

МІКРО- ТА НАНОЕЛЕКТРОНІКА

УДК 681.586.54

Д. М. Винник, О. А. Бурий, А. С. Андрущак
Національний університет “Львівська політехніка”

ВЗАЄМОДІЯ СВІТЛА З ПОЗДОВЖНИМИ АКУСТИЧНИМИ ХВИЛЯМИ, ЗБУДЖЕНИМИ П’ЄЗОПЕРЕТВОРЮВАЧАМИ СКІНЧЕННИХ РОЗМІРІВ В ІЗОТРОПНОМУ СЕРЕДОВИЩІ

© Винник Д. М., Бурий О. А., Андрущак А. С., 2019

У роботі із використанням інтеграла Релея–Зомерфельда розраховано деформації в акустичному пучку, збудженому прямокутним п’єзоперетворювачем. На основі одержаних результатів визначено величини дифракційної ефективності взаємодії плоскої оптичної хвилі і акустичного пучка, збудженого прямокутним п’єзоперетворювачем.

Ключові слова: акустичні хвилі, оптичні хвилі, п’єзоперетворювач, деформація, дифракційна ефективність, параметр Френеля.

D. Vynnyk, O. Buryy, A. Andrushchak
Lviv Polytechnic National University

THE INTERACTION OF LIGHT WITH LONGITUDINAL ACOUSTIC WAVES EXCITED BY PIEZOELECTRIC TRANSDUCER OF FINITE DIMENSIONS IN ISOTROPIC MEDIUM

© Vynnyk D., Buryy O., Andrushchak A. 2019

The deformation in acoustic beam excited by the rectangle piezo-transducer is calculated by Rayleigh-Sommerfeld integral consideration. This calculation is carried out for the longitudinal acoustic waves propagating in the isotropic medium. The analytical consideration of the deformations is undertaken for the ‘shadow’ and the Fraunhofer (the far area) regions determined through the Fresnel parameter of the acoustic field. The deformations in the Fresnel region (the nearest area) are expressed by the Fresnel integrals which can be calculated only numerically. Based on the obtained expressions, the changes of the dielectric permittivity is calculated for the acoustic beam in the ‘shadow’ and the Fraunhofer regions. In turn, these results are used for the determination of the diffraction efficiency of the acousto-optic interaction of the plane optical wave with acoustic beam excited by the rectangle piezo-transducer in the mentioned regions. As it is shown, the obtained expressions for the diffraction efficiency in the ‘shadow’ and the Fraunhofer regions are essentially different. At that the expression for the diffraction efficiency in ‘shadow’ region coincides with the one for the diffraction efficiency in the case of interaction between plane optical and plane acoustical waves. As it is followed from our consideration, the regions of the ‘shadow’ (or the nearest area) are predominantly realized for the longitudinal acoustic waves propagating in isotropic media.

Key words: acoustic waves, optical waves, piezoelectric transducer, deformation, diffraction efficiency, Fresnel parameter.

Вступ

Як відомо, в реальних акустичних пристроях геометрія акустооптичної взаємодії передбачає оптичні та акустичні пучки скінченних розмірів з нерівномірним розподілом амплітуд та фазових профілів. Аналіз взаємодії плоских оптичних та акустичних хвиль забезпечує приблизний теоретичний опис акустооптичної взаємодії в режимі Брегга [1–6]. За такого підходу скінченність

розмірів пучків не враховується, що може привести до значних неузгодженостей між теоретичними результатами та експериментальними даними. Отже, існує необхідність у розробленні підходів, які враховують скінченні розміри взаємодіючих акустичних і оптичних пучків. Подібну задачу розв'язано в роботах [7, 8], де розраховано ефективність акустооптичної взаємодії у випадку скінченної геометрії оптичних та акустичних хвиль за допомогою методу функцій Гріна для розв'язання хвильового рівняння. Інший еквівалентний підхід полягає в розкладі взаємодіючих оптичних і акустичних пучків скінченних розмірів у кутовий спектр по плоских хвилях і підсумуванні всіх просторових складових дифрагованого випромінювання, які задовольняють умову фазового синхронізму [9, 10]. Впливу скінченних розмірів п'єзоперетворювача присвячено також роботи [11, 12]. У роботі [11] скінченні розміри п'єзоперетворювача враховано за допомогою інтеграла Релея–Зоммерфельда, однак розрахунок величин дифракційної ефективності проводиться, як і у роботах [7–10], у наближенні слабого поля. В роботі [12] зіставляються результати вимірювання величин дифракційної ефективності в різних точках акустичного поля, збудженого п'єзоперетворювачем скінченних розмірів, з розрахунком поля випромінювання цього перетворювача, проведеним з допомогою інтеграла Релея–Зоммерфельда. Однак і ця робота не дає повного розв'язку задачі про взаємодію плоских світлових хвиль з акустичним пучком, збудженим п'єзоперетворювачем скінченних розмірів.

Розглянуто підхід, який ґрунтується на використанні інтеграла Релея–Зоммерфельда для визначення величин деформацій в акустичних пучках, які випромінюються п'єзоперетворювачами скінченних розмірів із подальшим розрахунком ефективності акустооптичної взаємодії. За таким підходом розглянемо задачу дифракції світлової хвилі на акустичному пучку і у випадку сильного акустичного поля. Крім того, він дає змогу встановити обмеження на використання підходів із робіт [7–10].

Розрахунок ефективності акустооптичної взаємодії

Розглянемо брегівську ізотропну дифракцію світлової хвилі на акустичних коливаннях, що збуджуються прямокутним перетворювачем, як схематично представлено на рис. 1. При цьому для спрощення вважатимемо, що світлова хвиля має нескінченну ширину, а отже, є плоскою. Нехай в акустооптичній комірці вздовж осі Z поширюються біжучі акустичні хвилі, а в напрямку X падає плоска світлова хвиля (рис. 1).

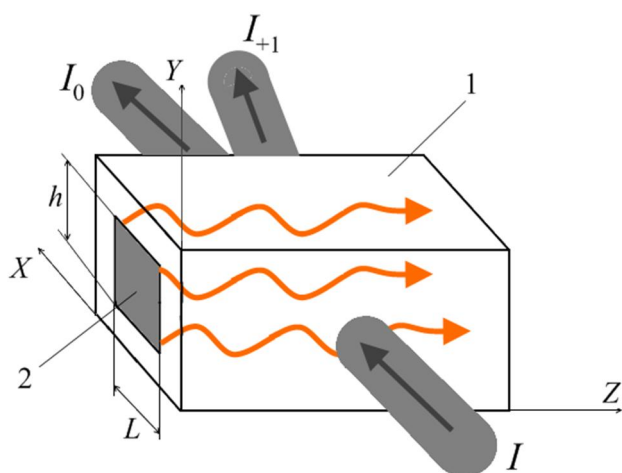


Рис. 1. Дифракція світлової хвилі на об'ємній акустичній хвилі скінченних розмірів;
 1 – світлозвукопровід; 2 – п'єзоперетворювач;
 L і h – довжина і висота п'єзоперетворювача відповідно;
 I , I_0 , I_{+1} – інтенсивність падаючого світлового променя та дифрагованих променів нульового та плюс першого порядків дифракції відповідно

Ефективність взаємодії світлової і акустичної хвиль визначають за хвильовим рівнянням, яке у нашому випадку можна записати у вигляді [2]:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} (\hat{\epsilon} \vec{E}), \quad (1)$$

де $\hat{\epsilon}$ – тензор з компонентами

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{0ij} + \Delta\epsilon_{ij}. \quad (2)$$

Тут ε_{0ij} – діелектрична проникність середовища світлозвукопроводу; $\Delta\varepsilon_{i,j}$ – її зміна за дії акустичної хвилі; c – швидкість світла. Без втрати загальності вважаємо, що величини електричних полів не залежать від координати y [2]. Отже, для розв'язання задачі дифракції світла на акустичній хвилі слід визначити величину зміни діелектричної проникності $\Delta\varepsilon_{i,j}$, що можна зробити з таких міркувань.

Як відомо, в основу акустооптичної взаємодії покладено пружнооптичний ефект, що описується рівнянням [2]:

$$\Delta B_{ij} = \Delta \left(\frac{1}{\varepsilon_{ij}} \right) = p_{ijkl} S_{kl}, \quad (3)$$

У (3) p_{ijkl} – компоненти тензора пружнооптичних коефіцієнтів \hat{p} четвертого рангу; S_{kl} – компоненти тензора деформацій \hat{S} другого рангу; $\Delta B = B_{ij} - B_{ij}^0$; B_{ij}^0 – тензор діелектричної непроницності за відсутності поля деформацій, B_{ij} – діелектрична непроницність у присутності поля деформації, тензор \hat{B} пов'язаний із тензором діелектричної проникності $\hat{\varepsilon}$ співвідношенням $\hat{B}\hat{\varepsilon} = \mathbf{1}$.

Для компонент вектора зміщень \vec{U} пружної хвилі можна записати [13]:

$$U_i = \nabla_i \Phi + \Delta_i \times \psi_i, \quad i=1,2,3. \quad (4)$$

Тут Φ і ψ – скалярний і векторний потенціали відповідно. Для випадку дифракції світла на поздовжніх акустичних хвилях, який розглядаємо, $\psi = 0$. У такому випадку тензор деформацій S збігається з тензором дисторсій із компонентами dU_i/dx_j ($x_1^0 = x, x_2^0 = y, x_3^0 = z$). Тому для складових тензора деформацій \hat{S} , спричинених поширенням акустичної хвилі, можна записати: $S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j}$.

Зокрема, для деформації в поздовжній акустичній хвилі, що розповсюджується в напрямку Z , маємо

$$S_{33} = \frac{\partial U_3}{\partial x_3}. \quad (5)$$

Часову залежність скалярного потенціалу акустичного поля можна записати як $\Phi(x,y,z,t) = \Phi(x,y,z)e^{i\Omega t}$, де Ω – циклічна частота акустичної хвилі. Величину $\Phi(x,y,z)$ у будь-якій точці $z > 0$ можна визначити за відомим співвідношенням [11]:

$$\Phi(x,y,z) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\delta'} U_z(x'_m, y'_m, z=0) \frac{e^{-Kr_m}}{r_m} d\delta', \quad (6)$$

Тут δ' – площа по якій проводиться інтегрування (площа п'єзоперетворювача); r_m – віддаль від джерела пружних хвиль до заданої точки простору M , $U_z(x'_m, y'_m, z=0)$ – зміщення на поверхні п'єзоперетворювача; $\vec{K} = \frac{2\pi}{\Lambda} \vec{m}$ – хвильовий вектор; \vec{m} – вектор хвильової нормалі пружної хвилі. Положення точки M надалі характеризуватимемо як декартовими (x, y, z), так і сферичними координатами (r, θ, φ). Інтеграл (6) є добре відомим в теорії дифракції (оптика) [16], а також у теорії антен (радіотехніка) [17].

Розглянемо на поверхні п'єзоперетворювача точку з координатами $x'_m, y'_m, z=0$. Точка M віддалена від цієї точки на відстань r_m :

$$r_m = \sqrt{(x - x'_m)^2 + (y - y'_m)^2 + z^2} = \sqrt{r^2 - 2(xx'_m + yy'_m) + (x'_m)^2 + (y'_m)^2} = \quad (7)$$

де r – віддаль до точки M від початку координат. Для поля зміщень акустичної хвилі в точці M при виконанні умови $Kr \gg 1$, з використанням (4) і (6), зауваживши, що в нашому випадку $i=3=z$, маємо

$$U_3(x,y,z) = \frac{i}{\Lambda} \int_{\delta'} U_3(x'_m, y'_m, z=0) \frac{z}{r_m} \frac{e^{-iKr_m}}{r_m} dx'_m dy'_m, \quad (8)$$

Якщо припустити, що лінійні розміри п'єзоперетворювача малі порівняно із віддаллю до точки M , то множник $1/r_m$ можна замінити на $1/r$. Крім того, якщо врахувати, що $z = r \cos \theta$, то вираз (8) можна записати у вигляді:

$$U_3(x,y,z) = \frac{i \cos \theta}{\Lambda r} \int_{\delta'} U_3(x'_m, y'_m, z=0) e^{-iKr_m} dx'_m dy'_m. \quad (9)$$

Для деформації S_{33} в акустичній хвилі, збудженій прямокутним перетворювачем та враховуючи (5) і (9), отримаємо:

$$S_{33} = \frac{2\pi \cos^2 \theta}{\Lambda^2 r} \int_{\delta'} U_3(x'_m, y'_m, z=0) e^{-iKr_m} dx'_m dy'_m. \quad (10)$$

Оскільки $x'_m \ll r$ і $y'_m \ll r$, то в експоненті інтегралу (10), можна розкласти в ряд за степенями x'_m/r і y'_m/r . Зберігаючи другий член розкладу в експоненті, інтеграл (10) можна записати:

$$S_{33} = \frac{2\pi e^{-iKr}}{\Lambda^2 z} \cos^2 \theta \int_{\delta'} U_z(x'_m, y'_m, z = 0) e^{-iK \left[-\frac{xx'_m}{r} - \frac{yy'_m}{r} + \left(\frac{x'^2_m}{2r} \right) + \left(\frac{y'^2_m}{2r} \right) \right]} dx'_m dy'_m. \quad (11)$$

Надалі розглядатимемо акустичне поле в точках, які лежать поблизу осі z (параксіальне наближення, $\cos \theta \approx 1$). Відносна похибка, що вноситься таким наближенням, не є значною і навіть при кутах у 20° становить близько 12 %.

Формула (10) дає можливість визначити поле деформацій в трьох областях: області “тіні”, області Френеля і області Фраунгофера (дальній зоні).

Для характеристики цих областей використовують параметр Френеля $\Lambda z/L^2$ [16] (іноді зустрічається і дещо відмінне визначення цієї величини).

Область “тіні” реалізується, коли параметр Френеля $\Lambda z/L^2 \ll 1$ (і $\Lambda z/h^2 \ll 1$) [16], а розподіл поля на п’єзоперетворювачі $U_z(x'_m, y'_m, z = 0)$ змінюється повільно. На практиці для визначення області тіні використовують співвідношення $\Lambda z/L_{\min}^2 \leq 0,2$ [16], де L_{\min} – мінімальний розмір неоднорідності акустичного поля. В області тіні основний внесок у величину показника експоненти в підінтегральному виразі роблять два останні доданки. Враховуючи лише їх, а також те, що в параксіальному наближенні $r \gg z$, вираз (11) можна переписати як:

$$S_{33} = \frac{2\pi e^{-iKz}}{\Lambda^2 z} \left(\frac{2\pi z}{iK} \right) \frac{1}{\pi a} \int_{\delta'} U_z(x'_m, y'_m, z = 0) e^{-\left(\frac{x'_m}{a} \right)^2} e^{-\left(\frac{y'_m}{a} \right)^2} dx'_m dy'_m, \quad (12)$$

де $a = \frac{2r}{iK} \approx \frac{2z}{iK}$. Далі, використовуючи відомий вираз для дельта-функції $\delta(x) = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{\pi a}} e^{-\left(\frac{x}{a} \right)^2}$ та її фільтрувальну властивість, отримуємо наступний вираз для розглядуваної складової деформації:

$$S_{33}^S = -i \frac{2\pi U_0}{\Lambda} e^{i(\Omega t - Kz)} \quad (13)$$

У цьому виразі $U_0 \equiv U_3(0,0,0)$; враховано також часову залежність скалярного потенціалу акустичного поля.

Іншим граничним випадком є дифракція в області Фраунгофера (дальній зоні), при цьому $\Lambda z/L^2 \gg 1$ (і також $\Lambda z/h^2 \gg 1$; для практичних оцінок використовують вираз $z = 2L/\Lambda$) і у показнику експоненти в підінтегральному виразі в (11) можна враховувати лише два перші доданки. Тоді для величини деформації одержуємо:

$$S_{33}^F = \frac{2\pi U_0 L h}{\Lambda^2 z} \Gamma(K, \theta, \varphi) e^{i(\Omega t - Kz)}, \quad (14)$$

де

$$\Gamma(K, \theta, \varphi) = \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} e^{-iK[(x_m \sin \theta \cos \varphi)L - y_m h \sin \theta \sin \varphi]} dx_m dy_m. \quad (15)$$

У (15) позначено $x_m = \frac{x'_m}{L}$, $y_m = \frac{y'_m}{h}$ і також враховано, що $x = r \sin \theta \cos \varphi$; $y = r \sin \theta \sin \varphi$.

Область Френеля реалізується при $\frac{\Lambda z}{L^2} \sim 1$ і описується інтегралом (11). Деформації в області (зоні) Френеля виражаються через інтеграли Френеля, залежні від z , розрахунок яких можна провести лише за допомогою числових методів.

Для зміни діелектричної проникності $\Delta \epsilon$, зумовленої поширенням акустичної хвилі, що збуджується прямокутним п’єзоперетворювачем, можна записати (з врахуванням (3) і (13)) для зони “тіні”:

$$\Delta \epsilon_i^S = \frac{\epsilon^2 p_{i3}}{2} \frac{2\pi U_0}{\Lambda} \sin(\Omega t - Kz), \quad i = 1, 2, 3. \quad (16)$$

Зазначимо, що хоча у (16) використано двоіндексні позначення для компонент тензора пружнооптичних коефіцієнтів (тобто $i = 1 \dots 6$), для ізотропних тіл коефіцієнти p_{i3} при $i = 4, 5, 6$ є нульовими, а отже, лише діагональні елементи матриці діелектричної проникності (скаляра у незбуреному випадку) є відмінними від нуля. При цьому для класів симетрії $\bar{4}2m$, 432 , $\bar{4}3m$, $m3m$ будемо мати: $\Delta \epsilon_1^S = \Delta \epsilon_2^S$.

Аналогічно, використовуючи (3) та (14), для зони Фраунгофера отримуємо

$$\Delta \varepsilon_i^F = \frac{\varepsilon^2 p_{i3}}{2} \frac{2\pi U_0 L h}{\Lambda^2 z} \Gamma(K, \Theta, \varphi) \cos(\Omega t - Kz). \quad (17)$$

У (16) і (17) враховано дійсну частину деформації S_{33} .

Як відомо, акустична потужність пучка P_a пов'язана з амплітудою деформації, викликаною біжучою акустичною хвилею, наступним співвідношенням [8]:

$$P_a = \frac{1}{2} \rho V^3 |S_0|^2 L h. \quad (18)$$

Тут $S_0 = \frac{2\pi U_0}{\Lambda}$, а ρ – густина середовища, в якому поширюється акустична хвиля.

Звідси отримуємо зв'язок між зміщенням U_0 та акустичною потужністю

$$|S_0| = \frac{2\pi U_0}{\Lambda} = \frac{2P_a}{\rho V^3 L h}. \quad (19)$$

Відповідно, у виразах (16) і (17) співвідношення $\frac{2\pi U_0}{\Lambda}$ при розрахунках слід замінити на співвідношення (19). Оскільки амплітуда деформації, а отже, і зміна діелектричної проникності для зони Фраунгофера залежить від відстані z , знайдемо середнє значення амплітуди деформації

$$S(z, \mathbf{0}, \mathbf{0}) = \frac{2\pi U_2 L h}{\Lambda^2 z}, \quad (20)$$

на проміжку $z_2 - z_1$, в межах якого відбувається взаємодія між світловою хвилею та акустичною. Інтегруючи (20) в межах $z_1 \dots z_2$, отримуємо

$$\bar{S}(z, \mathbf{0}, \mathbf{0}) = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} S(z, \mathbf{0}, \mathbf{0}) dz = \frac{2\pi U_2 L h}{\Lambda^2 (z_2 - z_1)} \ln \frac{z_2}{z_1}, \quad (21)$$

У подальших розрахунках залежну від z амплітуду деформації на осі Z будемо замінити на середнє значення цієї величини на проміжку $z_1 \dots z_2$.

Для визначення ефективності взаємодії плоскої оптичної хвилі із акустичною хвилею, яка збуджена прямокутним п'єзоперетворювачем, розв'язки хвильового рівняння Максвелла (1) будемо шукати відповідно до загальноприйнятої методики, використовуючи теорію зв'язаних хвиль для малих кутів дифракції [2]. За таким підходом амплітуди A_1 і A_2 падаючої (i) та дифрагованої (d) хвиль, записуються у вигляді:

$$A_1(L) = e^{i(\Delta\alpha/2)L} \left\{ \left[\cos vL - i \frac{\Delta\alpha}{2v} \sin vL \right] A_1(\mathbf{0}) - i \frac{K_{12}}{v} \sin vL \cdot A_2(\mathbf{0}) \right\}, \quad (22)$$

$$A_2(L) = e^{i(\Delta\alpha/2)L} \left\{ \left(-i \frac{K_{12}}{v} \sin vL \right) A_1(\mathbf{0}) + \left(\cos vx + i \frac{\Delta\alpha}{2v} \sin vL \right) A_2(\mathbf{0}) \right\}, \quad (23)$$

де $A_1(\mathbf{0})$ і $A_2(\mathbf{0})$ – амплітуди при $L=0$, а $v^2 = K_{12} \cdot K_{12}^* + \left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)^2$, $\Delta\alpha = K(\sin \theta_i - \sin \theta_d)$ – неузгодженість оптичного імпульсу в напрямку z ; θ_i, θ_d – кути падіння і дифракції, які відрізняються від кута Бреґга $\theta_B = \arcsin\left(\frac{K}{2k}\right)$, де k – хвильове число світлової хвилі, на деякий малий кут Dq ; причому $q_i = q_B + Dq$, $q_d = q_B - Dq$; K_{12} – коефіцієнт зв'язку між падаючої та дифраговою хвилею,

$$K_{12} = \frac{\omega^3 n^3}{4c \cos \theta_B} |p_{ef} \bar{S}^*|, \quad (24)$$

де n – показник заломлення середовища; ω – циклічна частота світлової хвилі; p_{ef} – ефективний пружнооптичний коефіцієнт, який визначають за співвідношенням:

$$p_{ef} = \vec{d}_i \vec{d}_d \hat{p} \vec{m} \vec{a}, \quad (25)$$

де \vec{d}_i, \vec{d}_d – одиничні вектори поляризації падаючої і дифрагової світлових хвиль відповідно; $\vec{m} - \vec{a}$ – вектор нормалі та одиничний вектор поляризації акустичної хвилі; для випадку, що розглядається: $\vec{m} = \vec{a} = \vec{m}_3$.

Величина дифракційної ефективності, яку використовують для визначення частки інтенсивності падаючої хвилі I_i , що перетворюється на інтенсивність дифрагової хвилі I_d , $\eta = \frac{I_d}{I_i}$, розрахована на основі (22) і (23) становить (із врахуванням того, що $A_2(\mathbf{0}) = 0$):

$$\eta = \frac{|K_{12}|^2}{|K_{12}|^2 + (\Delta\alpha/2)^2} \sin^2 L \sqrt{|K_{12}|^2 + \left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)^2}. \quad (26)$$

Визначити аналітично величину дифракційної ефективності методом зв'язаних хвиль можна у випадку взаємодії світлових і акустичних хвиль, лише коли звукова хвиля поширюється або в області “тіні”, або в дальній зоні. Розв'язати рівняння Максвелла в випадку, коли звукова хвиля поширюється в ближній зоні, тобто коли деформація виражається через інтеграл Френеля, можна лише за допомогою числових методів. Далі запишемо вирази для області “тіні” та області Фраунгофера, отримані із врахуванням скінченних розмірів п'єзоперетворювача.

Область Фраунгофера

Величину $|K_{12}|^2$ у випадку взаємодії плоскої світлової хвилі з біжучою акустичною хвилею, яка збуджена прямокутним перетворювачем, враховуючи (17), (18) і (21) можна записати як:

$$|K_{12}|^2 = \frac{\pi^2}{2\lambda^2 \cos^2 \theta_5} \frac{M_2 P_2 \Gamma^2(K, \theta, \varphi)}{Lh} \left(\frac{Lh}{\Lambda(z_2 - z_1)} \ln \frac{z_1}{z_2} \right)^2, \quad (27)$$

де $M_2 = n^6 p_{ef}^2 / \rho V^3$ – відомий параметр акустооптичної якості.

Вважатимемо, що акустична хвиля, збуджена п'єзоперетворювачем, поширюється в площині XOZ, тобто азимутальний кут $\varphi=0$.

Тоді функцію $\Gamma(K, \theta, \varphi)$ легко розраховувати:

$$\Gamma(K, \theta, \varphi = 0) = \text{sinc} \left[\frac{L(\theta_i - \theta_B)}{\Lambda} \right], \quad (28)$$

де $\text{sinc } x = \sin \pi x / \pi x$ – кардинальний синус, а $\sin \theta$ замінено на θ , виходячи із параксіального наближення.

Розглянемо випадок слабкого акустичного поля, коли величина деформації S_{33} є малою, і, відповідно до (24), $|K_{12}| \ll \Delta\alpha/2$. Тоді для дифракційної ефективності, використовуючи (26), можна записати:

$$\eta = \frac{|K_{12}|^2}{(\Delta\alpha/2)^2} \sin^2 \left(\frac{L\Delta\alpha}{2} \right) = L^2 |K_{12}|^2 \text{sinc}^2 \left[\frac{L(\theta_i - \theta_B)}{\Lambda} \right]. \quad (29)$$

Підставляючи сюди вираз (27) для $|K_{12}|^2$, із врахуванням (28) для дифракційної ефективності в області Фраунгофера для випадку слабкого акустичного поля, остаточно отримуємо:

$$\eta = \frac{\pi^2}{2\lambda^2 \cos \theta_B} \cdot \frac{P_a L M_2}{h} \left(\frac{Lh}{\Lambda(z_2 - z_1)} \ln \frac{z_1}{z_2} \right)^2 \text{sinc}^4 \left[\frac{L(\theta_i - \theta_B)}{\Lambda} \right]. \quad (30)$$

У наближенні сильного акустичного поля, $|K_{12}| \gg \Delta\alpha/2$ при $\theta_i = \theta_B$ для величини дифракційної ефективності η , використовуючи (26), (27) і (28), одержуємо:

$$\eta = \sin^2 \left(\frac{\pi}{\sqrt{2} \lambda \cos \theta_B} \sqrt{\frac{P_a L M_2}{h}} \cdot \frac{Lh}{\Lambda(z_2 - z_1)} \ln \frac{z_1}{z_2} \right). \quad (31)$$

Область “тіні”

У цій області із врахуванням (13) і (26) отримуємо відомий результат [1–4] для наближення слабкого поля:

$$\eta = \frac{\pi^2}{2\lambda^2 \cos \theta_B} \cdot \frac{P_a L M_2}{h} \text{sinc}^2 \left[\frac{L(\theta_i - \theta_B)}{\Lambda} \right]. \quad (32)$$

Отже, при взаємодії плоскої світлової хвилі з акустичною, яка поширюється в дальній зоні і збуджена прямокутним п'єзоперетворювачем, в наближенні слабкого поля величина дифракційної ефективності відрізняється від величини дифракційної ефективності взаємодіючих плоских оптичної і акустичної хвиль, яке є загальноприйнятим при розгляді задач акустооптики, множником $\text{sinc}^4 \left[\frac{L(\theta_i - \theta_B)}{\Lambda} \right]$. Цей множник враховує діаграму спрямованості прямокутного перетворювача в дальній зоні. Аналогічний вираз для області тіні містить $\text{sinc}^2 \left[\frac{L(\theta_i - \theta_B)}{\Lambda} \right]$. Графіки залежностей $\text{sinc } x$, $\text{sinc}^2 x$, $\text{sinc}^4 x$ представлено на рис. 2.

Крім того, як видно із порівняння (30)–(32), вирази для величини дифракційної ефективності в зоні “тіні” і зоні Фраунгофера відрізняються між собою множником $\left(\frac{Lh}{\Lambda(z_2 - z_1)} \ln \frac{z_1}{z_2} \right)^2$, який враховує спадання амплітуди деформації акустичних коливань у дальній зоні з відстанню від п'єзоперетворювача (див. вираз (14)).

Подальшим етапом аналізу акустооптичної взаємодії має бути врахування скінченних розмірів не лише акустичного, але й оптичного пучка, що можна реалізувати згідно з підходом, представленим у [3]. Для цього падаючу оптичну хвилю слід розкласти в кутовий спектр плоских хвиль $A_1(\theta_j - \theta_i)$, де θ_j і θ_i кути розбіжності і кут падіння світлової хвилі відповідно, а кутовий спектр дифрагрованої хвилі $A_2(\theta_j - \theta_i)$ формується із кутового спектра падаючої хвилі $A_1(\theta_j - \theta_i)$. Амплітуду дифрагovanого поля знаходять зворотнім Фур'є перетворенням її кутового спектру $A_2(\theta_j - \theta_i)$. Слід відзначити, що описаний підхід для визначення дифракційної ефективності при взаємодії акустичних і оптичних пучків скінченних розмірів дозволяє враховувати цю взаємодію не лише в наближенні слабкого акустичного поля, але й для п'єзоперетворювачів довільної форми.

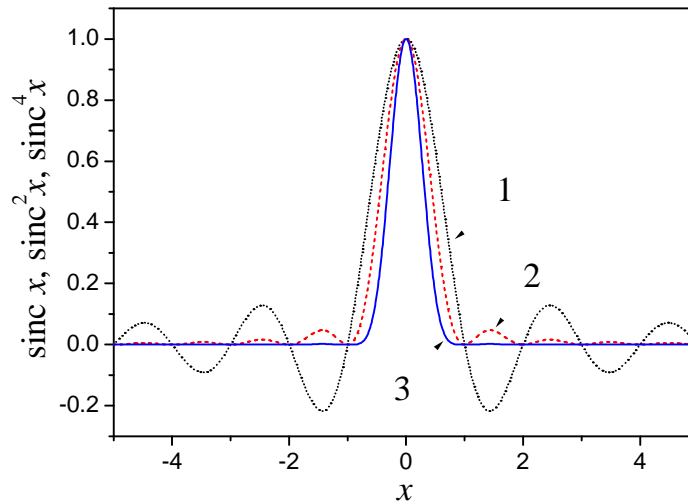


Рис. 2. Графік залежності $\sin c x$ (1), $\sin c^2 x$ (2), $\sin c^4 x$ (3)

Базуючись на представлених вище результатах, проведемо оцінку зони “тіні” в акустооптичному пристрої, в якому довжина несекціонованого перетворювача $L=1$ мм, швидкість акустичної хвилі в середовищі становить $V = 6$ км/с, а її частота $f = 100$ МГц (тобто $\Lambda = V/f = 60$ мкм). У цьому випадку $z \leq 3,4$ мм, при $f = 50$ МГц область “тіні” починається $z \leq 1,7$ мм. Проведена оцінка показує, що в реальних акустичних пристроях, в яких довжина несекціонованого перетворювача $L \geq 1$ мм, задовільним наближенням для акустичних хвиль, збуджених цими перетворювачами, є наближення плоских акустичних хвиль. Це справедливо для нефокуруючих акустичних середовищ (ізотропних середовищ). Зазначимо також, що, тим не менше, поширеною практикою є розгляд області Фраунгофера при проведенні таких розрахунків, а це, як впливає із представлених оцінок, не завжди є коректним.

Висновки

Із використанням інтегралу Релея–Зоммерфельда визначено величини деформацій у плоскій акустичній хвилі, що поширюється в ізотропному середовищі. Аналітичний аналіз деформацій проведено для областей “тіні” та Фраунгофера, які визначаються через параметр Френеля акустичного пучка. На основі цього аналізу визначено зміни діелектричної проникності, спричинені проходженням акустичного пучка, з подальшим розрахунком дифракційної ефективності акустооптичної взаємодії між плоскою оптичною хвилею та акустичним пучком, збудженим прямокутним п'єзоперетворювачем у зазначених областях. Отримано вирази для ефективності акустооптичної взаємодії при врахуванні скінченних розмірів п'єзоперетворювача. Показано, що вирази для величини дифракційної ефективності в області “тіні” та області Фраунгофера суттєво відрізняються, при цьому вираз для дифракційної ефективності в області “тіні” збігається з аналогічним, отриманим для випадку взаємодії між плоскими оптичною та акустичною хвилями. Проведена

оцінка показує, що при поширенні поздовжніх акустичних хвиль в ізотропних середовищах переважно реалізується область тіні або область ближньої зони.

1. Korpel A. *Acousto-Optics*. New York (1997). 2. Ярив А., Юх П. *Оптические волны в кристаллах*. М. Мир (1987). 3. Магдич Л.Н., Молчанов В. Я., *Акустические устройства и их применения*. М. Сов. Радио (1987). 4. Goutzoulis A. and Pape D. *Design and Fabrication of Acousto-Optic Devices*, New York: Marcel-Dekker (1994). 5. Marty P.N. *Modelling of ultrasonic guided wave generated by piezoelectric transducers. A thesis submitted to the University of London for the degree of Doctor of Philosophy*. University of London, 2002. 6. Balakshy V., Voloshin A. (2016) *Anisotropic acousto-optic interaction in tellurium crystal with acoustic wave-off*. *Applied Optics*. 55-17: 4542-4549. 7. Cohen M. and Gordon E. (1965) *Acoustic Beam Probing Using Optical Techniques*. *The Bell Sys. Tech. J.*: 693–721. 8. Gordon E. (1966) *A Review of Acoustooptical Deflection and Modulation Devices*. *Proc. of the IEEE* 54: 1391-1401. 9. Korpel A. (1968) *Acoustic Imaging by Diffracted Light. I. Two-Dimensional Interaction*. *IEEE Trans. Sonics Ultrason.* 15–3: 153–157. 10. Cheng I. and Hecht D., (1982) *Characteristics of Acousto-Optic Signal Processors* *Opt. Eng.* 21: 76–81. 11. Григорьев М. А., Навроцкая Ю. Н., Прохоров В. В., Петров В. В., Толстиков А.В. (1998) *Влияние поперечной расходимости “звукового” пучка на эффективность акустооптического взаимодействия*. *Оптика и спектроскопия*, т. 84, № 2 с. 307–311. 12. Магдич Л. Н., Писаревский Ю. В., Семеновский Н. Н., Сильвестрова О. Ю. (2008) *Некоторые особенности влияния дифракции в упругоанизотропной среде на акустооптическое взаимодействие*. *Радиотехника и электроника*. т. 53, № 12 с. 1528–1532. 13. Кайно Г. *Акустические волны. Устройства, визуализация и аналоговая обработка сигналов*. М.: Мир (1990). 14. Борн М., Вольф Э. *Основы оптики*. М.: Наука (1973). 15. Лавров А. С., Резников Г. Б. *Антенно-фидерные устройства*. М.: Сов.Радио (1974). 16. Виноградова М. Б., Риденко О. В., Сухоруков А. П. *Теория волн*. М.: Наука ГРФМЛ (1990). 17. Литвиненко О. Н. *Основы радиооптики*. К.: Техника (1974).