

ОТОЧУЮЧА НАС ПРИРОДА - НАЙПРИВАБЛИВІША ЛАБОРАТОРІЯ ДЛЯ НАУКОВОГО ПОШУКУ

Розглянуто як відбувається ріст рослини за рахунок переміщення в ній рідини, який описаний законом Пуазейля, та як відбувається його реалізація в залежності від в'язкості течії, гідравлічного опору та інтенсивності росту рослини.

Ключові слова: переміщення рідини, в'язкість, гідравлічний опір, інтенсивність росту.

Розглядаючи світ рослин, природно виникає питання про закономірності їх росту, адже висота лісових рослин, і сільськогосподарських рослин різна для кожного виду, і, навіть різна може бути для одного й того ж виду рослин.

Залежність висоти рослин в залежності від виду можуть описуватися деякими функціями: лінійними, квадратичними тощо. Виникає питання і про залежність урожайності зернових, плодкових дерев чи нарощування деревини від висоти відповідної культури. Детально ці питання можна з'ясувати в процесі експериментальних досліджень. Проте деякі питання можна розв'язати, принаймні наближено, аналітично, використовуючи математичні методи.

Варто зауважити, що для розв'язання багатьох проблем потрібно знати типові структури рослин, тобто знати, чи це рослина з паралельним розташуванням гілок, чи з багатоярусним розташуванням паралельних гілок, чи із стрижневим розташуванням гілок, які послідовно нарощуються.

Одним з основних факторів, який впливає на висоту рослин – явище осмосу. Завдяки цьому явищу рослинний сік підіймається від коренів до листя. Для опису переміщення рідини в рослинах використовується закон переміщення рідини в тонкій циліндричній трубці, відкритий в 19 ст. французьким вченим Пуазейлем Ж.Л.М.: об'єм Q рідини, що протікає за секунду через поперечний переріз трубки, прямо пропорційний різниці тисків p і p_0 при вході в трубку і на виході з неї (це може бути й атмосферний тиск), діаметру трубки d в четвертому степені і обернено пропорційній до довжини трубки l : $Q = \frac{k(p-p_0)d^4}{l}$.

Зв'язок коефіцієнта k з коефіцієнтом в'язкості μ встановив у 19 ст. англійський вчений Дж. Стокс: $k = \frac{\pi}{128\mu}$, де $\pi = 3,1415926 \dots$ Після цього закон Пуазейля набув вигляду: $Q = \frac{\pi}{128} \cdot \frac{p-p_0}{l} \cdot \frac{d^4}{\mu}$.

Варто зауважити, що цей закон застосовний тільки для ламінарних течій рідин та досить тонких трубок капілярного типу за умови, що довжина трубки значно перевищує так звану довжину початкової ділянки, на якій відбувається розвиток ламінарної течії в трубці. Закон Пуазейля застосовується для визначення коефіцієнта в'язкості рідини при деякій температурі за допомогою капілярних віскозиметрів.

Основний закон в'язкості течії рідини був встановлений ще в 1687 р. І.Ньютоном: $F = \eta \frac{v_2-v_1}{z_2-z_1} S$, де F – дотична сила, яка викликає зсув шарів рідини одного відносно другого, S – площа шару, на якому відбувається зсув, $(v_2-v_1)/(z_2-z_1)$ – градієнт швидкості течії – швидкості зміни течії від шару до шару, інакше – це швидкість зсуву. Коефіцієнт пропорційності η називається коефіцієнтом динамічної в'язкості. Він характеризує опір різних зміщень шарів рідини.

В'язкість обумовлена міжмолекулярними взаємозв'язками в рідині, які обмежують рухомість молекул. Формула в'язкості емпірична.

У структурованій рідині робота зовнішніх сил витрачається не тільки на подолання ньютонівської в'язкості, але й на зміну структури. Гідравлічний опір $p-p_0$ соків у рослинах визначається тиском стовпа рідини на основу потоку, що залежить від висоти рослини h , та внутрішнім тертям соку в капілярах рослини, по яких він переміщується. Якщо v – швидкість переміщення соку в капілярах, r – радіус капіляра, то $\gamma = \frac{dv}{dr}$ градієнт швидкості течії по перерізу капіляра.

Якщо сік рухається за законом потоку, то зв'язок між напругою зсуву τ , градієнтом γ і коефіцієнтом динамічної в'язкості η матиме вигляд: $\tau = \eta \frac{dv}{dr}$, де $\tau = \frac{p-p_0}{l} = \frac{\Delta p}{l}$, $\gamma = \frac{dv}{dr} = \frac{32Q}{\pi d^3}$.

Типові рослини відрізняються числом і довжиною паралельних гілок. Розглянемо, як залежить гідравлічний тиск Δp при витратах Q рідини від числа паралельних потоків за умови, що сумарна площа перерізів $2,3, \dots, n$ потоку буде дорівнювати площі перерізу першого одного потоку $S_1 = \sum_{i=2}^n S_i$. Тоді для

першого потоку витрати рідини Q_1 , діаметр перерізу потоку d_1 , довжина потоку h_1 , площа перерізу $S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}$, динамічна в'язкість рідини η , а гідравлічний опір $\Delta p_1 = \frac{128 Q_1 h_1 \eta_1}{\pi d_1^4}$.

При двох потоках витрати дорівнюватимуть $Q_2 = \frac{Q_1}{2}$, діаметр перерізу другого потоку $d_2 = \sqrt{\frac{4S_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{4S_1}{2\pi}} = \sqrt{\frac{4\pi d_1^2}{2 \cdot 4\pi}} = \frac{d_1}{\sqrt{2}}$. Довжина потоку рідини $h_2 = h_1$. Площа перерізу потоку: $S_2 = \frac{S_1}{2} = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi (\frac{d_1}{\sqrt{2}})^2}{4} = \frac{\pi d_1^2}{8}$; динамічна в'язкість рідини $\eta_2 = \eta_1$. Тоді гідравлічний опір $\Delta p_2 = \frac{128 Q_2 h_2 \eta_2}{\pi d_2^4} = \frac{128 \frac{Q_1}{2} h_1 \eta_1}{\pi (\frac{d_1}{\sqrt{2}})^4} = \frac{2 \cdot 128 Q_1 h_1 \eta_1}{\pi d_1^4}$; площа перерізу потоку $S_n = \frac{\pi d_1^2}{4n}$, діаметр перерізу потоку $d_n = \frac{d_1}{\sqrt{n}}$, довжина $h_n = h_1$, гідравлічний опір $\Delta p_n = \frac{n \cdot 128 Q_1 h_1 \eta_1}{\pi d_1^4}$, $k_2 = \frac{\Delta p_2}{\Delta p_1} = 2, \dots, k_n = \frac{\Delta p_n}{\Delta p_1} = n$.

Таким чином, гідравлічний опір, що виникає при переміщеннях соку в рослинах, залежить від числа гілок у точках розгалужування і визначається формулою $k = \frac{\Delta p_n}{\Delta p_1}$. Оскільки зв'язок між висотою h і Δp є лінійним $h = \frac{\pi d^4}{128 Q \eta} \Delta p$, то чим більше буде гілок у точках розгалужувань, тим нижчою буде рослина, оскільки витрати нагору більші.

Звичайно на висоту росту рослини впливає також інтенсивність обміну речовин. Цей фактор пов'язаний із швидкістю переміщення соку від кореня до вершини рослини. Його вплив на рослини теж можна провести аналітично. З дії обох факторів уже випливають наступні важливі висновки: 1) щоб забезпечити мінімальний опір руху соків у стовбурі і гілках рослин і тим самим забезпечити живлення рослин і разом з тим їх швидкий ріст, необхідно, щоб відгалужень було найменше число (2,3); 2) висота h_1 , стовбура має бути максимальною, а довжина кожної наступної гілки у порівнянні з попередньою зменшувалася і прямувала до мінімуму; 3) співвідношення між діаметрами послідовних гілок мають задовольняти умову $\frac{d_i}{d_{i+1}} = \sqrt[3]{h}$.

Такий аналіз допомагає формувати крону дерева шляхом позбавлення зайвих гілок у кожному розгалужуванні, причому залишати тільки гілки, для яких $\frac{d_i}{d_{i+1}} = \sqrt[3]{h}$.

Використані джерела

1. Торнли Дж. Г. М. Математические модели в физиологии растений – К.: Наукова думка, 1982.– 312 с.

Khaitova O.M., Khaitova H.D.

SURROUNDING NATURE - THE BEST LABORATORY FOR SCIENTIFIC RESEARCH

Consider, the growth of plants through the moving it fluid, which described in Poiseuille's law and its implementation, that based on the viscosity of the flow, hydraulic resistance and intensity of plant growth.

Keywords: *movement of fluid, viscosity, flow resistance, growth rate.*

Стаття надійшла до редакції 09.09.2013 р.

