанням програми Mathcad).

5. Результати порівняння різних методів визначення спектрів сигналів, отриманих з використанням низькочастотної модуляції

У зв'язку з наявністю різноманітних методів обчислення спектрів сигналів, отриманих з використанням низькочастотної модуляції, доцільно порівняти адекватність отриманих за їхньою допомогою результатів і необхідний час дослідження (обчислення). Порівняємо результати, досліджуючи спектри АІМ-сигналів.

Розглянемо й порівняємо АІМ-сигнали, що використовують як модульовальні сигнали при здійсненні бінарної амплітудної маніпуляції (БАМн), бінарної фазової маніпуляції (БФМн) і квадратурної фазової маніпуляції (КФМн). Нехай за допомогою смугових маніпульованих сигналів при використанні всіх згаданих різновидів модуляції забезпечують однакову швидкість передавання бінарної інформації v_b (біт/с). Така швидкість залежить від кількості інформації $\log_2(M)$, яку можливо передати протягом тривалості інформаційного символу $T_{сим}$ з використанням M -позиційної маніпуляції, і може бути обчислена за формулою:

$$v_b = \log_2(M) / T_{сим}. \quad (20)$$

Нехай необхідно забезпечити швидкість передавання бінарної інформації $v_b = 200$ біт/с. Оскільки кількість можливих символів при застосуванні БАМн і БФМн $M = 2$, згідно з (20) необхідно забезпечити тривалість інформаційного символу $T_{сим} = 0,005$ с. При використанні КФМн $M = 4$ і $T_{сим} = 0,01$ с. Припустимо, що досліджувані маніпульовані сигнали є періодичними, а протягом їх періоду повторення T_M формують усі M символів, що можливі при застосуванні певного різновиду маніпуляції, тобто

$$T_M = T_{сим} M. \quad (21)$$

Тоді при застосуванні БАМн і БФМн $T_M = 0,01$ с, при КФМн $T_M = 0,04$ с.

Якщо прийняти, що максимальна потужність усіх досліджуваних маніпульованих сигналів дорівнює 1 Вт на навантаженні 1 Ом, для формування БАМн-сигналу застосуємо як модульовальний такий АІМ-сигнал $u_m(t)$ у вигляді періодичної послідовності однополярних прямокутних відеоімпульсів із періодом T_M , протягом якого він дорівнює

$$u_m(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } 0 < t \leq 0,005; \\ 1 & \text{при } 0,005 < t \leq 0,01. \end{cases} \quad (22)$$

Аналогічно для формування БФМн-сигналу застосуємо як модульовальний АІМ-сигнал $u_m(t)$ у вигляді періодичної послідовності біполярних прямокутних відеоімпульсів

$$u_m(t) = \begin{cases} -1 \text{ при } 0 < t \leq 0,005; \\ 1 \text{ при } 0,005 < t \leq 0,01. \end{cases} \quad (23)$$

При формуванні КФМн-сигналу слід застосувати модульовальні сигнали $u_{mI}(t)$ і $u_{mQ}(t)$ у вигляді періодичних послідовностей біполярних прямокутних відеоімпульсів:

$$u_{mI}(t) = \begin{cases} -0,707 \text{ при } 0 < t \leq 0,01; \\ 0,707 \text{ при } 0,01 < t \leq 0,02; \\ -0,707 \text{ при } 0,02 < t \leq 0,03; \\ 0,707 \text{ при } 0,03 < t \leq 0,04; \end{cases} \quad u_{mQ}(t) = \begin{cases} -0,707 \text{ при } 0 < t \leq 0,01; \\ -0,707 \text{ при } 0,01 < t \leq 0,02; \\ 0,707 \text{ при } 0,02 < t \leq 0,03; \\ 0,707 \text{ при } 0,03 < t \leq 0,04. \end{cases} \quad (24)$$

У результаті застосування відомих методів (співвідношення (14) [2], співвідношення (16) [6]), числового методу обчислення (із використанням програми Mathcad) і запропонованого аналітичного методу визначення спектральних характеристик модульовальних сигналів, що застосовують при здійсненні різних видів маніпуляції носійного колювання (із використанням співвідношень (18) і (19)), отримано спектри потужності $|S_{pm}(f)|$ сигналів (22) та (23), що зображені на рис. 1 та рис 2 відповідно. Обчислення здійснено при $A=1$ В, $T=T_b=0,005$ с у (14) і (16).

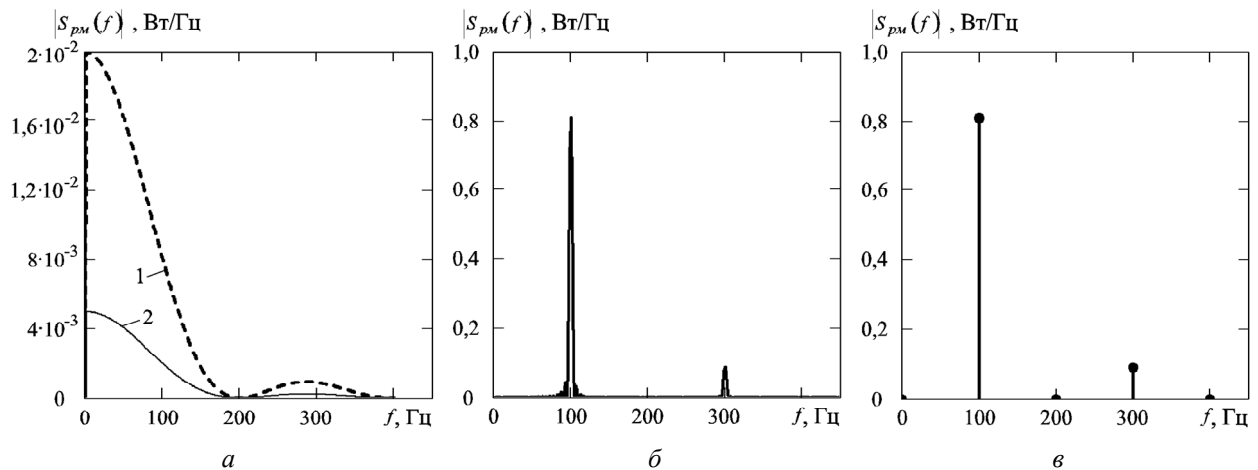


Рис. 2. Спектр потужності сигналу (23), отриманий за допомогою: а – співвідношень (14) (крива 1) і (17) (крива 2); б – числового методу обчислення; в – запропонованого аналітичного методу

Як видно з рис. 1, для дослідженого сигналу (22) спектр потужності за формулами (14) і (16) однаковий і є неперервною функцією частоти зі стрибком на частоті $f \rightarrow 0$. За результатами порівняння дискретних спектрів (рис. 1, б і рис. 1, в) виявлено, що вони збігаються із високою точністю за винятком постійної складової на частоті $f \rightarrow 0$. Потужність сигналу, що обчислена з використанням отриманих спектральних густин потужності (рис. 1, а – крива 1 і крива 2) і з використанням запропонованого аналітичного методу є однаковою та дорівнює 0,5 Вт, а за застосування числового методу обчислення потужність постійної складової завищено в чотири рази. Для дослідженого сигналу отримано такий зв'язок між дискретним і неперервним спектрами:

$$(A_0)^2 = S_{pm}(f \rightarrow 0), \quad 0,5(A_i)^2 = (2/T_m)S_{pm}(f_m). \quad (25)$$

Це означає, що неперервний спектр, отриманий за формулами (14) і (16), є деяким усередненим значенням огинаючої дискретного спектра, обчисленого за співвідношеннями (17) чи (18), (19). При цьому в коефіцієнт пропорційності між значеннями неперервного й дискретного спектрів на частотах $f \neq 0$ входить величина $1/T_m$.

Як видно з рис. 3, для дослідженого сигналу за формулами (14) і (17) спектр потужності $|S_{pm}(f)|$ є неперервною функцією частоти, що зменшується до 0 Вт на частоті $f \rightarrow 0$. За

результатами порівняння дискретних спектрів (рис. 3, б і рис. 3, в) виявлено, що вони збігаються із високою точністю.

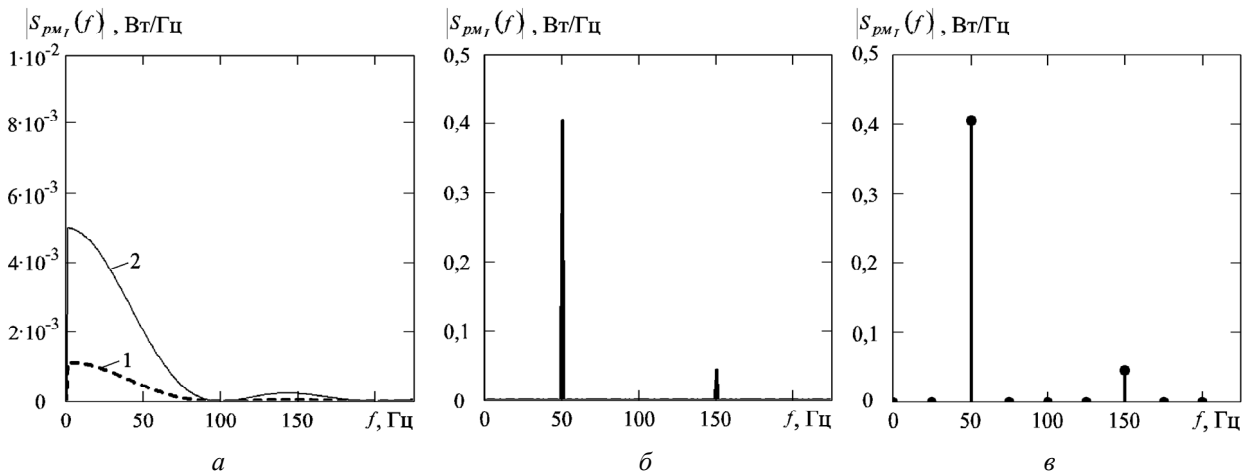


Рис. 3. Спектр потужності $|S_{pm1}(f)|$ сигналу (24), отриманий за допомогою: а – співвідношень (14) (крива 1) і (17) (крива 2); б – численного методу обчислення; в – запропонованого аналітичного методу

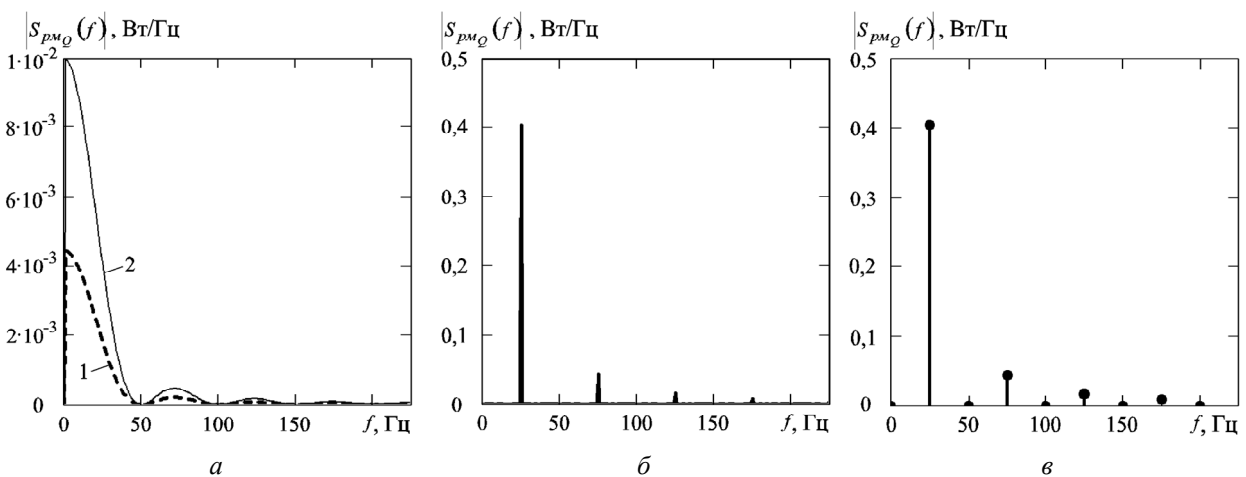


Рис. 4. Спектр потужності $|S_{pmQ}(f)|$ сигналу (24), отриманий за допомогою: а – співвідношень (14) (крива 1) і (17) (крива 2); б – численного методу обчислення; в – запропонованого аналітичного методу

Потужність сигналу, обчислена з використанням отриманої спектральної густини потужності (рис. 3, а – крива 2), запропонованого аналітичного методу й числового методу є однаковою та дорівнює 0,5 Вт. Потужність сигналу, що обчислена з використанням отриманої спектральної густини потужності (рис. 3, а – крива 1), є заниженою в і становить 0,11 Вт.

Як видно з рис. 4, для дослідженого сигналу згідно з формулами (14) і (17) спектр потужності $|S_{pmQ}(f)|$ є неперервною функцією частоти, що зменшується до 0 Вт на частоті $f \rightarrow 0$. За результатами порівняння дискретних спектрів (рис. 4, б і рис. 4, в) виявлено, що вони збігаються із високою точністю. Потужність сигналу, обчислена з використанням отриманої спектральної густини потужності (рис. 4, а – крива 2), запропонованого аналітичного методу й числового методу є однаковою та дорівнює 0,5 Вт. Потужність сигналу, що обчислена з використанням отриманої спектральної густини потужності (рис. 4, а – крива 1), є заниженою в і становить 0,22 Вт.

Для сигналів (24) зв'язок між дискретним і неперервним (рис. 2, а – крива 2) спектрами такий:

$$(A_0)^2 = S_{pm}(f \rightarrow 0), 0,5(A_i)^2 = (1,333/T_m)S_{pm}(f_{m_i}). \quad (26)$$

Тобто, розглянуті методи є придатними для дослідження спектра потужності сигналів (24) за винятком методу [2] із використанням співвідношення (14), застосування якого спричиняє появу значної похибки.

Установлено, що недоліком методу [6] є те, що при його застосуванні до сигналів (22) – (24) із використанням співвідношень (16) чи (17) можливо отримати не спектральну густину потужності, а її усереднене значення. Час дослідження сигналів (22) – (24) при використанні формул (14), (16) і (18), (19) менший за одну секунду, а при застосуванні числового методу обчислення при обраних для дослідження налаштуваннях дорівнює декільком десяткам секунд.

Висновки

У результаті досліджень виявлено, що при обчисленні спектра потужності сигналів при здійсненні низькочастотної модуляції серед розглянутих методів найдоцільнішим до застосування є запропонований аналітичний метод визначення спектральних характеристик модульованих сигналів, що застосовуються при здійсненні різних видів маніпуляції носійного колювання, при цьому відсутня помилка обчислень при мінімальному необхідному часі обчислень.

1. Жураковский Ю. П. Каналы связи / Ю. П. Жураковский, В. Д. Назаров. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1985. – 232 с. 2. Прокис Дж. Цифровая связь : [пер. с англ.] / Дж. Прокис ; под ред. Д. Д. Кловского. – М. : Радио и связь, 2000. – 800 с. : ил. 3. Мандзій Б. А. Основи теорії сигналів : підручник / Б. А. Мандзій, Р. І. Желяк ; за ред. Б. А. Мандзія. – Львів: Видавничий дім "Ініціатива", 2008. – 240 с. 4 . Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы: учебник / С. И. Баскаков. – М.: Высш. школа, 1983. – 536 с. 5. Горбатий І. В. Системи дистанційного зондування Землі з космосу : монографія / І. В. Горбатий. – Львів: СПОЛОМ, 2011. – 612 с. 6. Галкин В. А. Цифровая мобильная связь : учебное пособие для вузов / В .А. Галкин. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 432 с. 7. Френкс Л. Теория сигналов / Л. Френкс. – М.: Советское радио, 1974. – 344 с. 8. Дорожовець М. Основи метрології та виміральної техніки: підручник : у 2 т. / М. Дорожовець, В. Мотало, Б. Стадник, В. Василюк, Р. Борек, А. Ковальчик ; за ред. Б. Стадника. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту "Львівська політехніка", 2005. – Т. 1. Основи метрології. – 532 с.