

УДК 378.6:63

Семешук І.Л., Приходчук Ю.М., Тищук В.І.

## ОПТИМІЗАЦІЯ ВИВЧЕННЯ ОКРЕМИХ ПИТАНЬ КУРСУ ФІЗИКИ ШЛЯХОМ РЕАЛІЗАЦІЇ МІЖПРЕДМЕТНИХ ЗВ'ЯЗКІВ

*Ефективність реалізації міжпредметних зв'язків фізики і математики в навчальному процесі продемонстровано на прикладі поняття експоненти. Це дозволяє розглянути не тільки загальні математичні ідеї, але і конкретні питання курсу фізики, що є важливим чинником взаємодії наук у процесі формування світогляду студентів і зростання їх пізнавальних інтересів.*

**Ключові слова:** міжпредметні зв'язки, експонента, рух з врахуванням сили в'язкого тертя, розрядка конденсатора, процес охолодження тіла, комп'ютерне моделювання.

При підготовці майбутніх учителів фізики варто не тільки спиратися на математику, але і давати студентам навчальний матеріал, який доречно використовувати для розвитку математичних і фізичних знань. Це є актуальна методична проблема, на яку важливо звернути увагу. Мова йде про цілеспрямоване формування математичних понять на такому рівні, щоб потім їх ефективно можна було використовувати при навчанні фізики.

Проблема міжпредметних зв'язків, яка була започаткована в ході створення системи знань про природу та пошуках шляхів відображення цих знань у змісті навчальних предметів, привертала увагу ще Я. А. Коменського, В. Р. Песталоцці, К. Д. Ушинського. До цієї проблеми зверталися пізніше багато відомих психологів та педагогів, розвиваючи й збагачуючи її. Різні теоретичні аспекти здійснення міжпредметних зв'язків розглядалися у роботах відомих психологів: Б. Р. Ананьєва, Д. Н. Богоявленського, Е. Н. Кабанової-Меллер, Н. А. Менчинської, Ю. А. Самаріна. Подальший розвиток дана проблема отримала у працях дидактів і методистів: В. А. Гусєва, В. Д. Зверєва, І. Я. Лернера, С. Н. Максимової, А. А. Пінського, А. В. Усової, Ст. Н. Федорової, С. Н. Янцена та інших.

Актуальність проблеми міжпредметних зв'язків у наш час обумовлена рівнем розвитку науки, на якому яскраво виражена інтеграція наук одна в одну. Особливо слід звернути увагу на взаємне проникнення математики, фізики та інформатики.

Великий вплив на підвищення наукового рівня вивчення фізики може мати не тільки конкретний математичний апарат, який дозволяє строго розглянути деякі питання курсу фізики, але і загальні математичні ідеї. Мова йде про основні, фундаментальні математичні поняття, математичну культуру. Математика не тільки дає для фізики обчислювальний апарат, способи вираження фізичних законів у вигляді елементарних алгебраїчних та тригонометричних функцій, але вона також збагачує курс фізики в ідейному відношенні, що дає змогу підвищити науковий рівень викладання фізики.

Здійснення двосторонніх зв'язків фізики і математики доцільно проводити, зокрема, на основі загальних понять цих дисциплін. Як одне з таких понять, на основі якого ми розглядаємо міжпредметні зв'язки фізики і математики, було обрано поняття експоненти. Цей вибір не випадковий. Показникові функції  $i$ , в тому числі, експоненти зустрічаються в багатьох задачах, де швидкість зміни деякої величини пропорційна вже досягнутому значенню самої цієї величини. Прикладом може стати приріст населення будь-якої країни: коли ми говоримо, що приріст населення становить, скажемо, 2% в рік, то тим самим ми стверджуємо, що швидкість цього приросту пропорційна чисельності населення. У цьому прикладі швидкість зміни позитивна. Можна навести приклад, де швидкість зміни є негативною. Розглянемо деяку кількість радіоактивної речовини. Розпад атомів у ній відбувається випадковим чином, але експериментально встановлено, що середня кількість атомів, що розпадаються за малий проміжок часу, пропорційна кількості наявних атомів. Тому кількість радіоактивної речовини зменшується.

З математичної точки зору всі подібні процеси описуються однаковою чином. Позначимо через  $y(t)$  значення розглянутої величини в момент часу  $t$ . Через  $\Delta y$  ми позначимо зміну величини  $y$  за малий проміжок часу  $\Delta t$ , тобто

$$\Delta y = y(t + \Delta t) - y(t).$$

Швидкість зміни величини  $y$  можна приблизно представити відношенням  $\frac{\Delta y}{\Delta t}$  (точне визначення поняття швидкості потребує застосування граничного переходу  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta t}$ , тобто, введення поняття похідної). Якщо для величини  $y$  швидкість її зміни в момент часу  $t$  пропорційна досягнутому значенню  $y(t)$  цієї величини, то ми приходимо до відношення  $\frac{\Delta y}{\Delta t} \approx ky$  або

$$\Delta y \approx ky \cdot \Delta t. \quad (1)$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності. Цей коефіцієнт може бути як додатнім числом (наприклад, в процесі росту численності населення), так і від’ємним (наприклад, в процесі радіоактивного розпаду). Співвідношення (1) треба розуміти в тому сенсі, що відносна похибка значення  $\Delta y$  зменшується з зменшенням проміжку часу  $\Delta t$ , тобто, якщо  $\Delta t$  прямує до нуля, то співвідношення  $\frac{\Delta y}{\Delta t} \approx ky$  стає все більш точним.

Серед елементарних функцій, що вивчаються в школі, ми знаходимо одну функцію, що має зазначену властивість – це показникова функція  $y = a^t$ .

Показникова функція з основою  $e$  називається експонентною. Число  $e$  ірраціональне, його наближене значення дорівнює 2,718. Показникову функцію можна виразити через експоненту, використовуючи рівність:

$$a^t = e^{kt} \quad (2)$$

Вибір експоненти замість іншої показникової функції пояснюється лише простотою врахування коефіцієнта пропорційності  $k$ .

Можна показати, що функція  $y = e^{kt}$  задовольняє умову (1). Тоді очевидно, що і функція  $y = Ce^{kt}$  при будь-якому множнику  $C$  задовольняє цю ж умову:

$$\Delta y = Ce^{k(t+\Delta t)} - Ce^{kt} = Ce^{kt}(e^{k\Delta t} - 1) \approx ky * \Delta t.$$

У конкретних прикладах множник  $C$  дозволяє врахувати початкові умови – значення величини  $y$  в початковий момент часу ( $t = 0$ ). При  $t = 0$  отримаємо  $y(0) = Ce^0 = C$ . Остаточо описаний процес можна записати так:

$$y(t) = y(0)e^{kt} \quad (3)$$

Тепер, якщо ми будемо розглядати фізичний процес, який задовольняє умову (1), то негайно буде впливати, що цей процес описується експонентною (3).

На нашу думку, найкращим способом продемонструвати ефективність реалізації міжпредметних зв’язків фізики і математики в навчальному процесі є застосування сучасних інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ). На сьогодні розроблено значну кількість програмних засобів, використання яких дозволяє розв’язувати за допомогою комп’ютера досить широке коло фізичних та математичних задач різних рівнів складності. Одним з таких засобів є програма GRAN1.

За допомогою програми GRAN 1 ми отримуємо графічне зображення об’єкта, яке буде не просто допоміжним ілюстративним засобом, а стає самостійним джерелом отримання нових знань. У програмі GRAN1 зроблено можливим побудову об’єктів з використанням динамічних параметрів. При створенні об’єкту вираз, що задає залежність (3) має містити декілька параметрів. Введемо позначення:  $y(0) = P1$ ,  $k = P2$ . Вираз набуває вигляду:  $Y = P1 * \text{Exp}(P2 * X)$ , якщо швидкість зміни позитивна, або  $Y = P1 * \text{Exp}(-P2 * X)$  – якщо швидкість зміни негативна. При побудові графіків залежностей в аналітичний вираз замість параметра підставляється його поточне значення. Зміна будь-якого з динамічних параметрів призводить до того, що графіки всіх об’єктів, які містять цей параметр, перемальовуються.

На мал. 1а представлено результати моделювання для випадку, коли  $y(0) = 1$ ,  $k = 1$  (швидкість зміни позитивна), а на мал. 1б для випадку, коли  $y(0) = 1$ ,  $k = -1$  (швидкість зміни негативна). Побудована математична модель буде слугувати нам за основу при описанні конкретних фізичних процесів.

Перейдемо до розгляду конкретних прикладів.

1. Спочатку розглянемо рух човна у воді з врахуванням сили в’язкого тертя. Нехай човен з працюючим двигуном рухається у воді рівномірно (це означає, що сила тяги двигуна зрівноважується силою в’язкого тертя). У момент часу  $t = 0$  двигун вимикається. Потрібно знайти закон зміни швидкості човна.

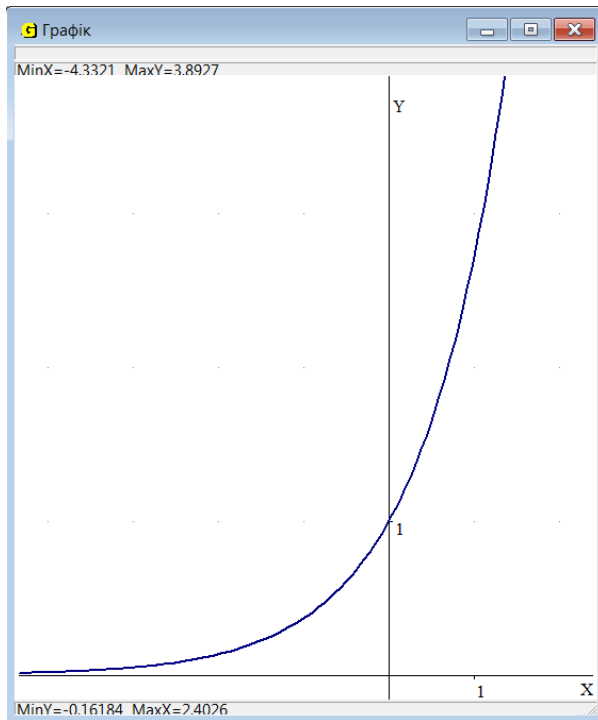
Очевидно, що після вимкнення двигуна на човен діє лише гальмівна сила в’язкого тертя, яка пропорційна швидкості човна і напрямлена в бік, протилежний руху:  $F_{Tp} = -kv$ . Підставляючи вираз для сили в другий закон Ньютона  $F = ma$ , отримаємо  $ma = -kv$ . З урахуванням того, що  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ , маємо:

$$\Delta v \approx -\frac{k}{m} v \cdot \Delta t.$$

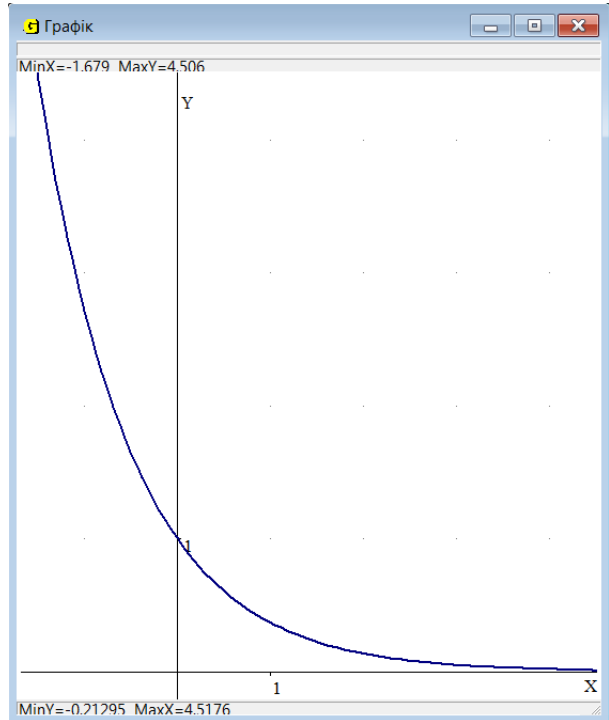
Отже, швидкість човна змінюється за законом

$$v = v_0 e^{-\frac{k}{m}t}. \quad (4)$$

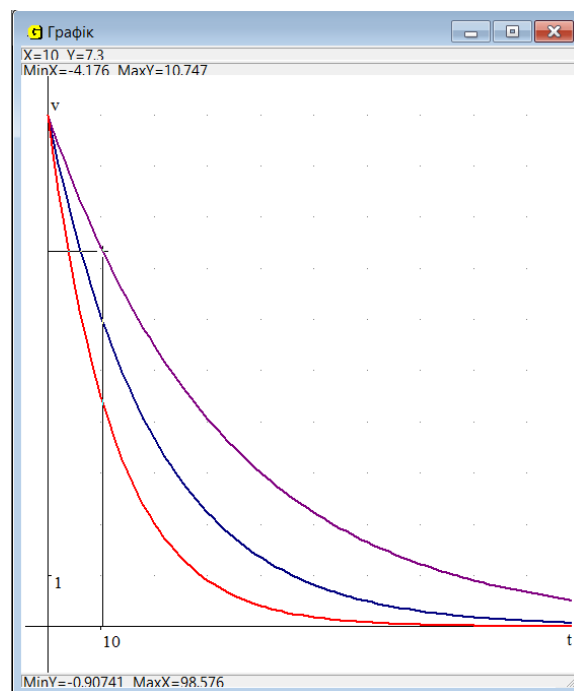
У даному випадку вираз, що задає залежність (4) має містити три параметри:  $v_0 = P1$ ,  $k = P2$  та  $m = P3$ . Вираз набуває вигляду:  $Y = P1 * \text{Exp}(-P2 / P3 * X)$ . На мал. 2 представлено результати моделювання для випадку, коли  $v_0 = 10$  м/с,  $m = 100$  кг, а параметр  $P2$  набуває різних значень ( $k = 3, 5, 8$ ).



Мал. 1а



Мал. 1б



Мал. 2.

У цьому випадку є можливість дослідити характер залежності швидкості човна  $v$  від коефіцієнта опору  $k$  за сталої маси човна. Подібним чином можна дослідити залежність швидкості човна від його маси при незмінному коефіцієнті опору.

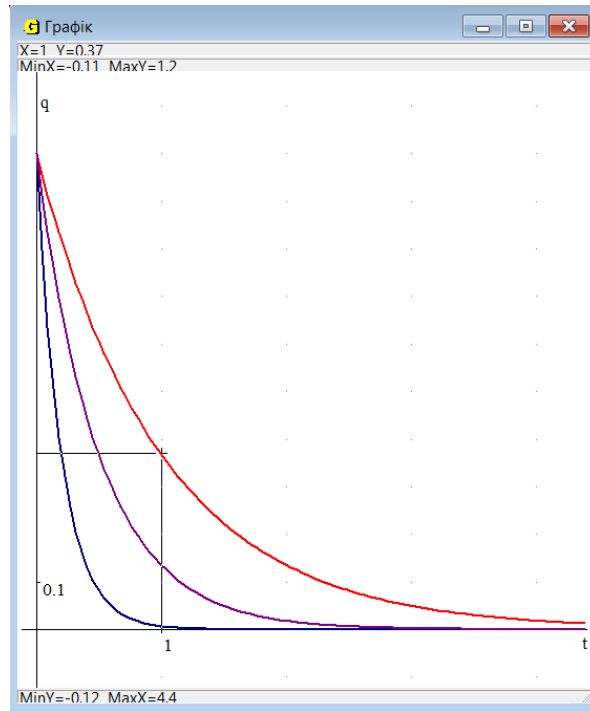
2. Розглянемо процес розрядки конденсатора. Нехай  $C$  – ємність конденсатора,  $R$  – опір, через який він розряджається,  $q$  – заряд конденсатора в момент часу  $t$  (в момент  $t = 0$  ми замикаємо коло),  $\varphi_1 - \varphi_2$  – різниця потенціалів, що відповідає заряду  $q$ ,  $I$  – струм в момент часу  $t$ ,  $\Delta q$  – зміна заряду на обкладках за час  $\Delta t$ .

$$\text{Оскільки } \Delta q \approx -I * \Delta t, I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{q}{CR}, \text{ то } \Delta q \approx -\frac{q}{CR} \Delta t.$$

Отже, процес розрядки конденсатора задовольняє умову (1), а тому:

$$q = q_0 e^{-\frac{t}{RC}} \quad (5)$$

Як і в попередньому випадку вираз, що задає залежність (5) має містити три параметри:  $q_0 = P1$ ,  $R = P2$  та  $C = P3$ . Вираз набуває вигляду:  $Y = P1 \cdot \text{Exp}(-X/P2 \cdot P3)$ . На мал. 3 представлено результати моделювання для випадку, коли  $q_0 = 1 \text{ Кл}$ ,  $R = 10 \text{ Ом}$ , а параметр  $P3$  набуває різних значень ( $C = 1, 2, 5 \text{ Ф}$ ).



Мал. 3

3. Інший приклад: процес охолодження тіла. Ще Ньютон встановив, що при великій різниці температур між тілом і навколишнім середовищем зміна енергії тіла за час  $\Delta t$  визначається формулою

$$\Delta Q \approx -k(T - T_c)\Delta t,$$

де  $\Delta Q$  – кількість випромінюваної енергії (тепла) за час  $\Delta t$ ,  $T$  – температура тіла,  $T_c$  – температура навколишнього середовища, коефіцієнт  $k$  залежить від поверхні і природи тіла. Для спрощення покладемо  $T_c = 0$ , тоді  $\Delta Q \approx -kT\Delta t$ . З іншої сторони, зміна кількості теплоти дорівнює:  $\Delta Q = C \cdot \Delta T$  (тут  $C$  – теплоємність тіла,  $\Delta T$  – зміна його температури). Порівнюючи вирази для  $\Delta Q$ , отримуємо  $\Delta T \approx -\frac{k}{C} T \cdot \Delta t$ , тобто швидкість зміни температури пропорційна температурі тіла, отже:

$$T = T_0 e^{-\frac{k}{C}t}.$$

Далі доцільно запропонувати студентам самостійно дослідити характер залежності температури тіла при його охолодженні від теплоємності тіла.

4. Розглянемо рух космічного корабля в полі тяжіння, розташованого на великій відстані від центрального тіла (Задача Ціолковського). Очевидно, що якщо двигун не працює, то корабель буде знаходитись або в стані спокою, або буде рухатись рівномірно і прямолінійно. Вважатимемо, що він знаходиться в стані спокою,  $v_0 = 0$ . Після вимкнення двигуна імпульс системи "корабель – вихлопні гази" залишається незмінним.

Позначимо через  $m$ ,  $v$  масу корабля з паливом і швидкість його в момент часу  $t$ ,  $u$  – швидкість витікаючого газу відносно корабля (величина стала). Тоді:  $mv = (m - \Delta m)(v + \Delta v) - \Delta m(u - v)$ , звідки  $\Delta m = -\frac{\Delta v}{u - \Delta v} m$ . Знайдемо залежність  $m$  від  $v$ . При малих  $\Delta v$ , враховується, що  $u$  – стала,  $u \neq 0$ , маємо  $u - \Delta v \approx u$ , тому

$$\Delta m \approx -\frac{1}{u} m \cdot \Delta v,$$

отже,

$$m = m_0 e^{\frac{v}{u}}$$

Прологарифмувавши за основою  $e$  і спростивши, отримаємо

$$v = u \ln \frac{m_0}{m}$$

Студенти можуть самостійно зробити висновок про характер залежності швидкості корабля від його початкової швидкості, відносної швидкості частинок витікаючого газу та кількості витраченого палива.

Крім розглянутих фізичних процесів можна запропонувати студентам отримати та дослідити експоненціальні залежності: для послаблення інтенсивності випромінювання при проходженні через поглинаюче середовище (закон Ламберта-Бугера-Бера); для залежності атмосферного тиску від висоти (формула Больцмана); для радіоактивного розпаду.

Проведені дослідження дають нам підстави стверджувати, що саме такий підхід до формування поняття експоненти дозволяє розглянути не тільки загальні математичні ідеї, але і конкретні питання курсу фізики. Це сприяє посиленню пізнавальної мотивації студентів, є цікавим для них, демонструє ефективність міжпредметних зв'язків, надає їм можливості набувати знання і вміння, які будуть потрібні протягом життя.

### Використані джерела

1. Жалдак М.І. Комп'ютер на уроках фізики: Посібник для вчителів / М.І. Жалдак, Ю.К. Набочук, І.Л. Семешук. – Костопіль: РОСА, 2005. – 228 с.
2. Тишук В.І. Інноваційні процеси в методиці навчання фізики / В.І. Тишук, О.В.Сергеев // Наукові записки Рівненського педінституту: зб. наук. праць. Випуск 2. – Рівне:РДП, 1997. – С.4-12.
3. Тишук В.І. Використання комп'ютерних математичних моделей для дослідження руху небесних тіл в обмеженій задачі трьох тіл / В.І. Тишук, І.Л.Семешук, В.О. Мислінчук // Теорія та методика навчання математики, фізики, інформатики: збірник наукових праць. Випуск X: в 3-х томах. – Кривий Ріг : Видавничий відділ НМетАУ, 2012. – т.2: Теорія та методика навчання фізики. – С. 125-131.
4. Тишук В.І. Вивчення властивостей електростатичного поля з використанням інформаційно-комунікаційних технологій / В.І. Тишук, І.Л. Семешук, В.О. Мислінчук // Науковий часопис НПУ імені М.П.Драгоманова. Серія №5. Педагогічні науки: реалії та перспективи – Випуск 48 : зб. наук. праць / за ред. проф. В.Д.Сиротюка – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2014. – 270 с. – С. 210-217.
5. Семешук І.Л. Інновації щодо реалізації міжпредметних зв'язків у розв'язуванні задач на екстремуми / І.Л. Семешук, В.І.Тишук, Я.Р.Мойсієвич // Наукові записки. – Випуск 9 – Серія: Проблеми методики фізико-математичної та технологічної освіти. Частина 2. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2016. – 312 с. – С. 190 – 198.

*Semeshchuk I.L., Prihodchuk Y.M., Tyshchuk V.I.*

### OPTIMIZATION STUDY OF CERTAIN QUESTIONS OF THE PHYSICS COURSE THROUGH THE IMPLEMENTATION OF INTERDISCIPLINARY CONNECTIONS

*The authors consider new approaches to the realization of intersubject links of physics and mathematics with the use of modern ICT, which is an important factor in the interaction of Sciences in the process of mindset formation and growth of their cognitive interests. We are talking about the deliberate creation of mathematical concepts at this level, then they effectively can be used in physics teaching.*

*Efficiency of realization of intersubject links of physics and mathematics in the educational process is demonstrated by the concept of exponents. In our opinion, the best way to demonstrate the effectiveness of realization of intersubject links of physics and mathematics in the educational process is the use of modern information and communication technologies (ICT). With this program, GRAN 1 was obtained mathematical computer model that is the basis for consideration of specific issues of a course of physics, in particular of motion taking into account forces of viscous friction, the discharge of the capacitor, the cooling process of the body.*

*The conducted research gives us grounds to argue that this approach to the formation of the concept of exponents allows us to consider not only the General mathematical ideas, but also specific issues of the physics course. The proposed approach allows to make educational process of personality-oriented, that develops cognitive independence, gives space for the manifestation of initiative of the students, provides them with opportunities to acquire knowledge and skills that will be required throughout their life.*

**Key words:** *intersubject communications, Exhibitor, motion taking into account forces of viscous friction, the discharge of the capacitor, the cooling process of the body by computer simulation.*

*Стаття надійшла до редакції 05.05.2017*