УДК 681.5.004.3

СХЕМОТЕХНІКА ПОЛІНОМІАЛЬНИХ РЕАЛІЗАЦІЙ ЛОГІЧНИХ ФУНКЦІЙ

Кочкарьов Ю.О. *д.т.н., професор,*
Кущ С.О.
Черкаський державний технологічний університет

Исследовано работоспособность элементов сложения коньюнкций для Рида-Мюллеровской формы представления логических функций на 2, 4 и 8 входов. Показано, что предложенные схемы ЭДК работоспособны, имеют достатчное быстродействие и могут быть использованы в инженерной практике.

Ключевые слова: *формы представления, по модулю-2, XOR, полиномы Рида-Мюллера.*

The working capacity of the elements of the adding conjunctions for Read-Muller representative form of logic functions on 2,4 and 8 inputs is researched. It has been shown, that the offered charts of OFR are efficient, and they have sufficient speed and can be applied in engineering practice.

Key words: *representative form, mod2, XOR, Read-Muller's polynoms.*

Цифрові блоки ЕОМ та РЕА в якості інформаційного ядра завжди мають в своєму складі так звані комбінаційні схеми (КС) – цифрові (кінцеві) автомати (ЦА), у яких комірки пам'яті винесені за межі ЦА, з міркувань спрощення їхнього логічного проектування. Вказані КС інколи називають ЦА без пам'яті.

З точки зору прикладної математики, КС реалізують системи логічних функцій (ЛФ). Враховуючи широку різноманітність, в сучасних науково-технічних роботах, варіантів логіки (двозначна, К-значна, нескінченнозначна (розпливчата) та ін.) уточнимо, що в даній роботі розглядається ЛФ від n двійкових аргументів x_i, що приймають значення тільки 0 та 1, причому самі ЛФ також є двозначними, тобто приймають значення тільки 0 та 1. Щоб виділити вказані ЛФ в якості самостійного об'єкту в даній роботі будемо їх називати булєвськими функціями (БФ).

Робіт, присвячених різним варіантам реалізації БФ, нараховують багато сотень. Вказані варіанти реалізації використовують різні форми представлення (ФП) БФ. До останнього часу серед вказаних ФП БФ домінувала, і продовжує домінувати в даний час, так звана класична форма (КПФ), в якій БФ представляються у ДНФ чи, рідше, у КНФ.

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = \vee_i k_i = \wedge_i D_i, \qquad (1)$$

де k_i, D_i – відповідно кон'юнктивні (в ДНФ) та диз'юнктивні (в КНФ) компоненти заданої БФ.

Представляє науковий і практичний інтерес так звані поліноміальні ФП – результат ортофункціональних Ф-перетворень [1] ЛФ (не тільки булєвських) в кусочно-постійні функції (КПФ). Зокрема, в [1] було показано, що кожній К-значній ЛФ, від n аргументів, відповідає КПФ, що задана на K^n одиничних інтервалів сталості і приймає на них 0,1,2…k–1 значень. Зокрема, БФ КПФ представляє собою функцію, що задається на 2^n одиничних інтервалах сталості і приймає на них значення 0 чи 1. Процедура Ф-перетворення складається з двох етапів:

- перетворення БФ в сіткову функцію F(x), що задана в точках $0,1,2,...2^n - 1$ значеннями 0 чи 1;
- до визначення сіткової функції F(x) до КПФ Ф(x)

$$\Phi(x) = F(x) \text{ при } x \in [g, g+1), \qquad (2)$$

де γ – поточні змінні F(x) на одиничному інтервалі.

У якості приклада наведемо довільну БФ (n=3), що задана таблицею істинності (ТІ) і відповідні їй сіткову функцію F(x) та КПФ Ф(x) (рис. 1).

Незважаючи на простоту розглянутого Ф-перетворення як окремого випадку широкого класу ортофункціональних перетворень з неканонічною метрикою, які введені в [1], такий перехід від оригінала – БФ $f(x_1, x_2, ..., x_n)$ до Ф-зображення Ф(X) дозволяє використовувати, без перебільшення, величезний математичний апарат функціонального аналізу. В якості прикладу практичного використання цього апарату стало введення в [1] так званої алгебраїчної ФП БФ (АФП) у вигляді:

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = \sum_{i=0}^{2^{n-1}} C_i S_i(x), \qquad (3)$$

де C_i – вагові коефіцієнти;

S_i – базисні функції, які є повною базисною системою БФ, а також так звана Ріда-Мюллерівська ФП (РМФП), котра також використовує базисні S-фукції, проте додавання членів ряду ведеться по mod2, а вагові коефіцієнти C_i в ньому приймають значення тільки 0 чи 1.

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) = \sum_{i=0}^{2^n-1} C_i S_i(x), \text{ (mod2).} \quad (4)$$

x_3	x_2	x_1	$f(x_1x_2x_3)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

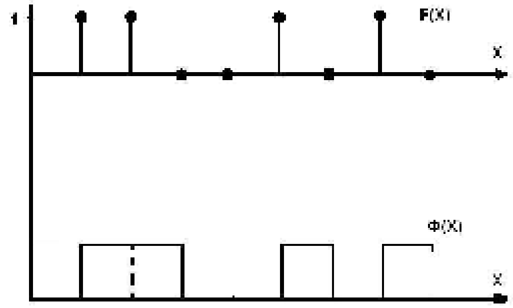

Рис. 1. Ф-перетворення БФ

Вказані S-функції представляють собою Ф-перетворення БФ від одного аргументу x_i і можуть бути побудовані рекурентно.

$$S_{00} = 1$$

$$S_{jn} = S_{j,n-1}, \text{ якщо } 0 \le j \le 2^{n-1} - 1 \quad (5)$$

$$S_{jn} = X_n S_{j-2^{n-1}, n-1}, \text{ якщо } 2^{n-1} < j \le 2^n - 1$$

Розглядаючи спільно КФП, АФП та РМФП, відмітимо, що всі вони представляють собою ряди з S-функціями і відрізняються тільки способом додавання S-функцій (кон'юнкцій):

- за допомогою функцій OR в КФП;
- за допомогою логічного додавання в АФП;
- за допомогою функції XOR в РМФП.

Порівняльні дослідження вказаних ФП БФ, які проведені на широкому статистичному матеріалі в [2], показали, що ексклюзивне використання КФП приводить, більш ніж в 90% випадків, до немінімальних показників реалізації БФ. Там же було виявлено існування в повних множинах L(n) БФ від n аргументів так званих підмножин пріоритетів (ПП) (рис. 2).

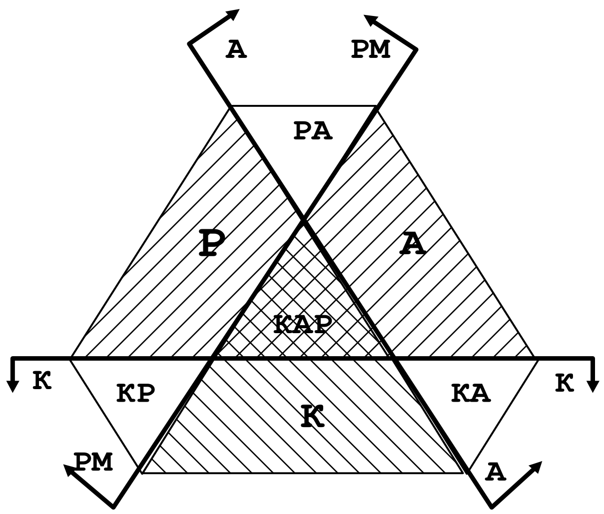

Рис. 2. Діаграма Венна для множини ЛФ L(n) від n аргументів

- К – підмножина БФ, для яких реалізація дає оптимальні результати саме в КФП;
- А – підмножина БФ, для яких оптимальна реалізація має місце в АФП;
- Р – підмножина БФ, для яких найбільш прийнятною є РМФП.

Широке використання АФП і РМФП в наш час стримується через недостатню схемотехнічну проробку елементів додавання кон'юнкції (ЕДК), тобто членів S-ряду.

Метою даної роботи є пропозиція і дослідження спеціалізованого схемотехнічного модуля РМ-2, який забезпечує додавання по mod2 двох доданків, тобто може використовуватись як ЕДК для РМФП.

Схема модуля представлена на рис. 3. В принциповому плані модуль РМ-2 реалізує функцію $\overline{x_1}x_2 + x_1\overline{x_2} = x_1 \oplus x_2\,(\mathrm{mod}\,2)$.

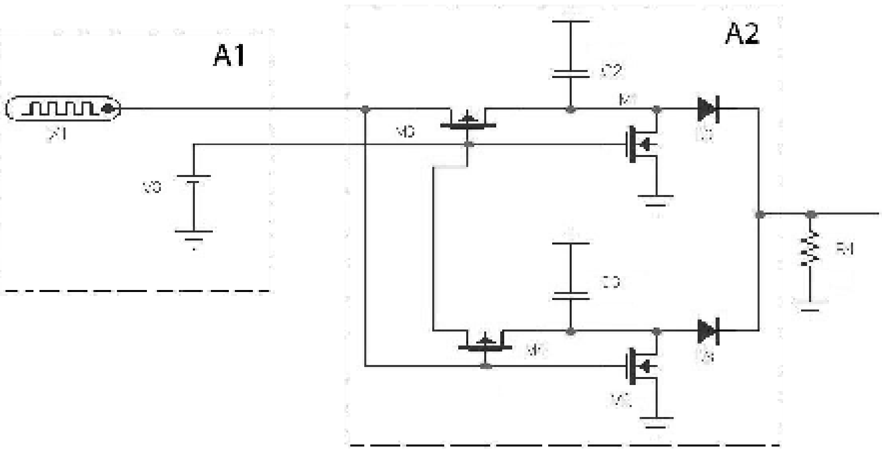

Рис. 3. Схема модуля РМ-2

Дослідження РМ-2 проводилось наступними етапами:

- виявлення типової полоси частот, в якій надійно функціонує РМ-2;
- дослідження шляхів розширення вказаної полоси частот;
- дослідження можливостей модулів РМ-4 та РМ-8 для розширення кількості доданків ЕДК;
- висновок про перспективність модуля в якості ЕДК для реалізації БФ в РМФП.

Для визначення полоси частот РМ-2 використовувались типові моделі транзисторів, що введені в склад пакету схемотехнічного проектування MicroCap v7, N типу – 2SK213, P типу – MTD4P06. Схема експериментальної установки приведена на рис. 3, де А2 – модуль РМ-2; А1 – тестове джерело збурень.

Результати досліджень дозволяють зробити висновки, що дана схема працює стабільно в діапазоні частот до 1,23 МГц. На рис. 4, 5, 6 показані вихідні характеристики модулів РМ-2, РМ-4, РМ-8.

На другому етапі досліджувалось зміна полоси частот РМ при заміні діодів на діоди Шотткі і після вибору транзисторів з екстремальними параметрами. Результати дозволяють зробити висновки, що заміна звичайних діодів на діоди Шотткі збільшує максимальну частоту на 14%. Таким чином максимальна частота стабільної роботи модуля РМ-2 збільшується до 1,4МГц, але потрібно мати на увазі, що при цьому збільшується вартість виготовлення схеми.

На третьому етапі були сформовані модулі РМ-4 та РМ-8 і визначені полоси частот для них. Результати дозволяють зробити висновки, що при збільшенні кількості входів з 2 до 4 амплітуда вихідного сигналу зменшується на 1,21В, а при збільшенні до 8 входів, зменшується ще на 1,06В, максимальна частота стабільної роботи для схем, зменшується для РМ-4 до 1,2МГц, для РМ-8 до 1МГц, порівняно з РМ-2, що є значною перевагою перед існуючими на сьогодні схемами.

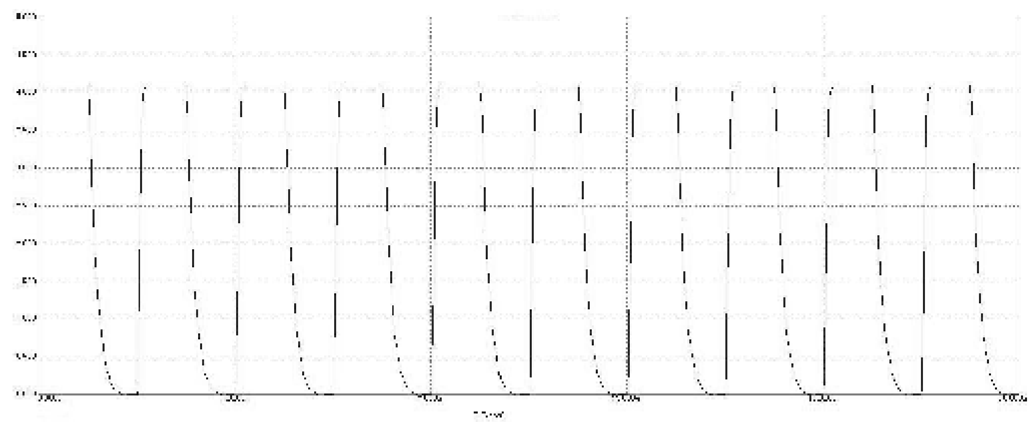

Рис. 4. Сигнал на виході модуля РМ-2

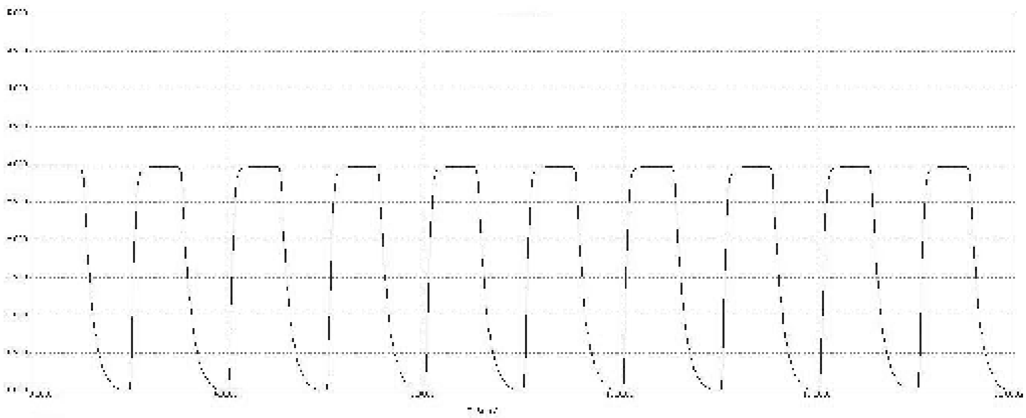

Рис. 5. Сигнал на виході модуля РМ-4

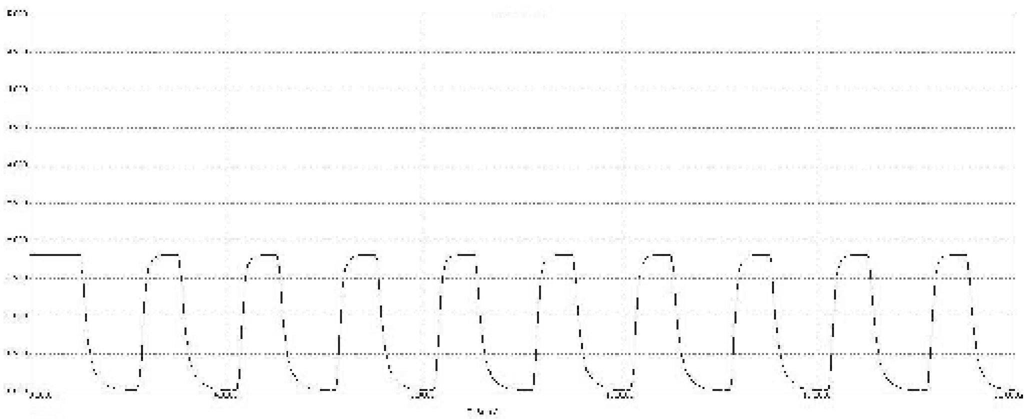

Рис. 6. Сигнал на виході модуля РМ-8

Застосування ЕДК у вигляді досліджених модулів РМ-2 – РМ-8 значно розширює ймовірність оптимальної реалізації КС, що підтверджується статистикою, наведеною в [2].

Таким чином розглянуті модулі РМ-2. РМ-4, РМ-8 можуть бути визнані як перспективні для реалізації БФ в РМФП.

ЛІТЕРАТУРА

1. Кочкарев Ю.А. Теория, техническая реализация и использование ортогонального уплотнения информации в вычислительных устройствах. / Дис. на соиск. доктора техн. наук, защищена в Таганрогском радиотехническом институте им. В.Д. Калмыкова. – Таганрог, 1983.
2. Кочкарев Ю.А., Казаринова Н.Л., Пантелеева Н.Н., Шакун С.А. Классические и альтернативные минимальные формы логических функций / Каталог-справочник. – Черкассы, 1999.
3. Кочкарев Ю.А., Пантелеева Н.Н., Казаринова Н.Л. Взаимные преобразования классических и альтернативных представлений комбинационных схем цифровых автоматов // Сб. науч. трудов / Ин-т проблем моделирования в энергетике НАН Украины. – Киев, 1998.

Кочкарьов Ю.О., д.т.н., професор, Черкаський державний технологічний університет.

Кущ С.О., асистент кафедри інформатики та інформаційної безпеки, Черкаський державний технологічний університет.