УДК 621.3.049.77

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ОРТОГОНАЛЬНОЇ ФОРМИ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЛОГІЧНИХ ФУНКЦІЙ

Панаско О. М., *доцент кафедри інформатики та інформаційної безпеки*
Черкаський державний технологічний університет,
бул. Шевченка, 460, м. Черкаси, Україна, 18006

Анотація. *В статті проводиться аналіз конкурентоспроможності відносно нової альтернативної форми представлення логічних функцій – ортогональної з традиційною класичною та відомими на сьогоднішній день альтернативними – алгебраїчною та Ріда-Мюллерівською формами представлення логічних функцій. Доведена перспективність застосування ортогональної форми представлення в інженерній практиці.*

Ключові слова: *логічні функції, форма представлення, ортогональна форма, показники структурної складності реалізації.*

THE STUDY OF THE EFFECTIVENESS OF ORTHOGONAL FORM OF BOOLEAN FUNCTIONS PRESENTATION

Panasko O. M., *associate professor of informatics and information security department*
Cherkasy State Technological University,
Shevchenko blvd, 460, Cherkasy, Ukraine, 18006

Abstract. *The analysis of the competitiveness of new alternative form of Boolean functions presentation – an orthogonal one – is conducted in this article. It is compared to traditional classic form and alternative forms – algebraic and Rid-Myuller Boolean functions presentation forms. The perspective of orthogonal presentation form use in engineering practice is well-proven.*

Keywords: *Boolean functions, form of presentation, orthogonal form, indexes of structural complication of realization.*

В роботах [1–3] продемонстровано можливість представлення логічних функцій не лише в традиційному вигляді – класичній формі представлення (КФП), але й в альтернативних – алгебраїчній (АФП) та Ріда-Мюллерівській формах (РМФП) і доведено ефективність їх застосування в логічному проектуванні. Отримані результати ґрунтуються на параметрах структурної складності реалізації інтегральних мікросхем для повних множин логічних функцій (ЛФ) від *n* аргументів *L(n)*.

В [4] було експериментально встановлено диференціацію повної множини логічних функцій зі зростанням кількості аргументів на так звані підмножини пріоритетів (ПП), елементами яких були ЛФ, для яких найбільш доцільною була та чи інша форма представлення (ФП) або, можливо, їх комбінація з точки зору обраного критерію структурної складності реалізації логічної функції. В осередку виробників мікросхем, як і в цій роботі зокрема, розглядаються такі критерії структурної складності реалізації, як кількість доданків у запису ЛФ; кількість кон'юнкцій в аналітичному представленні логічної функції; кількість букв у запису ЛФ та габаритна площа частини формування кон'юнкцій програмованої логічної матриці (ПЛМ).

Можливість застосування в логічному проектуванні для представлення ЛФ не лише КФП, а й відомих на той час АФП і РМФП, дозволила представити структуру *L(n)* у вигляді наступної діаграми Вена (рис. 1), де К – підмножина ЛФ, для реалізації яких найбільш доцільною є КФП; А – підмножина ЛФ, для реалізації яких найбільш доцільною є АФП; Р – підмножина ЛФ, для реалізації яких найбільш доцільною є РМФП. Крім того, на діаграмі представлені перетини основних підмножин, що є проміжними підмножинами пріоритетів: КА, КР, АР, КАР.

Незважаючи на потужний потенціал АФП та РМФП, вони не знайшли широкого застосування в інженерній практиці, і це пояснюється рядом факторів, насамперед, відсутністю достатньої поінформованості широких кіл виробників інтегральних мікросхем про можливості альтернативних ФП та сталого досвіду їх використання, а також простотою елементної бази КФП. В [5, 6] було введено відносно нову альтернативну форму представлення ЛФ – ортогональну (ОРФП), що має значну перевагу перед АФП та РМФП, оскільки ЛФ в зазначеній ФП можуть бути реалізованими на традиційній елементній базі, як і КФП.

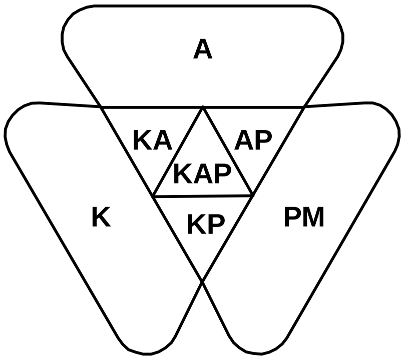


Рис. 1. Структура $L(n)$ за підмножинами пріоритетів

Метою цієї роботи є дослідження ефективності ОРФП порівняно з відомими на сьогоднішній день формами представлення за вищезазначеними показниками структурної складності реалізації інтегральних мікросхем.

Для оцінювання конкурентоспроможності ОРФП ЛФ порівняно з іншими ФП як об'єкт дослідження можуть виступати розроблені на попередніх етапах бази даних (БД) MINFORM_3,4,5 [4], а результатами дослідження в роботі вважаються отримані потужності ПП в $L(n)$ за обраними параметрами структурної складності для ОРФП та вже відомих ФП ЛФ. Найбільш вагомим показником складності реалізації ЛФ є критерій габаритної площі кон'юнктивної частини ПЛМ S_s. Для ОРФП він визначається, виходячи з наявності двох конструктивних частин ПЛМ – БФК-1 та БФК-2 [5, 6], що формують відповідно інформативні та базисні функції (рис. 2), а тому його слід визначати за формулою (1).

Для аналізу повної множини ЛФ від n аргументів можливо застосувати два підходи: з одного боку, $L(n)$ – це сукупність ЛФ в кількості 2^{2^n} з їх індивідуальними параметрами складності структурної реалізації, а з другого, $L(n)$ – сукупність груп релятивності (ГР), що були експериментально визначені в [7]. Зокрема, було встановлено, що кожна ГР ЛФ об'єднує в собі набір ЛФ, які мають однакові показники структурної складності реалізації. Загальна кількість ГР ЛФ набагато менша за кількість окремих ЛФ в $L(n)$. Зокрема, для $L(3)$ кількість ГР становить 22 при потужності $L(3)$ – 256 ЛФ, для $L(4)$ – 65536 ЛФ утворюють 402 ГР. Враховуючи вищезазначене, $L(n)$ доцільно структурувати з точки зору ГР. На рис. 3 зображено графіки значень показників S_s по кожній ГР в $L(3)$ для випадків реалізації ЛФ в КФП та ОРФП.

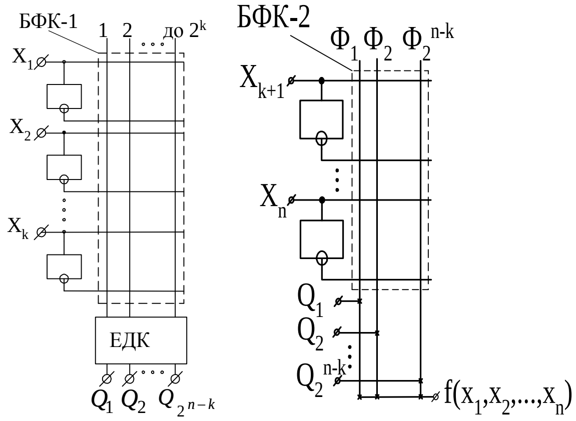


Рис. 2. Типова схема реалізації ЛФ у вигляді ОРФП

$$S_{s_{ОРФП}} = S_{sQ} + S_{s_Ф} \qquad (1)$$

де S_{s_Q} – площа ПЛМ в БФК-1, яка необхідна для реалізації інформативних ЛФ $Q(x_i)$;

$S_{s_Ф}$ – площа ПЛМ в БФК-2, яка необхідна для реалізації базисних функцій ЛФ $Ф(x_i)$.

На основі результатів обчислювальних експериментів отримані важливі висновки, що в більшої кількості ГР в $L(3)$ значення показника структурної складності ЛФ S_s є нижчим саме при реалізації ЛФ в ОРФП. В цілому кількість ЛФ множини $L(3)$, для яких це виконується, становить 67 % (табл. 1).

Таблиця 1

Потужності ПП в $L(3)$ та $L(4)$

ФП	Потужність ПП ЛФ $L(n)$			
	$L(3)$		$L(4)$	
КФП	5	2 %	1368	2,1 %
ОРФП	172	67 %	62963	96 %
КОРФП	79	31 %	1204	1,9 %

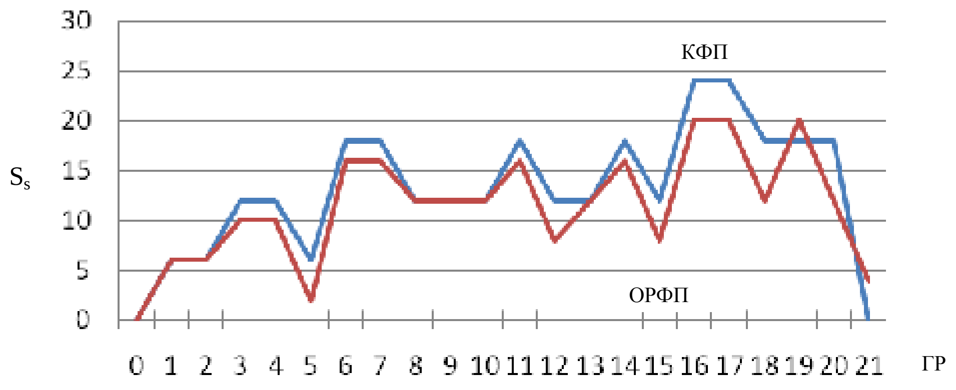


Рис. 3. Залежність показника S_s від ФП для $L(3)$ в КФП та ОРФП

Для $L(4)$ відзначається зростання потужності підмножини ОРФП до значення 96 % та зменшення проміжної підмножини КОРФП до 1,9 % при значенні 2,1 % для КФП.

Кількісну оцінку ефективності ОРФП доцільно визначати на основі відносного показника ефективності (ВПЕ) форми представлення ЛФ. Цей показник відображає залежність кількості ЛФ – $N_{ЛФ}$ для конкретної ФП від необхідної величини S – деякого критерію структурної складності реалізації ЛФ. ВПЕ є відносною величиною щодо деякої гіпотетичної ідеальної ФП. На рис. 4 зображено графік для такої ідеальної ФП, яка забезпечує реалізацію всіх ЛФ множини $L(n)$ при нульовому значенні обраного показника структурної складності S. При цьому величина $N_{ЛФ}$ становить 2^{2^n} .

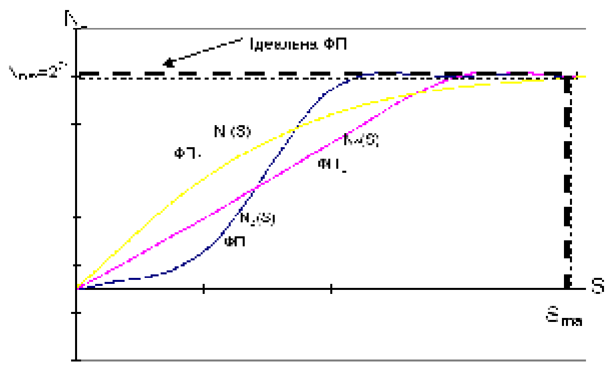


Рис. 4. Залежність кількості ЛФ $N_{ЛФ}$ від показника структурної складності реалізації S_{max}

Ефективність тієї чи іншої ФП буде тим вищою, чим більше її графік наближатиметься до графіка ідеальної ФП. Фізичною сутністю відносного показника ефективності будь-якої ФП слід вважати площу криволінійної трапеції, що обмежена зверху графіком $N_{ЛФ}(S)$, зліва – віссю OY, а справа – прямою $y=S_{max}$. ВПЕ ФП може бути визначено як

$$h_i(n)=\frac{P_{i\ реал}(n)}{P_{ідеал}(m)}=\frac{\int_0^{S_{\max}(n)} N_j(S)ds}{N_{\max}(n)\cdot S_{\max}(n)}, \qquad (2)$$

де $P_{i\ реал}$ – площа вищезазначеної криволінійної трапеції для і-ї ФП;

$P_{ідеал}$ – площа криволінійної трапеції (в даному випадку прямокутника) для ідеальної ФП.

Враховуючи кусково-постійний характер функції $N_i(S)$, а також те, що обраний параметр структурної реалізації S може набувати лише значення цілого типу, вираз (3) зручніше застосовувати в дещо іншій формі

$$h_i=\frac{\sum_{j=0}^{S_{mm}} N_{ji}(S)}{N_{\max}\cdot S_{mm}} \qquad (3)$$

де N_{ji} – кількість ЛФ, що реалізуються на ПЛМ, при заданому значенні відповідного критерію;

$N_{\max}$ – повна кількість ЛФ заданої кількості аргументів n;

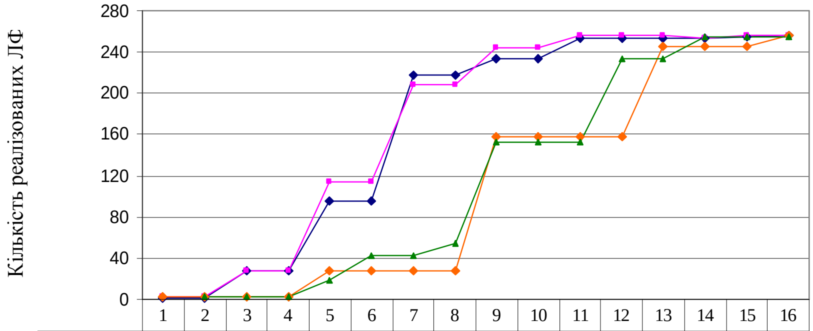
S_{mm} – максимальне значення обраного критерію для всіх ФП, що забезпечує реалізацію всіх ЛФ.

Інформацію про порівняльну ефективність ортогональної форми представлення ЛФ $L(n)$ за всіма ФП на основі показника ВПЕ наведено в табл. 2. Подані результати демонструють, що за показником S_s ОРФП є кращою порівняно з КФП і дещо програє альтернативним АФП і РМФП. На рис. 5 та 6 зображена динаміка зростання $N_{ЛФ}(S)$ за обраним критерієм S_s для різних ФП ЛФ повних множин $L(3)$ та $L(4)$. Важливо зауважити, що, хоча значення S_s для ЛФ в ОРФП і є вищим порівняно з АФП та РМФП, проте безперечна перевага ОРФП перед зазначеними альтернативними ФП полягає в однотипності елементної бази з КФП.

Таблиця 2

Відносні показники ефективності різних ФП для повної множини ЛФ $L(n)$

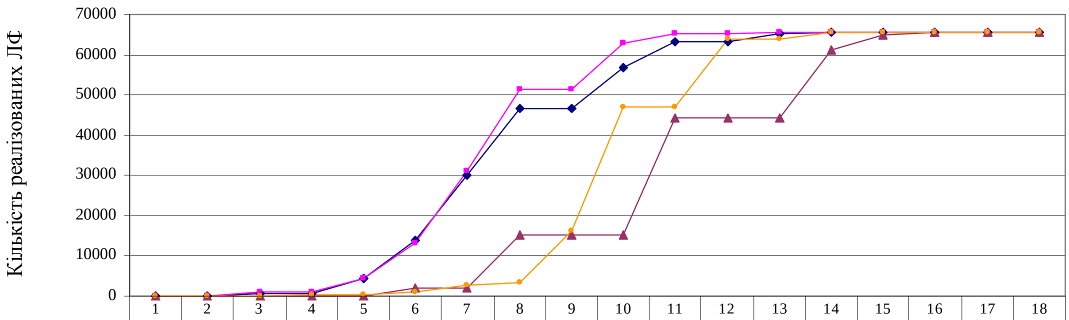
ФП	ВПЕ для критерію складності S_s		
	$L(3)$	$L(4)$	$L(5)$
КФП	0,53	0,514	0,54
АФП	0,63	0,665	0,61
РМФП	0,76	0,676	0,64
ОРФП	0,62	0,61	0,59



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
АФП	1	1	28	28	96	96	218	218	234	234	254	254	254	254	255	256
РМФП	2	2	28	28	114	114	208	208	244	244	256	256	256	254	256	256
КФП	2	2	2	2	28	28	28	28	158	158	158	158	246	246	246	256
ОРФП		2	2	3	19	43	43	55	153	153	153	233	233	255	255	255

Значення Ss

Рис. 5. Залежність кількості реалізованих ЛФ від параметра S_s $L(3)$ для різних ФП



	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
АФП	1	82	810	810	4454	13854	30182	46670	46670	56918	63334	63334	65294	65534	65534	65534	65536	65536
РМФП	1	81	918	918	4414	13292	31176	51328	51328	62928	65264	65264	65504	65536	65536	65536	65536	65536
КФП	1	2	82	82	82	1886	1886	15358	15358	15358	44262	44262	44262	61294	64998	65510	65510	65536
ОРФП	8	9	81	265	265	1161	2765	3549	16325	46909	46909	63853	63853	65535	65536	65536	65536	65536

Значення параметру Ss

Рис. 6. Відносні показники ефективності для різних ФП повної множини $L(4)$

Поява нової форми представлення потребує визначення потужностей підмножин пріоритетів ЛФ, що відповідають ортогональній ФП, та пов'язаних з нею проміжних ПП ЛФ в $L(n)$. Результати обчислювальних експериментів представлені у табл. 3 та 4 для $L(3)$–$L(5)$.

Таблиця 3

Склад $L(n)$ для чистих підмножин пріоритетів за показником S_s

	Абсолютний та відносний вміст чистих підмножин пріоритетів				
	К	А	Р	О	Всього
$L(3)$	–	48 (18,7)	64 (25)	6 (2,3)	118 (46)
$L(4)$	–	20296 (31)	24494 (37,4)	1256 (1,92)	46046 (70,26)
$L(5)$	511 (0,78)	8500 (8,4)	44594 (68)	7543 (11,5)	61148 (88,7)

ISSN 2306-4455. Вісник ЧДТУ, 2013, № 4

Таблиця 4

Склад $L(n)$ для проміжних підмножин пріоритетів за показником S_s

	Абсолютний та відносний вміст проміжних підмножин пріоритетів											
	КА	КР	КО	АР	АО	РО	КАР	КАО	КРО	АРО	КАРО	Всього
$L(3)$	–	–	–	132 (51,6)	–	–	1 (0,4)	–	–	–	5 (2)	138 (54)
$L(4)$	–	–	–	16248 (24,8)	480 (0,73)	544 (0,83)	–	72 (0,11)	–	1841 (2,81)	304 (0,46)	19489 (29,7)
$L(5)$	95 (0,14)	405 (0,61)	391 (0,6)	3130 (4,8)	279 (0,42)	1987 (3)	87 (0,13)	88 (0,13)	498 (0,76)	315 (0,48)	113 (0,17)	7388 (11,3)

Визначені потужності підмножин пріоритетів множин $L(3)$, $L(4)$ та $L(5)$ демонструють збереження диференціації повної множини ЛФ, встановленої в [4, 8, 9], при появі в полі зору ортогональної ФП, а також підсилення диференціації зі зростанням кількості вхідних аргументів n ЛФ. Питома вага чистої підмножини пріоритетів ОРФП зростає з 2,3 % для $L(3)$ до 11,5 % для $L(5)$. Це означає, що кількість логічних функцій, які оптимально реалізуються саме в ОРФП, зі зростанням n зростає.

Внаслідок появи нової альтернативної форми представлення – ортогональної ФП – диференціація $L(n)$ перерозподіляється з урахуванням ОРФП та пов'язаних з нею проміжних підмножин, як зображено на рис. 7 у вигляді нової діаграми Вена. Межі зазначених підмножин обумовлюються обраними критеріями оцінювання складності реалізації ЛФ.

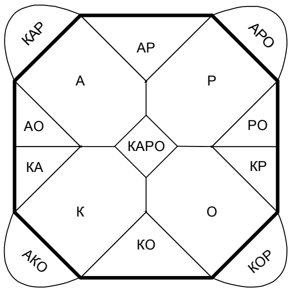


Рис. 7. Нова диференціація повної множини $L(n)$ з урахуванням ОРФП

Слід зазначити, що спостерігається зменшення потужностей проміжних ПП на користь потужностей чистих ПП, тобто диференціація $L(n)$ на окремі підмножини пріоритетів зі зростанням n підсилюється і відповідно зростають втрати від використання для реалізації ЛФ тільки в традиційній класичній ФП. ОРФП-підмножини пріоритетів у загальній диференціації $L(n)$ розподіляються таким чином: питома вага для $L(3)$ становить 4,3 %, для $L(4)$ – 6,5 % і для $L(5)$ – 11,8 %.

Висновки. На основі проведених досліджень ефективності ортогональної форми представлення логічних функцій можна досить ґрунтовно оцінити її як перспективну форму представлення логічних функцій, яка може бути доцільною в логічному проектуванні поряд із традиційною класичною формою представлення. Визначальною перевагою ортогональної форми ЛФ перед ефективними, але, на жаль, не отримавшими застосування в інженерній практиці алгебраїчною та Рід-Мюлерівською ФП ЛФ, є однотипність елементної бази ОРФП порівняно з КФП.

Список літератури

1. Кочкарев Ю. А. Взаимные преобразования классических и альтернативных представлений комбинационных схем цифровых автоматов / Ю. А. Кочкарев, Н. Н. Пантелеева, Н. Л. Казаринова // Сборник научных трудов НАН Украины; Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова. – Вып. 3. – Львов, 1998. – С. 94–99.
2. Казаринова Н. Л. Алгебраическая форма представления логических функций как вариант минимизации площади программируемых логических матриц / Н. Л. Казаринова // Сборник научных трудов НАН Украины; Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова. – Вып. 6. – Черкассы, 1998.– С. 114–122.
3. Кочкарев Ю. А. Альтернативные модели биомолекулярных вычислений на основе изоморфизма логических и кусочно-постоянных функций / Ю. А. Кочкарев, Н. Н. Пантелеева, Н. Л. Казаринова // Электроника и связь. – 1999. – № 6, т. 1. – С. 217–221.
4. Кочкарев Ю. А. Классические и альтернативные минимальные формы логических функций : каталог-справочник [монография] / Кочкарев Ю. А., Пантелеева Н. Н.,

Казаринова Н. Л. ; Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова, Черкас. ин-т управления. – Черкассы, 1999. – 195 с.

5. Kochkarev Yu. A. Orthogonal forms of presentation of boolean functions in device blocks / Yu. A. Kochkarev, I. I. Osipenkova, E. N. Panasko // Датчики, приборы и системы ДПС – 2009 : материалы междунар. науч.-техн. конф. – Ялта, 2009. – С. 39–42.
6. Кочкарев Ю. А. Возможности реализации логических функций в ортогональной форме представления / Ю. А. Кочкарев, Е. Н. Панаско, И. В. Синько // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2011. – № 1. – С. 45–49.
7. Кочкарьов Ю. О. Оптимізація структури комбінаційних схем шляхом використання оптимальної форми представлення логічних функцій / Ю. О. Кочкарьов, І. В. Синько, О. М. Панаско // Інформаційні і моделюючі технології ІМТ-2009 : матеріали ІІ міжнар. наук.-техн. конф. (ІМТ-2009). – Черкаси, 2009. – С. 38–39.
8. Пантелеева Н. Н. Анализ структуры множества логических функций в полиномиальном представлении / Н. Н. Пантелеева // Сборник научных трудов НАН Украины; Ин-т проблем моделирования в энергетике им. Г. Е. Пухова. – Вып. 6. – Черкассы, 1998.– С. 122–130.
9. Кочкарев Ю. А. Динамика изменения мощности подмножеств логических функций, перспективных для альтернативных реализаций / Ю. А. Кочкарев, Н. Н. Пантелеева // Электроника и связь. – 2001. – № 11. – С. 81–86.

References

1. Kochkarev, Yu. A., Panteleeva, N. N. & Kazarinova, N. L. (1998) Vzaimnyje preobrazovanija klassicheskih i alternativnyh predstavlenij kombinacionnyh schem cifrovyh avtomatov. *Sbornik nauchnyh trudov NAN Ukrainy; Institut problem modelirovanija v energetike im. G. E. Puhova,* (3), Lvov, s. 94-99 [in Russian].
2. Kazarinova, N. L. (1998) Algebraicheskaja forma predstavlenija logicheskih funkcij kak variant minimizacii ploschadi programmiruemyh logicheskih matric. *Sbornik nauchnyh trudov NAN Ukrainy; Institut problem modelirovanija v energetike im. G. E. Puhova,* (6), Cherkassy, s. 114-122 [in Russian].
3. Kochkarev, Yu. A., Panteleeva, N. N. & Kazarinova, N. L. (1999) Alternativnije modeli bimolekuljarnyh vichislenij na osnove izomorfizma logicheskih i kusochno-postojannyh funkcij. *Elektronica i svjaz,* No 6, Vol. 1, s. 217-221 [in Russian].
4. Kochkarev, Yu. A., Panteleeva, N. N. & Kazarinova, N. L. (1999) Klassicheskije i alternativnyje minimalnyje formy logicheskih funkcij: Katalog-spravochnic, Institut problem modelirovanija v energetike im. G. E. Puhova, Cherkasskij institut upravlenija, Cherkassy, 195 s. [in Russian].
5. Kochkarev, Yu. A., Osipenkova, I. I. & Panasko, E. N. (2009) Orthogonal forms of presentation of boolean functions in device blocks, in: *Datchiki, pribory i sistemy DPS – 2009: materialy mezhdunar. nauch.-tech. konf.,* Jalta, s. 39-42.
6. Kochkarev, Y. A., Panasko, E. N. & Sinko, I. V. (2011) Vozmozhnosti realizacii logicheskih funkcij v ortogonalnoj forme predstavlenija. *Visnyk Cherkaskogo derzhavnogo tehnologichnogo universitety,* (1), s. 45-49 [in Russian].
7. Kochkarev, Y. O., Sinko, I. V. & Panasko O. M. (2009) Optimizacija structury kombinacijnyh shem shljahom vykorystannja optimalnoji formy predstavlennja logichnyh funkcij, in: *Informacijni i modeljujuchi tehnologii IMT – 2009: materialy II mizhnar. nauk.-tech. konf. (IMT-2009),* Cherkasy, s. 38-39 [in Ukrainian].
8. Panteleeva, N. N. (1998) Analiz structury mnozhestva funkcij v polinomialnom predstavlenii. *Sbornik nauchnyh trudov NAN Ukrainy; Institut problem modelirovanija v energetike im. G. E. Puhova,* (6), Cherkassy, s. 122-130 [in Russian].
9. Kochkarev, Yu. A. & Panteleeva, N. N. (2001) Dinamika izmenenija moshnosti podmnozhestv logicheskih funkcij, perspektivnyh dlja alternatyvnyh realizacij. *Elektronica i svjaz,* (11), s. 81-86 [in Russian].