УДК 621.391

Ю. В. Мітіхін, *к.ф.-м.н., доцент,*
В. О. Гурин, *магістрант*
Черкаський державний технологічний університет
б-р Шевченка, 460, м. Черкаси, 18006, Україна
gurin_1992@bk.ru

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВОЇ СТРУКТУРИ ВИПАДКОВИХ РАДІОСИГНАЛІВ В ІОНОСФЕРНИХ КАНАЛАХ ЗВ'ЯЗКУ

У статті отримано нові алгоритми моделювання характеристик флуктуючих декаметрових сигналів в іоносферних каналах, на основі яких розроблено імітаційну математичну модель, що дозволяє генерувати випадкові сигнали із заданими властивостями і оцінювати з їх допомогою характеристики різних радіотехнічних систем без проведення дорогих натурних випробувань. Для побудови математичної моделі розроблено новий спосіб імітаційного моделювання, який має складний закон розподілу амплітуд. За допомогою цього способу визначено основні параметри флуктуючих сигналів. Перевірка адекватності математичної моделі проводилася шляхом порівняння модельних та експериментальних статистик сигналу і показала їх збіг з достатньою точністю.

Ключові слова: *іоносферний канал, флуктуації сигналів, квадратурні компоненти, математичне моделювання, регулярна і флуктуаційна складова, імітаційний метод.*

Вступ. Сучасна теорія і практика розробки інформаційних радіотехнічних систем різного призначення, що використовують випадкові поля і сигнали, значною мірою пов'язані з вивченням їх статистичних властивостей. Відомо, що саме флуктуації параметрів прийнятих сигналів, що виникають у процесі поширення в іоносферних каналах, створюють фізичні обмеження підвищенню точності, завадостійкості, пропускної спроможності та інших якісних показників радіосистем.

Внаслідок складності фізичних процесів, що відбуваються в іоносфері, теоретичні та експериментальні дослідження вимагають попередньої розробки адекватних моделей флуктуючих сигналів в системах з іоносферними каналами [1, 2].

Аналіз останніх джерел досліджень і публікацій. Рішення розробити адекватну математичну модель випадкових сигналів в системі з іоносферними каналами виникло давно. Цьому питанню присвячено велику кількість досліджень та публікацій [3–6]. При аналізі питань математичного опису властивостей флуктуючих сигналів в іоносферних радіоканалах використовують відомі і широко застосовувані статистичні моделі Релея, Райса, Накагамі, які дають лише узагальнений опис статистичних властивостей флуктуючих сигналів [3]. В інших роботах, наприклад [4], описують простий іоносферний канал зв'язку, що не відображає важливих характеристик середовища передачі.

Як основа для моделювання просторово-часової структури поля випадкового радіосигналу в даній роботі використаний метод імітаційного моделювання [7, 8], який вперше з'явився в дослідженнях тропосферних каналів зв'язку, але в іоносферних дослідженнях цей метод ніколи не використовувався.

Метою роботи є розробка моделі іоносферних сигналів за допомогою імітаційного моделювання. Інформаційну основу такого моделювання становить математична модель, яка отримана з урахуванням найбільш істотних властивостей сигналів в іоносферних каналах.

Аналітичне дослідження випадкових сигналів в іоносферних каналах. З урахуванням перелічених вище властивостей декаметрових сигналів випливає, що при стрибкоподібному іоносферному поширенні радіохвиль результуюче поле в точці прийому є результатом суперпозиції частково розсіяних парціальних сигналів, що прийшли різними шляхами за рахунок відбиття від різних шарів іоносфери. Багатопроменевий канал поширення в цьому випадку представлений у вигляді паралельно-послідовної схеми, показаної на рис. 1 [3].

Математичною моделлю сигналів у таких каналах в загальному вигляді є випадковий вектор, комплексне значення якого представляється у вигляді суми парціальних хвиль:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i, \quad i = \overline{1, n} \ , \tag{1}$$

де $\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} + \Delta\vec{E}_i$, а $\vec{E}_{0i}$ і $\Delta\vec{E}_i$ – регулярна і флуктуаційна складова i -го сигналу, n – кількість парціальних хвиль.

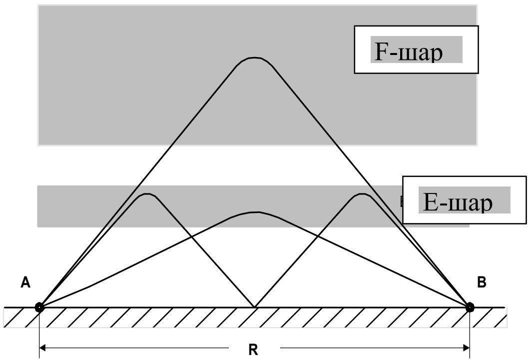

Рис. 1. Багатопроменевий характер поширення декаметрових сигналів при відбитті від різних шарів іоносфери

При моделюванні сигналів в однопроменевому каналі скористаємося імітаційним методом, який був застосований у дослідженнях тропосферних каналів зв'язку [9] і використовується при моделюванні іоносферних каналів з урахуванням основних особливостей флуктуацій декаметрових хвиль при іоносферному поширенні.

Розглядаючи середньоквадратичні флуктуації $\overline{\chi^2}$ і $\overline{\varphi^2}$, а також представляючи випадкову складову поля у вигляді $\Delta\vec{E} = x + jy$, отримаємо вираз для відношення дисперсій логарифма амплітуди і фази як відношення дисперсій квадратурних (ортогональних) компонент сигналу:

$$K^2 = \frac{\sigma_\varphi^2}{\sigma_\chi^2} \cong \frac{\sigma_y^2}{\sigma_x^2} \cong \frac{1+M}{1-M}. \tag{2}$$

У цьому виразі для загального випадку відбиваючої поверхні з довільним видом двовимірної функції просторової кореляції неоднорідностей $\hbar(\xi, \varsigma)$ позначено:

$$\mathrm{M} = \frac{1}{4\sqrt{\mathrm{D}_\xi \mathrm{D}_\varsigma}} \mathrm{Im}\left\{ \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \hbar(\xi\xi\varsigma) \exp\left[\frac{\mathrm{i}\pi}{4}\left(\frac{\xi^2}{\mathrm{D}_\xi} + \frac{\varsigma^2}{\mathrm{D}_\varsigma}\right)\right] \mathrm{d}_\xi \mathrm{d}_\varsigma \right\}. \tag{3}$$

У виразі (3) $D_\xi = \dfrac{b_\xi}{l_\xi}$ і $D_\varsigma = \dfrac{b_\varsigma}{l_\varsigma}$ – хвильові параметри, які визначаються поздовжнім (l_ξ) і поперечним (l_ς) радіусами просторової кореляції неоднорідностей, а також розмірами першої зони Френеля для поздовжнього $(b_\xi = \sqrt{\lambda L} / \sin\gamma)$, поперечного $(b_\varsigma = \sqrt{\lambda L})$ напрямків поширення сигналу.

На основі аналогічних аналітичних досліджень в роботі запропоновано імітаційну модель тропосферних сигналів. Скористаємося деякими положеннями цієї роботи для побудови математичної моделі іоносферних сигналів. З цією метою розглянемо як модель лінійно-поляризованої хвилі комплексний вектор райсовського виду: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \Delta\vec{E}$, але, на відміну від загальноприйнятого, розподіл фази випадкової складової сигналу $\Delta\vec{E}$ вважаємо нерівномірним.

Статистичні властивості таких векторів визначені заданням таких основних параметрів:

$$B = \frac{A_0}{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}}; \ K = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}; \ \varphi_0; \ q; \ \rho(\tau, d), \tag{4}$$

які мають простий і зрозумілий фізичний зміст.

B – параметр, характеризує відношення регулярної і випадкової складових поля сигналу;

K – параметр, визначає відношення розсіювання квадратурних компонент сигналу і враховує нерівномірність фазового розподілу випадкової складової поля $\Delta\vec{E}$;

φ_0 – параметр, характеризує фазу регулярної складової поля $\vec{E}_0$ сигналу та її обертання;

q – параметр, характеризує кут між малою віссю еліпса рівної ймовірності $p(x, y)$ випадкової складової поля $\Delta\vec{E}$ і регулярним вектором $\vec{E}_0$;

$\rho(\tau, d)$ – просторово-часова функція кореляції амплітуди сигналу.

Побудову математичної моделі сигналів в іоносферних каналах розглянемо на прикладі очевидних геометричних побудов (рис. 2). Для визначеності вважаємо, що існує тільки однопроменевий канал поширення сигналу, в якому всі характеристики сигналу залежать тільки від часу. Для обліку просторового розподілу поля при такому підході розглядаємо систему двох випадкових векторів $\vec{E}_1$ і $\vec{E}_2$, розподілених у просторі з деякою базою d і флуктуючих у часі.

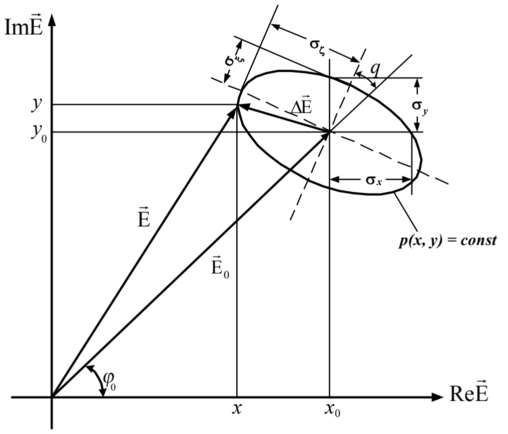

Рис. 2. Графічне зображення комплексного вектора $\vec{E}$ з нерівними дисперсіями квадратурних компонент ($\sigma_x \neq \sigma_y$). Загальний випадок: параметри $\varphi_0 \neq 0$ і $q \neq 0$

Отже, припустимо, що є поле сигналу райсовського виду: $\vec{E} = \vec{E}_0 + \Delta\vec{E}$, що являє собою векторну суму регулярної ($\vec{E}_0 = A_0 e^{j\varphi_0}$) і випадкової ($\Delta\vec{E} = x + jy$) складових поля, де x і y – ортогональні компоненти випадкової складової поля, а φ_0 – кут між регулярною складовою $\vec{E}_0$ і віссю *OX*.

У загальному випадку просторово-часового опису поля прийнятого сигналу властивості випадкової компоненти $\Delta\vec{E}(\vec{r}_s, t) = x(\vec{r}_s, t) + jy(\vec{r}_s, t)$, $(\mathrm{s}=1,2)$ повністю визначаються 8-мірним нормальним законом розподілу квадратурних компонент x_s і y_s, нормованих на їх середньоквадратичне значення σ_x і σ_y [5]:

$$W(T) = \frac{1}{(2\pi)^4 \sqrt{\det R}} \exp\left(-\frac{1}{2} \widetilde{T} R^{-1} T \right), \quad (5)$$

де T і $\widetilde{T}$ – вектор-стовпець і вектор-рядок квадратурних компонент, причому

$$\widetilde{T} = \{ \xi_1(t), \zeta_1(t), \xi_1(t'), \zeta_1(t'), \xi_2(t), \zeta_2(t), \xi_2(t'), \zeta_2(t') \},$$

$t' = t + \tau$, $\xi_{1,2} = x_{1,2} / \sigma_{x_{1,2}}$, $\zeta_{1,2} = y_{1,2} / \sigma_{y_{1,2}}$

(індексами 1 і 2 позначені точки в просторі); det R – детермінант коваріаційної матриці ||R|| нормованих ортогональних компонент ξ_s і ζ_s;

$$\mathrm{R} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & \rho(\tau) & 0 & \rho(\mathrm{d}) & 0 & \rho(\mathrm{d},\tau) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \rho(\tau) & 0 & \rho(\mathrm{d}) & 0 & \rho(\mathrm{d},\tau) \\ \rho(\tau) & 0 & 1 & 0 & \rho(\mathrm{d},-\tau) & 0 & \rho(\mathrm{d}) & 0 \\ 0 & \rho(\tau) & 0 & 1 & 0 & \rho(\mathrm{d},-\tau) & 0 & \rho(\mathrm{d}) \\ \rho(\mathrm{d}) & 0 & \rho(\mathrm{d},-\tau) & 0 & 1 & 0 & \rho(\tau) & 0 \\ 0 & \rho(\mathrm{d}) & 0 & \rho(\mathrm{d},-\tau) & 0 & 1 & 0 & \rho(\tau) \\ \rho(\mathrm{d},\tau) & 0 & \rho(\mathrm{d}) & 0 & \rho(\tau) & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \rho(\mathrm{d},\tau) & 0 & \rho(\mathrm{d}) & 0 & \rho(\tau) & 0 & 1 \end{Vmatrix}. \quad (6)$$

У матриці (6) коефіцієнти кореляції однойменних квадратур виражаються середніми значеннями:

- коефіцієнт просторової кореляції:

$$\rho(d) = \langle \xi_i \xi_j \rangle = \langle \zeta_i \zeta_j \rangle,$$

- коефіцієнт часової кореляції:

$$\rho(\tau) = \langle \xi(t)\xi(t+\tau) \rangle = \langle \zeta(t)\zeta(t+\tau) \rangle,$$

- коефіцієнти просторово-часової кореляції:

$$\rho(d,\tau) = \langle \xi_i(t)\xi_j(t+\tau) \rangle = \langle \zeta_i(t)\zeta_j(t+\tau) \rangle \text{ і}$$

$$\rho(d,-\tau) = \langle \xi_i(t+\tau)\xi_j(t) \rangle = \langle \zeta_i(t+\tau)\zeta_j(t) \rangle,$$

де $i \neq j, (i, j = 1, 2)$, а нулі в матриці означають відсутність кореляції між різнойменними квадратурами випадкових векторів, флуктуючих в просторі і часі, внаслідок їх ортогональності в заданій системі координат.

Таким чином, результуюче поле сигналу $\vec{E}$, у зазначених вище умовах, є також гаусовим, оскільки воно являє собою суму постійної $\vec{E}_0$ і нормально розподіленої випадкової величини $\Delta\vec{E}$.

Статистична модель просторово-часової структури поля сигналу повністю задана, якщо відомі: амплітуда регулярної складової поля A_0, дисперсії флуктуаційної складової поля σ_x^2 і σ_y^2 (тобто параметри моделі B і K) і коефіцієнти просторово-часової кореляції його квадратурних компонент $\rho(\tau, d)$.

Відповідно до графічної інтерпретації математичної моделі сигналу, зображеної на рис. 3, визначено основні характеристики флуктуючих сигналів як деякі функції нормально розподілених випадкових чисел і параметрів математичної моделі [6]:

1. Нормована інтенсивність сигналу: $I(\xi,\zeta)$

$$I(\xi,\zeta)=\frac{1}{1+K^2}\Big\{\xi^2+\zeta^2K^2+(1+K^2)B^2+2B\sqrt{1+K^2}\times \\ \times\big[\xi\cos\varphi_0\cos(\varphi_0+q)+\xi\sin\varphi_0\sin(\varphi_0+q)- \\ -\zeta K\cos\varphi_0\sin(\varphi_0+q)+\zeta K\sin\varphi_0\cos(\varphi_0+q)\big]\Big\}. \quad (7)$$

2. Нормована амплітуда сигналу: $A(\xi,\zeta)$

$$A(\xi,\zeta)=\left[\frac{\xi^2+\zeta^2K^2+(1+K^2)B^2+2B\xi\sqrt{1+K^2}\left(\xi\cos q-\zeta K\sin q\right)}{1+K^2}\right]^{\frac{1}{2}} \quad (8)$$

3. Вираз для повної фази сигналу: $\Phi(\xi,\zeta)$

$$\Phi(\xi,\zeta)=\gamma\pi+arctg\frac{\alpha+\xi\sin(\varphi_0+q)+\zeta K\cos(\varphi_0+q)}{\beta+\xi\cos(\varphi_0+q)-\zeta K\sin(\varphi_0+q)}, \quad (9)$$

де використано позначення:

$$\gamma=\begin{cases}1, \text{ при } (\beta+\xi)<0 \text{ і } (\alpha+\zeta K)\ge 0,\\ 0, \text{ при } (\beta+\xi)>0,\\ -1, \text{ при } (\beta+\xi)<0 \text{ і } (\alpha+\zeta K)<0,\end{cases} \quad (10)$$

$$\alpha=B\sin\varphi_0\sqrt{1+K^2},\ \beta=B\cos\varphi_0\sqrt{1+K^2}.$$

Отримані за алгоритмами випадкові величини використовуються для дослідження статистичних характеристик амплітуди і фази сигналу.

На закінчення необхідно сказати про точність отриманих алгоритмів математичної моделі, теоретичну оцінку якої можна зробити шляхом порівняння модельних статистик деяких характеристик флуктуючих сигналів з аналогічними статистиками завідомо відомого випадкового процесу.

Як такий процес можна вибрати двовимірний масив нормально розподілених випадкових чисел (x, y) з нульовим математичним сподіванням і одиничною дисперсією (0;1). Обвідна такого процесу розподілена за законом Релея, для якого відомі теоретичні значення перших чотирьох моментів у вигляді коефіцієнтів варіацій $(V_t = 0.52)$, асиметрії $(S_t = 0.63)$ та ексцесу $(E_t = 0.23)$.

Проводячи порівняння коефіцієнтів V_t, S_t, E_t випадкового процесу, що має релеєвський розподіл амплітуд, з аналогічними коефіцієнтами V_m, S_m, E_m, одержуваними шляхом імітації амплітуд на ЕОМ за алгоритмом при значеннях параметрів моделі B = 0, K = 1, тобто при нульовому середньому значенні і рівних дисперсіях квадратурних компонент нормального процесу, можна судити про точність моделювання сигналу.

Висновки. В результаті роботи запропоновано і розроблено новий спосіб імітаційного моделювання, який має складний закон розподілу амплітуд. Для створення моделі просторово-часової структури поля випадкових сигналів використано восьмимірну матрицю, складовими якої є коефіцієнт просторової, часової та просторово-часової кореляції. Проведено перевірку адекватності математичної моделі шляхом порівняння модельних і експериментальних статистик,

Розроблений комплекс алгоритмів розрахунку просторово-часової структури радіосигналу дозволяє проводити повномасштабне чисельне моделювання експериментів з поширення складних радіосигналів в іоносферних каналах зв'язку.

Список літератури

1. Долуханов М. П. Флуктуационные процессы при распространении радиоволн. – М. : Связь, 1971. – 182 с.
2. Распространение радиоволн в ионосфере : учеб. пособие к курсу «Распространение радиоволн» для студентов 5-го курса / [Арсеньян Т. И., Балинов В. В., Волков О. Ю., Сухарева И. А.]. – М. : Физ. фак-т МГУ, 2012. – 35 с.
3. Гайлит Т. А. Экспериментальное исследование спектральных характеристик радиосигнала при зондировании ионосферы / Т. А. Гайлит // Ионосферные исследования. – М. : Наука, 1986. – № 41. – С. 97–102.
4. Волков О. Ю. Математическая модель ионосферного канала связи с поляризационно-чувствительными коэффициентами передачи / О. Ю. Волков // Известия вузов. Радиофизика. – 2011. – № 1. – С. 9–15.
5. Митихин Ю. В. Математическое моделирование случайных сигналов в системах с ионосферными каналами / Ю. В. Митихин // Проблемы управления и информатики. – 1997. – № 3. – С. 91–101.
6. Митихин Ю. В. Математическое моделирование пространственно-временной структуры случайных сигналов в ионосферных каналах / Ю. В. Митихин // Труды 3-й Междунар. конф. по электросвязи, телевид. и звук. вещанию (Одесса, 9-12 сент. 1997). – С. 103–107.
7. Шеннон Р. Имитационное моделирование – наука и искусство / Р. Шеннон. – М. : Мир, 1977. – 317 с.
8. Бондаревский А. С. Имитационное моделирование: определение, применяемость и техническая реализация / А. С. Бондаревский, А. В. Лебедев // Фундаментальные исследования. – 2011. – № 12 (ч. 3). – С. 535–541.
9. Полищук Ю. М. Математическое моделирование атмосферного канала связи в исследованиях систем с пространственной обработкой сообщений / Ю. М. Полищук // Изд. высш. уч. зав. Радиотехника. – 1978. – Т. 21, № 6. – С. 129–133.

References

1. Doluhanov, M. P. (1971) Fluctuation processes in the propagation of radio waves. Moscow: Svyaz, 182 p. [in Russian].
2. Arsenyan, T. I., Balinov, V. V., Volkov, O. Yu. and Sukhareva, I. A. (2012) Distribution of radio waves in an ionosphere. Moscow: Fiz. fak-t MGU, 35 p. [in Russian].
3. Gajlit, T. A. (1986) Experimental study of spectral characteristics of a radio signal when sensing the ionosphere. *Ionosfernye issledovaniya*, (41). Moscow: Nauka. pp. 97-102 [in Russian].
4. Volkov, O. Yu. (2011). Mathematical model of ionospheric communication channel with polarization-sensitive transfer coefficients. *Izvestiya vuzov. Radiofizika*, (1). pp. 9-15 [in Russian].
5. Mitihin, Yu. V. (1997). Mathematical modeling of random signals in systems with ionospheric channels. *Problemy upravleniya i informatiki*, (3). pp. 91-101 [in Russian].
6. Mitihin, Yu. V. (1997) Mathematical modeling of space-time structure of random signals in ionospheric communication channels. *Trudy 3-y Mezhdunar. conf. po elektrosvyazi, televid. i zvuk. vescaniju*. Odessa. (9-12 September), pp. 103-107 [in Russian].
7. Shannon, R. (1977). Simulation – science and art. Moscow: Mir, 317 p. [in Russian].
8. Bondarevskiy, A. C. and Lebedev, A. V. (2011). Simulation: determination, application and technical realization. *Fundamentalnye issledovaniya*, (12), pp. 535-541 [in Russian].
9. Polishchuk, Yu. M. (1978). Mathematical modeling of atmospheric communication channel in researches of the systems with spatial treatment of reports. *Izd-vo vissh. uch. zav. Radiotehnika*, (6). pp. 129-133 [in Russian].

Стаття надійшла до редакції 22.01.2014.

Yu. V. Mitihin, *Ph.D (Physics), associate professor,*
V. O. Guryn, *undergraduate*
Cherkasy State Technological University
Shevchenko blvd, 460, Cherkasy, 18006, Ukraine
gurin_1992@bk.ru

MATHEMATICAL MODELLING OF SPACE-TIME STRUCTURE OF RANDOM SIGNALS IN IONOSPHERIC COMMUNICATION CHANNELS

In the article new algorithms of random signals imitation with phase statistical distribution of random component of signal array are offered. They are based on the analysis of the most important abilities of signal fluctuation in ionospheric channels. The fluctuation of received signal features appearing while emitting in ionospheric channels creates physical limits of accuracy increase, proofness hindrance, transmitting capacity and other quality factors of radio systems. Mathematical model forms informational basis of this process. The new method of simulation modeling that has a complicated amplitude distribution law is offered and developed as a result of the work. The 8-dimensional matrix that includes space, time and space-time correlation index is used to create the model of space-time structure of random signal array. Validation of mathematical model for adequacy that was held on experimental measurements basis of quadrature components by comparing model and experimental statistics has shown satisfying results. That's why a developed set of algorithms allows to realize experiments designing of radiofrequency signals propagation in ionospheric channels.

Keywords: *ionospheric channel, signal fluctuations, quadrature components, mathematical modeling, regular and fluctuating component, simulation method.*