

**МЕТОД ВИЗНАЧЕННЯ ІМПУЛЬСНОЇ РЕАКЦІЇ ДИНАМІЧНОЇ ЛАНКИ
З ПЕРІОДИЧНОЗМІННИМИ ПАРАМЕТРАМИ****Ситник О. О., к.т.н., доцент,****Протасов С. Ю., к.т.н., доцент**

Черкаський державний технологічний університет,
бульвар Шевченка, 460, м. Черкаси, 18006, Україна,
e-mail: sytnyk_a@mail.ru, protasov_sergey@mail.ru

Анотація. В статті розглядається метод визначення імпульсної реакції динамічної ланки із періодичнозмінними параметрами. Суть методу полягає в тому, що формується імпульсна псевдовипадкова вхідна послідовність з періодом повторення, який кратний найменшому періоду зміни параметрів динамічної ланки. Таким чином, реєструючи дискретні вибірки вхідного і вихідного сигналів у збіжні моменти часу через цілу кількість періодів зміни обох сигналів і за кількістю вибірок, можна визначити ряд їх взаємних функцій автокореляції. Запропонований авторами метод забезпечує збільшення точності визначення імпульсної реакції динамічної ланки з періодичнозмінними параметрами.

Ключові слова: імпульсна реакція, функція автокореляції, динамічна ланка із періодичнозмінними параметрами.

**THE METHOD FOR DETERMINATION OF IMPULSE REACTION OF DYNAMIC LINK
WITH PERIODICALLY VARIABLE PARAMETERS****Sytник O. O., Ph.D, associate professor,****Protasov S. Yu., Ph.D, associate professor**

Cherkasy State Technological University,
Shevchenko Blvd, 460, Cherkasy, 18006, Ukraine,
e-mail: sytnyk_a@mail.ru, protasov_sergey@mail.ru

Abstract. In the article the method for determination of impulse reaction of dynamic link with periodically variable parameters is considered. The essence of the method consists in the following: impulse pseudorandom input sequence with the period of reiteration, which is multiple of the least period of the change of dynamic link parameters, is formed. Thus, registering discrete samples of input and output signals in coincident moments of time through integer number of periods of both signals change and after the amount of samples, it is possible to determine a number of their mutual autocorrelation functions. The method, offered by the authors, provides the increase of exactness of determination of impulse reaction of dynamic link with periodically variable parameters.

Keywords: impulse reaction, autocorrelation function, dynamic link with periodically variable parameters.

Постановка проблеми у загальному вигляді. Існує безліч різних об'єктів і процесів практично в усіх галузях науки і техніки, промисловості, які відрізняються тим, що їх статичні й динамічні властивості змінюються неконтрольованим чином, а апріорні відомості про ці зміни та про самі фізичні, математичні й розрахункові моделі лише деякою мірою відповідають дійсності [1]. Необхідність досліджень систем зі змінними параметрами виникає у випадках, коли зміна параметрів є принциповим чинником функціонування системи, як,

наприклад, у синхронному детекторі або фільтрі з регулюванням смуги пропускання [2].

Відомо, що системи зі змінними параметрами в своїй більшості відносяться до класу так званих систем з періодичнозмінними параметрами, або квазістаціонарних систем, в яких коефіцієнти диференціального рівняння несуттєво змінюють свої значення за час ефектвної тривалості імпульсної перехідної функції (час від початку процесу до моменту, коли процес можна вважати повністю сталим) [1-2]. Саме тому важливими є розробки варіантів і

методик знаходження розв'язання таких систем, і особливо варіантів отримання такої вичерпної характеристики системи, як імпульсна перехідна функція.

Аналіз останніх джерел та публікацій.

Відомо [3-5], що визначення імпульсної перехідної функції системи важливе з двох точок зору. По-перше, імпульсна перехідна функція безпосередньо характеризує якісні і деякі кількісні характеристики процесів у системі (такі як аперіодичність або коливальність, швидкість загасання, екстремуми процесу тощо).

По-друге, найбільш суттєвим є те, що, маючи нормальні і особливо зв'язані імпульсні реакції системи, розширюються можливості:

- будувати вихідні процеси системи по заданих вхідних, не проводячи кожного разу повного розв'язання задачі;
- оцінювати системи за статистичними показниками якості;
- застосовувати оцінки якості, що ґрунтуються на розгляданні реакції на дію, задану тільки по модулю, і проводити ряд інших операцій, пов'язаних з аналізом і синтезом систем.

Відомі методи визначення імпульсної реакції динамічної ланки (вагової функції ланки) з постійними параметрами [6], які непридатні для ланок зі змінними параметрами. Це й спонукало авторів до подальшого наукового пошуку в цьому напрямку.

Метою статті є розробка методу визначення імпульсної реакції динамічної ланки із періодичнозмінними параметрами.

Виклад основного матеріалу. Реакція лінійної системи $Y(t)$ зі змінними параметрами на довільний вхідний сигнал $X(t)$ визначається із рівнянь згортки [7]

$$Y(t) = \int_0^T w(t, \Theta) X(t - \Theta) d\Theta, \quad (1)$$

де $w(t, \Theta)$ – вагова функція системи; Θ – момент прикладання вхідного сигналу; t – поточний час; T – верхня границя інтегрування, що задовольняє умову $T \geq T_f$.

При цьому T_f – величина пам'яті системи, що визначається як $w(t, \Theta) \leq |\Delta|$, де Δ – деяке мале значення вагової функції в момент $t = T_f$, яким можна знехтувати.

Для лінійних систем з періодичнозмінними параметрами вагова функція є періодичною функцією своїх аргументів [7]:

$$w(t, \Theta) = w(t + qT_0\Theta + qT_0), \quad (2)$$

де q – деяке ціле число; T_0 – найменший період повторення вагової функції.

На вхід системи з періодичнозмінними параметрами подається псевдовипадковий сигнал $X(t)$ та визначається взаємна кореляція. Оскільки встановлена реакція системи $Y(t)$ на стаціонарний вхідний сигнал $X(t)$ є нестационарною, то визначається множинна функція взаємної кореляції [8]. Для цього проводимо вибірку значень $X(t)$ і $Y(t)$ наступним чином.

Вимірюємо значення вихідного та вхідного сигналів у дискретні моменти часу:

$$Y[t^*], X[t^* + t], \mathbf{K},$$

$$Y[t^* + iqT_0], X[t^* + iqT_0 + t], \mathbf{K},$$

$$Y[t^* + (N-1)qT_0], X[t^* + (N-1)qT_0 + t],$$

де t^* – деякий фіксований момент часу.

Число q визначається з умови забезпечення попарної залежності членів суми при знаходженні множинної функції взаємної кореляції:

$$R_{yx}(t^*, t) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} Y(t^* + iqT_0) X(t^* + iqT_0 + t) \quad (3)$$

та залежить від інтервалу кореляції внутрішніх шумів і зовнішніх збуджень, що є в реальній системі.

Вибіркове значення вихідного сигналу системи з відповідністю (1) і (2) визначається виразом:

$$Y(t^* + iqT_0) = \int_0^T w(t^*, \Theta) X(t^* + iqT_0 - \Theta) d\Theta, \quad (4)$$

із якого випливає, що $Y(t^* + iqT_0)$ буде періодичною тільки в тому випадку, якщо вхідний сигнал $X(t)$ має період T_0 або кратне йому значення.

З урахуванням (4) вираз для функції взаємної кореляції (3) представляємо у вигляді:

$$R_{yx}(t^*, t) = \int_0^T w(t^*, \Theta) \frac{1}{N} \times \quad (5)$$

$$\times \sum_{i=0}^{N-1} X(t^* + iqT_0 - \Theta) X(t^* + iqT_0 + t) d\Theta.$$

У виразі (5) перестановка операцій суми та інтегрування є законною через спосіб вибірки значень ($t = t^*$ фіксовані).

Нехай період T_0 , тривалість дискрети Δt псевдовипадкового сигналу $X(t)$ та об'єм проведеної вибірки N задовольняють умовам:

$$T_x = N\Delta t; \quad T_x = T_0 - \frac{\Delta t}{q}. \quad (6)$$

В цьому випадку, здійснивши N вибірок із дискретністю qT_0 , отримуємо:

$$NqT_0 = NqT_x + N\Delta t = (Nq + 1)T_x,$$

звідки

$$k_1T_x = k_2T_0, \quad (7)$$

де k_1, k_2 – взаємно прості числа, які залежать від N, i, q : $k_1 = Nq + 1; k_2 = Nq$.

При заданому T_0 , мінімально допустимих значеннях числа q^* та об'єму вибірки N^* можливо завжди підібрати такі значення $T_x, q \geq q^*$ і $N \geq N^*$, що умова (7) буде виконана.

Із умов (6) і (7) через періодичність псевдовипадкового сигналу $X(t)$ випливає, що

$$\frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} X(t^* + iqT_0 - \Theta) \times \tilde{O}(t^* + iqT_0 + t) = R_{xx}(t + \Theta), \quad (8)$$

де $R_{xx}(t + \Theta)$ – автокореляційна функція псевдовипадкового сигналу.

Із (8) отримуємо такий запис виразу (5):

$$R_{yx}(t^*, t) = \int_0^T w(t^*, \Theta)(t + \Theta) d\Theta. \quad (9)$$

Автокореляційна функція псевдовипадкового сигналу $X(t)$ апроксимується аналітичною залежністю [8]:

$$R_{xx}(t) = \frac{L-1}{L} a^2 \Delta t d(t) - \frac{a^2}{L}, \quad (10)$$

де a – амплітуда сигналу; L – кількість дискрет Δt в його періоді T_x (з умов (6) $L = N$), $d(t)$ – функція Дірака.

При достатньо великій кількості $L = N$ можна наближено вважати, що:

$$R_{xx}(t) \approx a^2 \Delta t d(t). \quad (11)$$

Враховуючи (11), при $T \geq T_i$ і $T = T_x(Nq + 1)$ із (9) отримуємо:

$$R_{yx}(t^* - t) \approx a^2 \Delta t w(t^*, t).$$

Визначаючи функцію взаємної кореляції між вхідними і вихідними сигналами системи з періодичнозмінними параметрами при дії на її вхід псевдовипадкового сигналу $X(t)$ зі спеціально підібраним періодом, з точністю до відомого постійного множника, отримуємо вагову функцію системи $w(t^*, t)$.

Використовуючи фіксовані моменти часу $t_{-2}^*, \mathbf{K}, t_{-1}^*, \mathbf{K}, t_n^*$ і здійснивши зазначені вище операції, можна одночасно отримати n вагових функцій:

$$w(t_1^*, t), w(t_2^*, t), \mathbf{K}, w(t_n^*, t)$$

і, таким чином, повністю визначити вагову функцію досліджуваної системи.

На рис. 1 зображена вагова функція системи з періодичнозмінними параметрами та її перерізи $w(t_1^*, \Theta), w(t_2^*, \Theta), \mathbf{K}, w(t_n^*, \Theta)$ для фіксованих моментів $t_1^*, t_2^*, \mathbf{K}, t_n^*$.

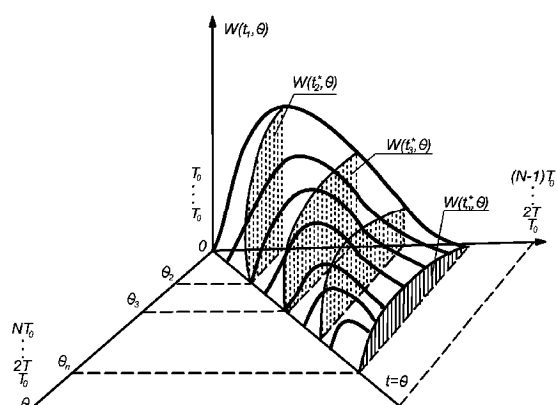


Рис. 1. Вагова функція системи з періодичнозмінними параметрами та її перерізи

Висновок. Таким чином, у роботі отримано нові результати, які розширюють можливість ефективного дослідження динамічних систем зі змінними параметрами. Запропонований метод, порівняно з іншими відомими, дозволяє збільшити точність визначення імпульсної реакції динамічних ланок із періодичнозмінними параметрами і отримати якісну оцінку динамічних властивостей системи.

Список літератури

1. Солодовников В. В. Теория автоматического управления техническими системами / Солодовников В. В., Плотников В. Н., Яковлев А. В. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 1993. – 492 с.
2. Д'Анжело Г. Линейные системы с переменными параметрами. Анализ и синтез / Г. Д'Анжело. – М.: Машиностроение, 1974, 288 с.
3. Макаров И. М. Линейные автоматические системы: Элементы теории, методы расчета и справочный материал: учебное пособие / И. М. Макаров, Б. М. Менский. – М.: Машиностроение, 1977. – 464 с.

4. Протасов С. Ю. Способ определения воздействий на многомассовую систему, эквивалентных влиянию начальных условий / С. Ю. Протасов, О. М. Корнеев // Математичне та комп'ютерне моделювання. Технічні науки; Ін-т кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України, Кам'янець-Подільський нац. ун-т ім. Івана Огієнка : зб. наук. пр. / [відп. ред. Ю. Г. Кривонос]. – Вип. 2. – Кам'янець-Подільський : Вид-во Кам'янець-Подільск. нац. ун-ту ім. Івана Огієнка, 2009. – С. 143–154.
5. Сытник А. А. О динамической точности линейной регистрирующей системы / С. Ю. Протасов, А. А. Сытник // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – Черкаси : ЧДТУ, 2008. – № 3. – С. 74–78.
6. Остапенко Ю. О. Ідентифікація і моделювання технологічних об'єктів керування / Ю. О. Остапенко. – К. : Задруга, 1999. – 420 с.
7. Протасов С. Ю. Динамические характеристики линейных объектов с переменными параметрами / С. Ю. Протасов // Моделювання та інформаційні технології : зб. наук. пр. ИПМЕ ім. Г. Є. Пухова НАН України. – К., 2010. – № 56. – С. 64–71.
8. Федоткин И. М. Математическое моделирование, теория технологических процессов и их идентификации / И. М. Федоткин, И. С. Гулый. – К. : Арктур-А, 1998. – 416 с.
- control by engineering systems. Moscow: Izdvo MGTU, 492 p. [in Russian].
2. D'Angelo, G. (1974) Linear systems with variable parameters. The analysis and synthesis. Moscow: Mashinostroenie, 288 p. [in Russian].
3. Makarov, I. M. & Menskiy, B. M. (1982) Linear automatic systems. Elements of the theory, methods of calculation and reference material. Moscow: Mashinostroenie, 504 p. [in Russian].
4. Protasov, S. Yu. & Korneev, A. M. (2009) A method for determining effects on multimass system that are equivalent to the influence of initial conditions. *Mathematical and computer modeling. Series: Technical Sciences: scientific papers.* [ed. Yu. G. Kryvonos]. Kam'yanec-Podils'kyi National University named after Ivan Ogienko, (2), pp. 143-154 [in Russian]
5. Sytnik, A. A. & Protasov, S. Yu. (2008) About dynamic precision of linear recording system. *Visnyk Cherkaskogo derzhavnogo tehnologichnogo universitety*, (3), pp. 74-78 [in Russian].
6. Ostapenko, Yu. O. (1999) Identification and modeling of technological control objects. Kyiv: Zadruga, 420 p. [in Ukrainian].
7. Protasov, S. Yu. (2010) Dynamic characteristics of linear objects with variable parameters. *Simmulation and IT. Proceedings of IPME named after G. E. Pukhov, NAS Ukraine*, Kyiv, (56), pp. 64-71 [in Russian].
8. Fedotkin, I. M. & Gulyi, I. S. (1998) Mathematical modeling, the theory of technological processes and their identification. Kyiv: Ark-tur-A, 416 p. [in Russian].

References

1. Solodovnikov, V. V., Plotnikov, V. N. & Yakovlev A. V. (1993) The theory of automatic