

О. М. Гумен*, В. Б. Довгалюк**, В. О. Мілейковський**

*Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”,
кафедра нарисної геометрії, інженерної та комп’ютерної графіки,

**Київський національний університет будівництва і архітектури,
кафедра теплогазопостачання і вентиляції

ВИЗНАЧЕННЯ ІНТЕНСИВНОСТІ ТУРБУЛЕНТНОСТІ ПОТОКІВ З ВЕЛИКОМАСШТАБНИМИ ВИХОРАМИ НА ОСНОВІ ГЕОМЕТРИЧНОГО ТА КІНЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ МАКРОСТРУКТУРИ

© Гумен О. М., Довгалюк В. Б., Мілейковський В. О., 2016

Для гармонізації вітчизняних будівельних норм з нормами ЄС постала необхідність урахування інтенсивності турбулентності в приміщеннях. Основними підходами є дорогі і тривалі експериментальні дослідження в спеціальних лабораторіях або використання дорогих програм обчислювальної гідродинаміки (CFD) на дорогому апаратному забезпеченні. На відміну від цих підходів, продовжуючи дослідження професора, завідувача кафедри теплогазопостачання і вентиляції Київського національного університету будівництва і архітектури А. Я. Ткачука, запропоновано підхід до визначення інтенсивності турбулентності течій з великомасштабною вихровою структурою. Основним припущенням є головна роль макроструктури у формуванні основних статистичних характеристик пульсацій швидкості. Автори отримали інтенсивність турбулентності для вільних плоских струмин та напівобмежених струмин з різною кривиною поверхні настилення. Отримано інтенсивність турбулентності для примежового шару між потоками. Висунуті припущення підтверджуються збігом результатів з відомими дослідними даними.

Ключові слова: інтенсивність турбулентності, організація повітрообміну, струминний примежовий шар, обчислювальна гідродинаміка, турбулентна макроструктура.

In connection with the standards harmonization with the EU it is necessary to take into account turbulence intensity in rooms. The basic approaches are high-cost and time consuming experimental researches in special laboratories or using expensive computational fluid dynamics (CFD) software on high-cost hardware. In contrast to these approaches as a continuation of researches of A. Tkachuk, the professor, Head of Heat- gas supply and Ventilation Department of Kyiv National University of Construction and Architecture, we propose an approach to determine the turbulence intensity of flows with large-scale vorticity. The basic assumption is the main role of large-scale turbulent macrostructure in formation of basic statistical characteristics of velocity pulsations. The authors obtained the turbulence for free flat jets and wall jets on different curvature walls. In this paper the turbulence intensity of the mixing boundary layer is obtained. The assumptions are confirmed by the known experimental results.

Key words: turbulence intensity, air exchange organization, jet boundary layer, computational fluid dynamic, turbulent macrostructure.

Постановка проблеми. Прийняття частково гармонізованого зі стандартами ЄС ДБН В.2.5-67:2013 [1] призвело до потреби врахування турбулентних пульсацій під час організації повітрообміну. Для цього виконують лабораторні дослідження в спеціалізованих лабораторіях, що

вимагає значних матеріальних та часових затрат. Моделювання за допомогою програм обчислювальної гідродинаміки (CFD) вимагає, крім значних витрат часу на побудову моделі та розрахунки, дорогого програмного й апаратного забезпечення. Закладені математичні моделі містять умовні фізичні величини (наприклад, турбулентну в'язкість) та експериментальні коефіцієнти. Значення цих коефіцієнтів може змінюватися залежно від задачі, що вимагає додаткової перевірки достовірності моделі для кожного конкретного випадку.

На відміну від зазначених підходів професор А. Я. Ткачук розробив метод розрахунку усереднених характеристик турбулентних потоків [2, 3]. Оскільки при достатніх значеннях числа Рейнольдса дія сил в'язкості стає опосередкованою, то справедливими є основні закони руху ідеальної рідини. Серед таких законів є відома теорема [2, 3]: будь-який безперервний потенціальний рух нестисливої рідини, що заповнює довільну область, можливо викликати відповідним розподілом вихорів поверхнею, яка обмежує цю область. Отже, поверхні розриву тангенціальної складової швидкості можна розглядати як сукупність вихорів (вихрову пелену). Окремі вихори виходять з пелени під дією сил Магнуса й заповнюють потік. Натомість формуються нові вихори, що відновлюють вихрову пелену. Крім цього, використовують теорему Кельвіна–Стокса про тотожність циркуляції поля швидкості та потоку ротора. Тобто теоретично отримані відомі експериментальні залежності для пристінних примежових шарів у каналах та на пластині [2].

Для струмин [3] геометричне місце точок перегину профілів швидкості подано як дрібновихрову пелену. Вжито припущення, що лінія перегину профілю швидкості ділить його приблизно навпіл. Тому отриманий експоненційний профіль швидкості є менш наповненим, ніж відомі експериментальні. Якщо прийняти це відношення як експериментальну константу, то підбором її значення (близько 0,45) можна отримати будь-який з відомих експоненційних профілів (Райхардта [4], Грімтіліна [5] тощо). Оскільки до 2013 року не було необхідності визначати турбулентні характеристики потоків у більшості задач вентиляції, то аналіз пульсацій швидкості теорією не передбачався.

Продовженням цих досліджень є врахування великомасштабних вихорів (клубів) у струминах, що добре видно зі світлин [4, 6]. Струминний примежовий шар можна подати як великомасштабну вихрову пелену, клуби якої котяться вільною межею. Примежовий шар змішування між потоками можна подати як великомасштабну вихрову пелену, швидкість руху клубів якої на межі шару дорівнює швидкості відповідних потоків. За такою схемою виконують геометричний і кінематичний аналіз та отримують не лише усереднені величини, але й турбулентні характеристики потоків з великомасштабною вихровою структурою, наприклад, струминних течій і примежових шарів змішування між потоками з різною швидкістю руху.

Мета роботи: запропонувати підхід до визначення турбулентних пульсацій потоків із великомасштабною вихровою структурою.

Спрощена схема примежового шару змішування. Розглянемо найпростіший випадок (рис. 1) примежового шару змішування між потоками. Найхарактернішим випадком такого шару при вентиляції є примежовий шар початкової ділянки струмини між ядром постійної швидкості та навколишнім нерухомим середовищем, супутнім або зустрічним потоком.

Між двома потоками 1 та 2, що рухаються зі швидкістю, відповідно, $v_1 > |v_2|$, утворюється примежовий шар змішування (рис. 1). Для супутніх потоків приймаємо $v_2 \geq 0$, а для зустрічних $v_2 < 0$, що дає змогу використовувати рис. 1 за будь-якого випадку. Проведемо вісь x крізь центр O_1 клуба 1 радіусом r у напрямку потоку 1. Примежовий шар змішування складається з пелени клубів 1, між якими утворюються міжклубні шари. Клуби обертаються так, що швидкість клуба на межі потоку 1 (у точці D) дорівнює v_1 , а на межі потоку 2 (H) дорівнює v_2 .

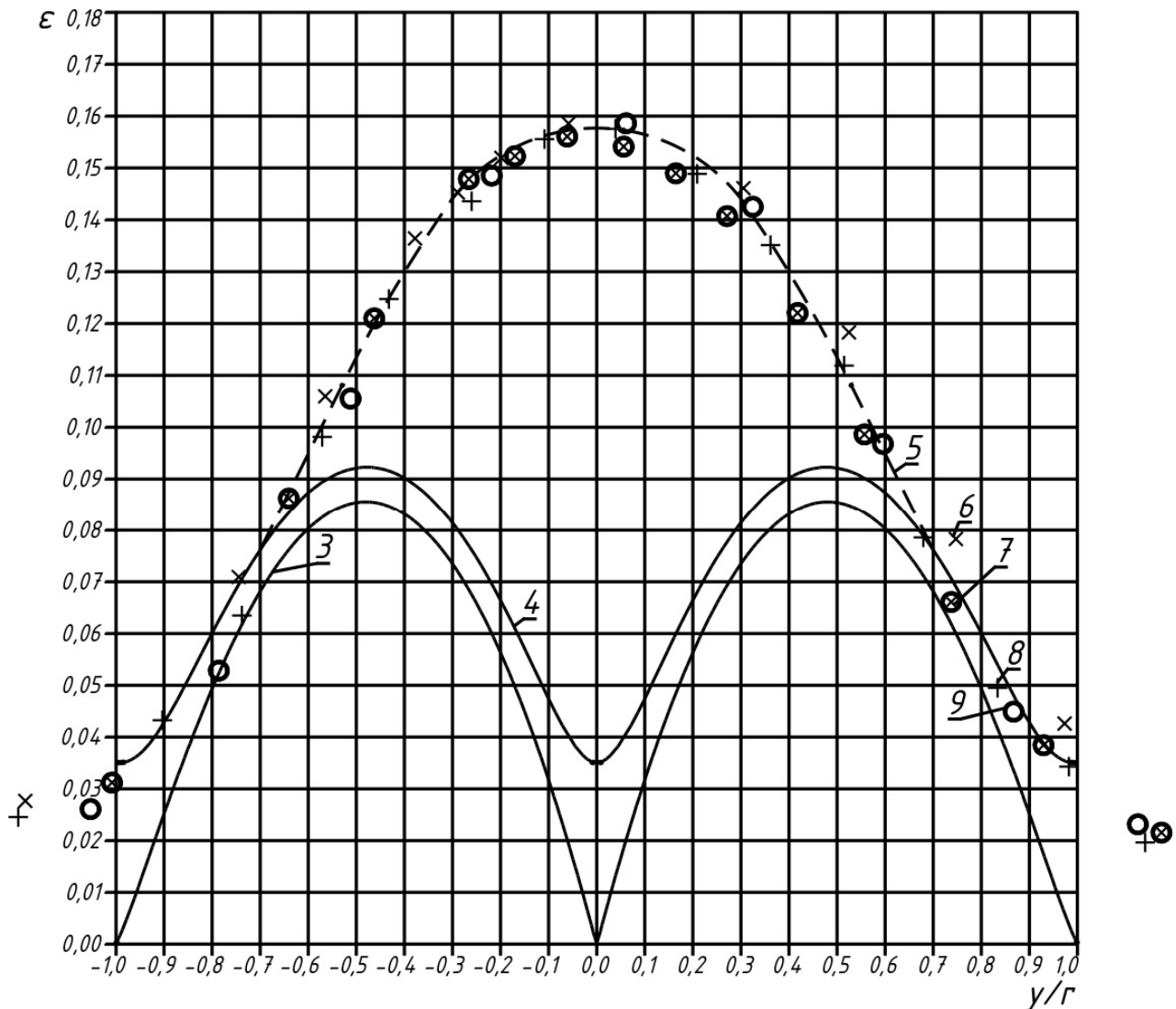
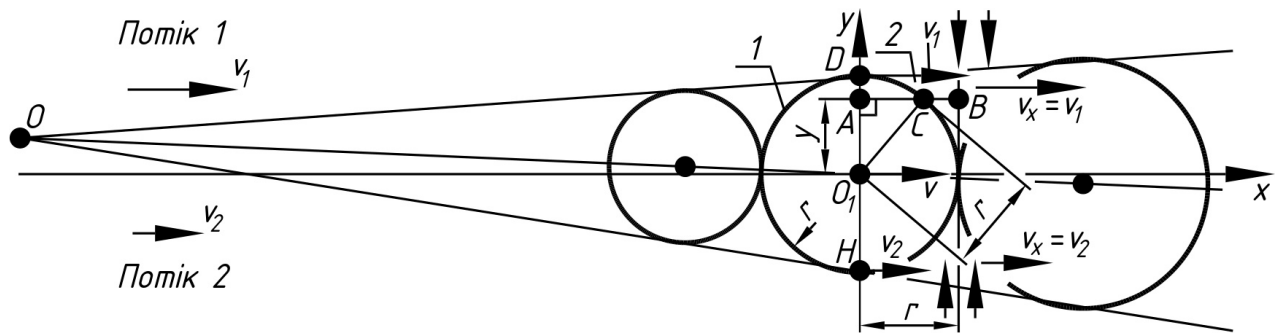


Рис. 1. Спрощена схема прилежового шару змішування між потоками (згори), профілі інтенсивності турбулентності (посередині) та залежність максимальної інтенсивності турбулентності від відношення швидкості потоків: 1 – клуб; 2 – міжклубний шар; 3 – результати розрахунку без урахування інтенсивності турбулентності потоків; 4 – те саме з урахуванням інтенсивності турбулентності потоків; 5 – те саме з урахуванням впливу середньомасштабних турбулентних вихорів між клубами (за дослідними даними [9]), позначки – дослідні дані [9]; 6 – на відстані 0,538 м від початку взаємодії потоків; 7 – те саме 0,646 м; 8 – те саме 0,789 м, 9 – те саме 0,917 м

За поточної ординати y проводимо в напрямку руху потоку 1 відрізок AC . Точка A приймається на осі y . Точка B знаходиться на дотичній до клубу, паралельній осі y . Якщо не враховувати розширення струмини під час проходження клубом перерізу на осі y , то усереднення

величин за часом замінюється усередненням за відрізком AB . У міжклубному шарі відбувається лише підтікання потоків зі збереженням проекції швидкості на вісь x за інерцією.

Геометричний аналіз спрощеної схеми макроструктури примежового шару змішування. Відрізок AB є радіусом клуба 1, тобто $|AB|=r$. Тут і надалі знак модуля при позначенні відрізка означає його довжину. На перетині цього відрізка з межею клуба 1 приймаємо точку C . Відрізок CO_1 також є радіусом клуба 1 ($|CO_1|=r$). З прямокутного трикутника O_1AC , у якого кут O_1AC прямий, катет $|AO_1|=y$ та гіпотенуза $|CO_1|=r$, за теоремою Піфагора довжина відрізка AC

$$|AC| = \sqrt{r^2 - y^2}. \quad (1)$$

Довжину відрізка BC визначають як різницю між відрізками AB та AC :

$$|BC| = r - \sqrt{r^2 - y^2}. \quad (2)$$

Кінематичний аналіз спрощеної схеми макроструктури примежового шару змішування. За формулою Ейлера [7] проекція швидкості потоку в клубі на вісь x лінійно залежить від ординати y або відносної ординати, віднесеної до радіуса r :

$$v_{x,k} \left(\frac{y}{r} \right) = \frac{v_1 + v_2}{2} + \frac{v_1 - v_2}{2} \frac{y}{r}. \quad (3)$$

У міжклубному шарі 2 проекція швидкості на вісь x зберігається для кожного потоку, тобто

$$v_{x,m}(\text{sgn}(y/r)) = \begin{cases} u_1, & y/r > 0; \\ u_2, & y/r < 0, \end{cases} \quad (4)$$

де sgn – це функція “знак”, що набуває значення одиниці зі знаком аргументу або нуля при нульовому аргументі. Оскільки при $y/r=0$ ширина пристінного шару нульова, то швидкість у ньому не враховується і може прийматися будь-якою, але скінченною.

Усереднюють швидкість в напрямку x за відрізком AB за формулою:

$$\bar{v}_x = \frac{v_{x,k}(y)|AC| + v_{x,m}(\text{sgn}(y))|BC|}{|AB|}. \quad (5)$$

Тут і надалі рискою над виразом або літерою позначено усереднення. За залежностями (1–5) після елементарних перетворень

$$\bar{v}_x = \begin{cases} v_1 - \frac{v_1 - v_2}{2} \left(1 - \left| \frac{y}{r} \right| \right) \sqrt{1 - \left(\frac{y}{r} \right)^2}, & y > 0; \\ \frac{v_1 + v_2}{2}, & y = 0; \\ v_2 + \frac{v_1 - v_2}{2} \left(1 - \left| \frac{y}{r} \right| \right) \sqrt{1 - \left(\frac{y}{r} \right)^2}, & y < 0. \end{cases} \quad (6)$$

При $y=0$ всі вирази залежності (6) дають однакове значення – середнє арифметичне швидкості потоків.

Під пульсаційною швидкістю [8] розуміють середньоквадратичне відхилення швидкості:

$$v_x^I = \left(\overline{(v_x - \bar{v}_x)^2} \right)^{1/2}. \quad (7)$$

Усереднення виконують аналогічно рівнянню (5):

$$\overline{(v_x - \bar{v}_x)^2} = \frac{(v_{x,k}(y) - \bar{v}_x)^2 |AC| + (v_{x,m}(\text{sgn}(y)) - \bar{v}_x)^2 |BC|}{|AB|}. \quad (8)$$

За формулами (1–4, 6–8) після елементарних перетворень

$$v_x^I = \frac{1}{4}(v_1 - v_2)(1 - |y/r|)\sqrt{1 - \left(2\sqrt{1 - (y/r)^2} - 1\right)^2}. \quad (9)$$

Інтенсивність турбулентності в струминах, як і відносний профіль швидкості, визначають [9] як відношення пульсаційної швидкості до максимальної в перерізі. У прилежовому шарі змішування між потоками [8] параметри відносять до різниці швидкості потоків $(v_1 - v_2)$ з урахуванням знаків. Замість поточної швидкості приймають різницю швидкості $(v_x - v_2)$. Тоді профіль відносної швидкості після елементарних перетворень формули (6) набуде вигляду

$$\frac{\bar{v}_x - v_2}{v_1 - v_2} = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{sgn}\left(\frac{y}{R}\right) \left(1 - \left(1 - \left| \frac{y}{r} \right| \right) \sqrt{1 - \left(\frac{y}{r} \right)^2} \right) \right]. \quad (10)$$

Характерні ординати з відносною швидкістю 0,1 та 0,9, які використовують для експериментальних даних у роботі [8], визначають за формулою (10). Після підстановки цих значень відносної швидкості та елементарних перетворень матимемо рівняння:

$$\left(1 - \left| \frac{y}{r} \right| \right) \sqrt{1 - \left(\frac{y}{r} \right)^2} = \frac{1}{5}. \quad (11)$$

Після піднесення рівняння (11) до квадрата (з можливою появою фіктивних коренів, але без втрати дійсних коренів) та елементарних перетворень це рівняння набуває форми поліноміального рівняння четвертого степеня:

$$\left| \frac{y}{r} \right|^4 - 2 \left| \frac{y}{r} \right|^2 + 2 \left| \frac{y}{r} \right| - \frac{24}{25} = 0. \quad (12)$$

Через громіздкість точного запису коренів рівняння (12), отриманих за методом Феррарі, наводять наближене значення єдиного дійсного (перевірено за рівнянням (11) позитивного кореня: $|y_{0,1}, 0,9/r| = 0,7142\dots$. Отже, $y_{0,1} = -0,7142\dots$, а $y_{0,9} = 0,7142\dots$. Інтенсивність турбулентності з урахуванням формули (9):

$$\varepsilon = \frac{v_x^I}{v_1 - v_2} = \frac{1}{4}(1 - |y/r|)\sqrt{1 - \left(2\sqrt{1 - (y/r)^2} - 1\right)^2}. \quad (13)$$

За визначенням $-1 \leq y/r \leq 1$. Однак, за залежністю (13) інтенсивність турбулентності є парною функцією від y , тобто достатньо дослідити діапазон $0 \leq y/r \leq 1$, а отримані результати доповнити аналогічними, лише зі зміною знака відносної ординати y/r . Визначимо екстремуми функції (13). Беремо похідну залежності (13) за y/r при $0 \leq y/r \leq 1$ (знак модуля ігнорується):

$$\frac{d\varepsilon}{d(y/r)} = \frac{(1 - (y/r)) \left[2(2(y/r) + 1)\sqrt{1 - (y/r)^2} - 3(y/r) - 2 \right]}{4(1 - (y/r)^2)^{3/4} \sqrt{1 - \sqrt{1 - (y/r)^2}}}, \quad 0 \leq \frac{y}{r} \leq 1. \quad (14)$$

У зазначеному діапазоні всі квадратні корені у формулі (14) дають дійсні числа. Знаменник рівняння (14) перетворюється на нуль лише на межах діапазону при $y/r = 0$ та $y/r = 1$. У цих точках похідна теоретично може терпіти розрив або бути нульовою після розкриття невизначеності $0/0$. В інших точках похідна (14) набуває нульового значення лише при нульовому значенні множника у квадратних дужках. Після прирівнювання його до нуля та елементарних перетворень маємо рівняння:

$$2 \left(2 \frac{y}{r} + 1 \right) \sqrt{1 - \left(\frac{y}{r} \right)^2} = 3 \frac{y}{r} + 2. \quad (15)$$

Підносимо рівняння (15) до квадрата. При цьому можуть з'явитися фіктивні корені, але дійсні корені не втрачаються. Після елементарних перетворень при $y/r \neq 0$:

$$\left(\frac{y}{r}\right)^3 + \left(\frac{y}{r}\right)^2 - \frac{3}{16} \frac{y}{r} - \frac{1}{4} = 0. \quad (16)$$

За тригонометричною формулою Вієта лише один з трьох розв'язків рівняння (16) потрапляє до зазначеного діапазону. Якщо приписати до нього знак плюс-мінус з урахуванням парності функції (13), то:

$$\frac{y_{max}}{r} = \pm \frac{5}{6} \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(\frac{98}{125}\right)\right) - \frac{1}{3} = \pm 0.47932... \quad (17)$$

Підстановка цього кореня (17) до рівняння (15) підтверджує його справжність. Підставляємо цей корінь до формули (13)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{max} &= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{5}{6} \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(\frac{98}{125}\right)\right) - \frac{1}{3}\right) \sqrt{1 - \left(2 \sqrt{1 - \left(\frac{5}{6} \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(\frac{98}{125}\right)\right) - \frac{1}{3}\right)^2} - 1\right)^2} = \\ &= 0,08531... > 0. \end{aligned} \quad (18)$$

При $y/r=0$ та $y/r=1$ формула (13) дає нуль. Ця формула в зазначеному діапазоні неперервна, а похідна (14) неперервна та не має інших коренів при $0 < y/r < 1$. Тому цей екстремум (17, 18) є єдиним і є максимумом у цьому діапазоні. З урахуванням парності функції (13) існує симетричний відносно осі ε (рис. 1) максимум, що показує знак плюс-мінус у формулі (17). Отриманий профіль інтенсивності турбулентності та дослідні дані [9] наведено на рис. 1.

Якщо потоки, які взаємодіють, мають за рахунок дрібно- або середньомасштабних вихорів певну інтенсивність турбулентності ε_0 , віднесена до різниці швидкості потоків ($v_1 - v_2$), то інтенсивність турбулентності примежового шару теж буде більшою. За рахунок сил Магнуса вихори з потоків занурюються до примежового шару. Можна припустити, що фактична пульсаційна швидкість утворюється накладанням пульсаційної швидкості примежового шару та потоків. Пульсації швидкості, спричинені клубами та вихорами навколишніх потоків, є незалежними. Тоді сумарну пульсаційну швидкість можна оцінити як середньоквадратичне від його складових. Оскільки вона віднесена до одного і того самого значення, то

$$\varepsilon_{\Sigma} = \sqrt{\varepsilon^2 + \varepsilon_0^2}. \quad (19)$$

Інтенсивність турбулентності потоків біля шару змішування у рівнянні (19) оцінимо за вимірними значеннями, що відповідають межах шару. Після масштабування фіг. 5 у роботі [9] до прийнятої в цій роботі системи координат матимемо $\varepsilon_0 = 0,026-0,031$ з одного боку та $0,034...0,043$ з іншого. Приймаємо середнє значення $\varepsilon_0 = 0,035$.

Результати (рис. 1) розрахунків за рівнянням (19) показують добрий збіг з дослідними даними при $|y/r| > 0,5...0,6$. Близьче до точки торкання клубів зменшується розрахункова інтенсивність турбулентності, оскільки в цьому місці турбулентні характеристики визначаються не клубами, а тими потужними середньомасштабними вихорами, які утворюються (за теорією А. Я. Ткачука) в результаті розриву тангенціальної складової швидкості між клубами.

Струминний примежовий шар. Іншим випадком примежового шару з великомасштабною макроструктурою є струминний примежовий шар струмин різного типу. Його аналізують аналогічно, якщо моделювати його вихровою пеленою, як і примежовий шар змішування. Вільні плоскі струмини складаються з двох примежових шарів, клуби яких укладаються в шаховому порядку (рис. 2). Напівобмежені струмини, що насталяються на поверхні (рис. 2), складаються з вільного від клубів пристінного примежового шару біля поверхні настилення та струминного примежового шару біля вільної межі. Для спрощення розрахунків можна користуватися уточненою гіпотезою І. А. Шепелева щодо можливості вилучення пристінного шару з розгляду, але при цьому

необхідно умовно розтягнути струминний примежовий шар до поверхні настилення, а не вважати струмину вужчою. Швидкість внутрішньої частини міжклубного шару 3 визначають поліноміальною інтерполяцією вздовж осі y за граничними умовами неперервності та/або гладкості профілю швидкості. Як показала практика, інтерполяційний поліном має бути найпростішим: константою, лінійним або в крайньому разі квадратичним.

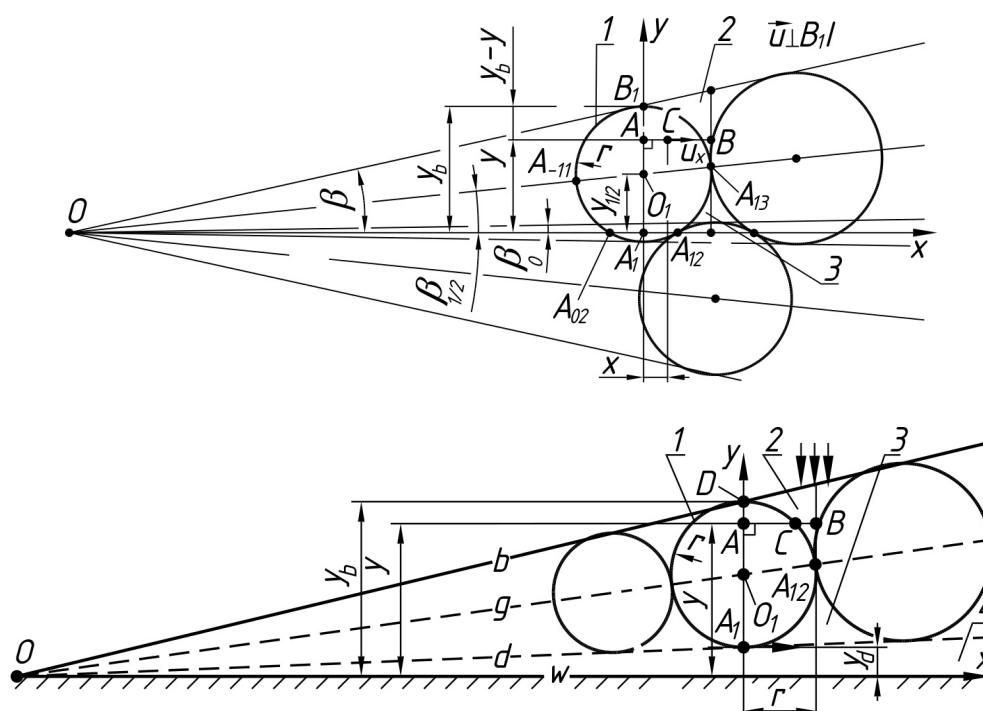


Рис. 2. Спрощена схема вільної (згори) та напівобмеженої (знизу) плоскої струмини:
 1 – клуб; 2 – зовнішня частина міжклубного шару, 3 – внутрішня частина міжклубного шару,
 4 – пристінний примежовий шар

За результатами аналогічних розрахунків можна спрогнозувати експериментальні значення максимальної інтенсивності турбулентності в перерізі струмини без уведення поправок значно краще, ніж для примежового шару змішування. Розрахункові значення менші за дослідні лише на 5–8 %, оскільки максимальна інтенсивність турбулентності знаходиться близько до лінії максимальної швидкості (осі струмини), тобто з боку примежового шару. Детально розглянути процес розрахунків у цій роботі неможливо через значний обсяг, але вони прийняті до публікації у найближчих випусках збірників “Вентиляція, освітлення та теплогазопостачання” (Київський національний університет будівництва і архітектури, <http://science.knuba.edu.ua/index.php?id=43&cultureKey=ua>), Budownictwo o zoptymalizowanym potencjale energetycznym (Ченстоховська політехніка, <http://www.bud.pcz.czest.pl/budownictwo-o-zoptymalizowanym-potencjale-energetycznym>) та збірника доповідей наукових конференцій moNGeometrija 2016 (Сербська асоціація геометрії і графіки, <http://www.mongemetrija.com/konferencije/mongemetrija-2016>). Ці збірники будуть у відкритому доступі на зазначених сайтах.

Висновки. Запропоновано підхід до оцінювання інтенсивності турбулентності примежових шарів з великомасштабними вихорами, який є продовженням досліджень професора А. Я. Ткачука. Підхід дає змогу оцінити інтенсивність турбулентності, яка визначається великомасштабними вихорами (клубами) без залучення дослідних даних. На прикладі турбулентного примежового шару змішування показано, що результати добре збігаються з дослідними даними, окрім частини потоку біля центра клубів, де інтенсивність турбулентності визначається середньомасштабними вихорами.

За цим підходом можна оцінити максимальну інтенсивність турбулентності для струминних течій. Експериментальні значення інтенсивності турбулентності перевищують розрахункові значення лише на 5–8 %. Пояснюється це тим, що найбільша інтенсивність турбулентності спостерігається не біля осі клубів, а біля лінії максимальної швидкості (осі) струмини, тобто ближче до межі примежового шару.

1. Опалення, вентиляція та кондиціонування: ДБН В.2.5 – 67:2013. – [Чинний від 2014-01-1]. – К.: ДП “Укрархбудінформ”, 2013. – 141с. – (Національний стандарт України), 2. Ткачук А. Я. Розрахункова модель усередненого руху в турбулентній зоні плоских і вісесиметричних пристінних примежових шарів // Вентиляція, освітлення та теплогазопостачання. – 2001. – Вип. 2. – С. 3–18, 3. Ткачук А.Я. Применение метода особенностей при расчёте струйного турбулентного пограничного слоя // Энергетика... (Изв. выс. учебн. заведений и энерг. объединений СНГ). – 2001. – № 5–6. – С. 54–58, 4. Жуковський С. С., Лабай В. Й. Аеродинаміка вентиляції: навчальний посібник. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2003. – 372 с. 5. Гримитлин М. И. Распределение воздуха в помещениях. – СПб.: АВОК СЕВЕРО-ЗАПАД, 2004. – 339 с. 6. Tsai Y. S. J., Hunt J. C. R., Nieuwstadt F. T. M., Westerweel J., Gunasekaran B. P. N. Effect of Strong External Turbulence on a Wall Jet Boundary Layer // Flow, Turbulence and Combustion (2007). – Issue 79. – Pages. 155–174, 7. Дронг В. І., Дубинин В. В., Ильин М. М. Курс теоретической механики: учебник для ВУЗов. – 3-е изд., стереотип. М.: МГТУ им. Н.Е. Баумана, 2005. – 372 с., 8. Yule A. J., Two-Dimensional Self-Preserving Turbulent Mixing Layers at Different Free Stream Velocity Ratios. – London: Her Majesty’s Stationary Office, 1972. – 38 pages, 9. Juodis E. S., Motuziene V. Vedinimo aerodinamika. Vadovelis. – Vilnius: Technika, 2014. – 296 с.