УДК 621.762.1

ИССЛЕДОВАНИЕ УПЛОТНЕНИЯ ПОРОШКОВОЙ СРЕДЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ НЕСЖИМАЕМОГО ЖЕСТКО-ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЛА

Стоянов А.А.

INVESTIGATION of DENSIFICATION of POWDERED MEDIUM With the use of PLASTICITY THEORY of INCOMPRESSIBLE RIGIDLY-PLASTIC BODIES

Stoyanov A.

Рассмотрены вопросы разработки математической модели для анализа уплотнения пористой порошковой среды с использованием теории пластичности несжимаемого жестко-пластического тела. Выполнено численное моделирование с помощью программы Form 3D процесса прессования детали "втулка". Найдено распределение пористости по сечению заготовки в фиксированный момент прессования.

Ключевые слова: *порошковая среда, уплотнение, пористость, пластичность, формоизменение, жестко-пластическое тело.*

Постановка проблемы. Технология порошковой металлургии предоставляет широкие возможности в производстве деталей транспортных машин. Для получения заданных характеристик деталей необходимо оптимизировать технологические параметры уплотнения порошковой среды.

– **Анализ последних исследований и публикаций.** Уплотнение пористых материалов при пластическом формоизменении осуществляется как за счет изменения относительного положения контактирующих частиц, так и за счет их собственной деформации. При этом уменьшение объемного содержания пор вызывается, главным образом, относительным перемещением частиц, которое сопровождается интенсивным сдвигом в локальных областях контакта. Собственная деформация частиц, сопровождающаяся внутренним сдвигом, обычно затруднена, и в меньшей степени способствует закрытию пор. Таким образом, развитие этих процессов определяется интенсивностью деформаций в локальных объемах материала. Анализ уплотнения должен включать построение адекватной математической модели поведения пористого тела и исследование механики процесса формоизменения. Возникающие при этом трудности в некоторых случаях можно преодолеть, построив верхне-граничные (разрывные) решения для сжимаемого жестко-пластического тела [1].

– В работах [2, 3] на основе исследования механики процесса формоизменения, предложен подход к построению математической модели поведения пористого тела, позволяющий сводить решение задач формоизменения пористого материала к существующим решениям для несжимаемого жестко-пластического тела. В этом случае оно рассматривается как частный случай более общей модели сжимаемого материала, определяющие уравнения которого, в свою очередь, соответствуют теории пластического течения Леви-Мизеса.

Цель работы заключается в разработке математической модели для анализа уплотнения пористой порошковой среды с использованием теории пластичности несжимаемого жестко-пластического тела.

Результаты исследований. Пористость порошкового материала при уплотнении может изменяться в широких пределах. На конечных стадиях она обычно достаточно мала ($\vartheta \ll 1$), а в предельном состоянии – отсутствует ($\vartheta \to 0$). Исходя из этого, текущую пористость ϑ можно принять в качестве параметра, определяющего поведение пористой среды при пластическом течении. Это позволяет записать решение для напряжений σ_{ij} и скоростей ξ_i пористого материала в линеаризованном виде [4]:

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + \vartheta \cdot \sigma_{ij}'' ,\ \ \xi_i = \xi_i^0 + \vartheta \cdot \xi_i'' , \qquad (1)$$

где σ_{ij}^0, ξ_i^0 – решение для несжимаемого материала ($\vartheta = 0$);

σ_{ij}'', ξ_i'' – функциональные коэффициенты, которые должны быть определены в процессе решения.

Эффективность данного подхода определяется возможностью использования хорошо разработанного аппарата теории несжимаемых жестко-пластических тел [5] для построения приближенных решений пластического формоизменения порошковых материалов.

Запишем общий вид условия пластичности сжимаемого жестко-пластического материала:

$$f(I_1, J_2, J_3) = 0\,. \tag{2}$$

Наиболее простой зависимостью типа (2), имеющей хорошее физическое обоснование, является [6]:

$$f = \gamma \cdot J_2 + \alpha \cdot I_1^2 - \sigma_s^2\,, \tag{3}$$

где I_1, J_2 – инварианты тензора и девиатора напряжений;

$\alpha = \alpha(\vartheta)$, $\gamma = \gamma(\vartheta)$ – функции пористости;

σ_s – предел текучести твердой фазы порошкового тела.

При $\alpha(0) = 0$, $\gamma(0) = 3$ уравнение (3) соответствует условию пластичности Мизеса. Ассоциированный с (3) закон течения дает для скоростей деформации вдоль главных направлений:

$$\xi_i = \lambda[\gamma(\sigma_i - \sigma) + 2\alpha \cdot I_1] = \lambda(\gamma \cdot S_i + 2\alpha \cdot I_1), \quad (i = 1,2,3), \tag{4}$$

Здесь S_i – главные компоненты девиатора напряжений, λ – неопределенный положительный множитель. Вычисляя из (4) интенсивность скоростей деформации сдвига:

$$H = \sqrt{2/3}\left[(\xi_1 - \xi_2)^2 + (\xi_2 - \xi_3)^2 + (\xi_3 - \xi_4)^2\right]^{1/2} = 2\lambda\gamma(J_2)^{1/2}, \tag{5}$$

найдем:

$$\lambda = \frac{H}{2\gamma(J_2)^{1/2}}\,. \tag{6}$$

Тогда уравнения для скоростей деформации (4) запишутся:

$$\frac{\xi_i}{H} = \frac{I}{2(J_2)^{1/2}}\left(S_i + \frac{2\alpha \cdot I_1}{\gamma}\right) \quad (i = 1,2,3), \tag{7}$$

а скорость изменения объема, вызванная формоизменением:

$$\xi = \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = \frac{3\alpha \cdot H \cdot I_1}{\gamma(J_2)^{1/2}}\,. \tag{8}$$

При нулевой пористости $\alpha = 0$, $\gamma = 3$ и (4), (7), (8) совпадают с обычными уравнениями теории пластического течения Леви-Мизеса.

Так как объем материала изменяется за счет изменения объема пор:

$$\xi = \frac{1}{1-\vartheta}\frac{d\vartheta}{dt}\,, \tag{9}$$

то из (8) получим:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = (1-\vartheta)\frac{3\alpha \cdot H \cdot I_1}{\gamma(J_2)^{1/2}}\,. \tag{10}$$

Уравнение (10) является кинетическим уравнением изменения пористости порошкового материала в процессе его пластической деформации. Подобное уравнение получено в [6], однако, в отличие от него, скорость изменения пористости в уравнении (10) – функция инвариантов напряженного и деформированного состояний, а также текущего значения пористости ϑ. В случае $\vartheta \ll 1$, $\alpha \approx \vartheta$ уравнение (10) можно записать в более простом виде:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{\alpha \cdot H \cdot I_1}{k} \quad \text{или} \quad \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{3\sigma \cdot d\Gamma}{k}\,, \tag{11}$$

где $d\Gamma = Hdt$ – приращение интенсивности деформаций;

$k = \sigma_s/\sqrt{3}$ – предел текучести на сдвиг компактного материала;

σ – гидростатическое давление.

Функции α, γ, входящие в (8)-(11), определяются из решений для предельного состояния элементарной структурной ячейки материала при чистом сдвиге ($I_1 = 0$) и гидростатическом сжатии ($J_2 = 0$). В частности, полагая [6]:

$$\alpha = \frac{1}{4}(\ln\vartheta)^{-2}\,, \tag{12}$$

интегрирование (11) дает:

$$\Delta F = F(\vartheta) - F(\vartheta_0) = \frac{3}{4k}\int_0^{\Gamma}\sigma \cdot d\Gamma\,, \tag{13}$$

где:

$$F(\vartheta) = \vartheta\left[(ln\,\vartheta - 1)^2 + 1\right]. \tag{14}$$

Правая часть уравнения (13) отражает влияние истории нагружения на изменение функционала ΔF в различных процессах формоизменения пористых тел; текущая пористость ϑ во всех случаях определяется приращением ΔF относительно начального состояния $F(\vartheta_0)$ в соответствии с зависимостью (14), которая носит общий характер.

Таким образом, для определения пористости ϑ в любой момент времени по объему детали необходимо найти гидростатическое давление σ и интенсивность накопленной деформации Γ также в каждой точке, т.к. уравнения (13) и, соответственно, (14) решаются только численными методами.

Для анализа используем данные численного моделирования с помощью программы Form 3D процесса прессования детали "втулка". В узловых точках Лагранжа рассчитывалось гидростатическое давление σ и интенсивность накопленной деформации Γ для жестко-пластического тела, после чего по уравнениям (13), (14) определялась пористость. Внешний вид втулки представлен на рис. 1.

Рис.1. Внешний вид детали "втулка"

Схема прессования показана на рис. 2.

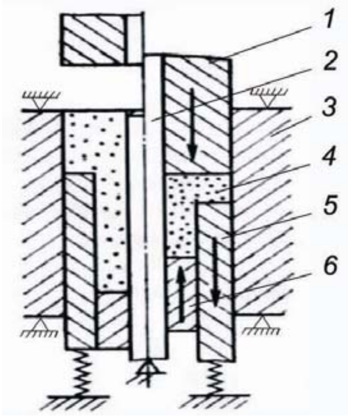

Рис.2. Схема прессования втулки: 1– верхний пуансон; 2 – центральный стержень; 3 – матрица; 4 – прессовка; 5, 6 – наружный и внутренний нижние пуансоны

Полученные результаты приведены на рис. 3, 4. Изменение пористости по горизонтальной или вертикальной линии сетки Лагранжа в объемном представлении показано на рис. 3.

Рис.3. Объемное распределение плотности в вертикальном сечении сетки Лагранжа

Распределение плотности по сечению прессуемой заготовки в выбранный момент времени показано на рис. 4. Аналогичное распределение может быть получено для любого момента прессования детали, и таким образом определена пористость в любой точке детали. Это позволяет выполнить оценку и оптимизацию технологических параметров процесса прессования.

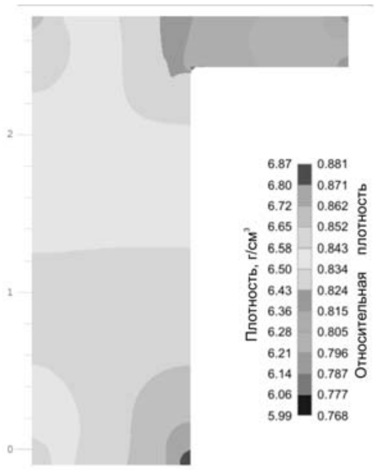

Рис.4. Распределение пористости по сечению прессуемой заготовки в фиксированный момент времени

Выводы. Выполнено моделирование процесса прессования порошковой детали с использованием теории пластичности несжимаемого жестко-пластического тела. Для нахождения пористости в любой момент прессования с помощью известных программ рассчитываются гидростатическое давление и интенсивность накопленной деформации для жестко-пластического тела, а затем по формулам (13), (14) определяется пористость.

Литература

1. Дегтярев И.С., Анциферов В.Н., Пермяков А.А. Приближенное решение задач обработки давлением пористых материалов. – Порошковая металлургия. 1977, № 9, С. 11 - 15.
2. Ковальченко М.С., Гавриленко А.П. Уплотнение пористого материала при горячей экструзии. – Порошковая металлургия. 1976, № 5, С. 82 - 91.
3. Перельман В.Е. Методика расчета процессов формообразования изделий из порошковых материалов. – В кн.: Порошковая металлургия. – Минск, "Вышейшая школа", 1977, С. 38 - 48.
4. Сегал В.М., Резников В.И., Малышев В.Ф. Изменение плотности пористых материалов при пластическом формоизменении. – Порошковая металлургия. 1979, №7, С.6 - 11.
5. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
6. Грин Р.Дж. Теория пластичности пористых тел. – Механика. Сб. переводов, 1973, №4, С.109 - 121.

References

1. Degtjarev I.S., Anciferov V.N., Permjakov A.A. Priblizhennoe reshenie zadach obrabotki davleniem poristyh materialov. – Poroshkovaja metallurgija. 1977, № 9, S. 11 - 15.

2. Koval'chenko M.S., Gavrilenko A.P. Uplotnenie poristogo materiala pri gorjachej jekstruzii. – Poroshkovaja metallurgija. 1976, № 5, S. 82 - 91.
3. Perel'man V.E. Metodika rascheta processov formoobrazovanija izdelij iz poroshkovyh materialov. – V kn.: Poroshkovaja metallurgija. – Minsk, "Vyshejshaja shkola", 1977, S. 38 - 48.
4. Segal V.M., Reznikov V.I., Malyshev V.F. Izmenenie plotnosti poristyh materialov pri plasticheskom formoizmenenii. – Poroshkovaja metallurgija. 1979, №7, S.6 - 11.
5. Kachanov L.M. Osnovy teorii plastichnosti. – M.: Nauka, 1969. – 420 s.
6. Grin R.Dzh. Teorija plastichnosti poristyh tel. – Mehanika. Sb. perevodov, 1973, №4, S.109 - 121.

Стоянов О.А. Дослідження ущільнення порошкового середовища з використанням теорії пластичності нестискуваного жорстко-пластичного тіла

Розглянуті питання розробки математичної моделі для аналізу ущільнення пористого порошкового середовища з використанням теорії пластичності нестискуваного жорстко-пластичного тіла. Виконано чисельне моделювання за допомогою програми Form 3D процесу пресування деталі "втулка". Знайдений розподіл пористості по перетину заготівки у фіксований момент пресування.

Ключові слова: *порошкове середовище, ущільнення, пористість, пластичність, формоизменение, жорстко-пластичне тіло.*

Stoyanov A. Investigation of densification of powdered medium with the use of plasticity theory of incompressible rigidly-plastic bodies

The problems of development of mathematical model are considered for the analysis of densification of porous powdered medium with the use of plasticity theory of incompressible rigidly-plastic body. A numeral simulation by the program Form 3D process of pressing "sleeve" part is executed. Distributing of porosity is determined on the section of the part in fixed moment of pressing.

Keywords: *powdered medium, densification, porosity, plasticity, shape forming, rigidly-plastic body*

Стоянов А.А. – к.т.н., доцент кафедры обработки металлов давлением и сварки, ВНУ им. В.Даля, г. Луганск, Украина, e-mail: oomd@snu.edu.ua.

Рецензент Губачева Л.А., д.т.н., проф.

Статья подана 12.07.2013