

Л. А. Михеенко, д.т.н., доцент

НТУУ «КПІ», пр-т Перемоги, 37, г. Київ, Україна

info@oer.ntu-kpi.kiev.ua

А. В. Коваленко, начальник науково-дослідницької лабораторії еталонів і еталонних матеріалів оптико-фізических величин

ГП «Укрметрестандарт», ул. Метрологічеська, 4, г. Київ, Україна

a.kovalenko@ukr.net

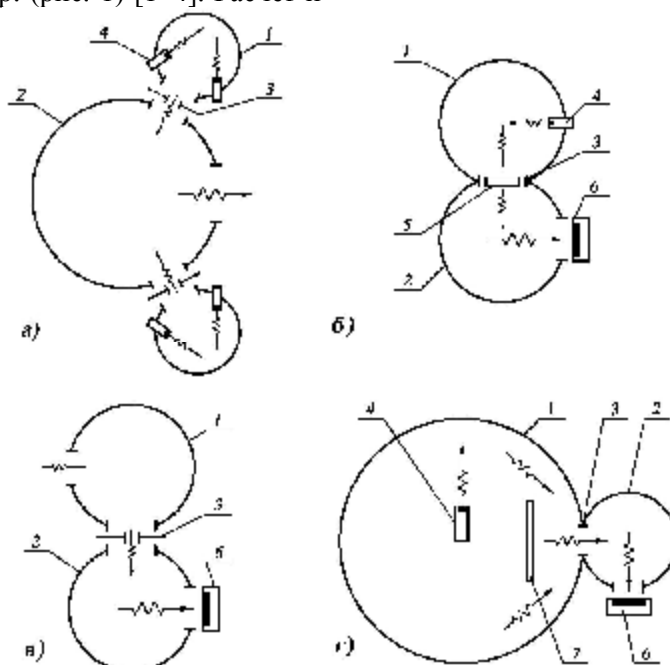
**ОСОБЕННОСТИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА ФОТОМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ОПТИЧЕСКИ СОПРЯЖЕННЫМИ ИНТЕГРИРУЮЩИМИ СФЕРАМИ**

Целью настоящей работы является разработка нового подхода к энергетическому анализу фотометрических систем с оптически сопряженными через совместную апертуру интегрирующими сферами. В новой методике расчета учитывается процесс обмена энергией между оптически сопряженными сферами. В статье приводится разработка и анализ математической модели системы, состоящей из двух сопряженных интегрирующих сфер с отношением диаметров 1/6. Анализ зависимости величины дополнительной освещенности внутренней поверхности вторичной сферы от основных конструктивных параметров показывает, что она падает при уменьшении диаметра первичной сферы и растет при увеличении диаметра соединительной апертуры. В системах с примерно одинаковыми размерами сфер доля данной величины составляет единицы процентов, поэтому она должна обязательно учитываться при энергетическом анализе прецизионных фотометрических систем.

**Ключевые слова:** фотометрия, интегрирующие сферы, энергетический расчёт.

**Введение.** В настоящее время в прецизионной фотометрии все большее распространение получают системы с оптически сопряженными интегрирующими сферами (ИС) – диффузные излучатели, оптические ослабители, фотометры и др. (рис. 1) [1–4]. Расчет и

энергетический анализ таких систем производится, как правило, по классическим методикам [5–7], не учитывающим обмена энергией между оптически сопряженными ИС, что приводит к заметным погрешностям.



**Рис. 1. Примеры фотометрических систем с оптически сопряженными интегрирующими сферами:** а) диффузный излучатель, б) фотометр, в) оптический ослабитель, г) система уменьшения зонной погрешности приемника излучения в шаровом фотометре. 1 – первичная интегрирующая сфера; 2 – вторичная интегрирующая сфера; 3 – калибровочная диафрагма; 4 – источник излучения; 5 – измеряемый образец; 6 – приемник излучения; 7 – диафрагма

Целью настоящей работы является разработка нового подхода к энергетическому анализу рассматриваемых систем, учитывающего процесс обмена энергией между оптически сопряженными через совместную апертуру ИС.

При этом отметим, что в общем случае описание и анализ яркостного поля, формируемого в системе оптически сопряженных ИС, является:

а) многопараметрической задачей, причем связь между параметрами сложная и часто косвенная;

б) часть параметров ИС (коэффициент яркости и спектральная характеристика покрытия; расположение и конструктивные особенности внутренних элементов, в частности источников излучения, и т.д.) не имеют аналитического выражения;

в) большинство параметров имеют схемотехнические и конструктивные ограничения, которые сложно непосредственно учесть в аналитических выражениях.

В связи с этим для полного энергетического анализа фотометрических систем с оптически сопряженными ИС наиболее целесообразно использовать численно-аналитический метод, при котором часть зависимостей устанавливается расчетами, часть – конструктивной проработкой и схемотехническим моделированием, а часть получена аналитически. В данной работе рассматривается упрощенный вариант расчета, основанный на предположении, что фотометрические соотношения в системе оптически сопряженных ИС подчиняются закону Ламберта.

#### Математическая модель

Рассмотрим систему из двух оптически сопряженных ИС, причем будем считать, что в одной из сфер (назовем её первичной) расположены источники излучения, а в другой (вторичной) имеется отверстие (выходная апертура), через которое излучение покидает систему или попадает на фотоприемник. Интегрирующие сферы сопряжены через общую калибровочную диафрагму  $D_k$  (рис. 2).

Одновременно с излучением потока из первичной сферы во вторичную происходит обратный процесс – излучение потока из вторичной сферы в первичную. То есть, первичная и вторичная сферы находятся в состоянии постоянного обмена энергией через калибровочную диафрагму, что, естественно, существенно влияет на формирование суммарного яркостного поля на выходе вторичной ИС. Рассмотрим этот процесс подробнее, восполь-

зовавшись моделью излучателя, представленной на рис. 2. Если система состоит из нескольких первичных ИС (как в случае диффузного излучателя переменной яркости (ДИПЯ), описанного в [1]), то для простоты будем считать, что она может быть сведена к рассматриваемому случаю двух сфер – первичной, площадь которой  $A_1$  эквивалентна площадям всех первичных сфер, и вторичной, с площадью  $A_2$ , сопряженной с первичной через эквивалентную калибровочную диафрагму, площадь которой  $A_k$  равна площади всех калибровочных диафрагм. Площадь выходной апертуры ДИПЯ равна  $A_B$ .

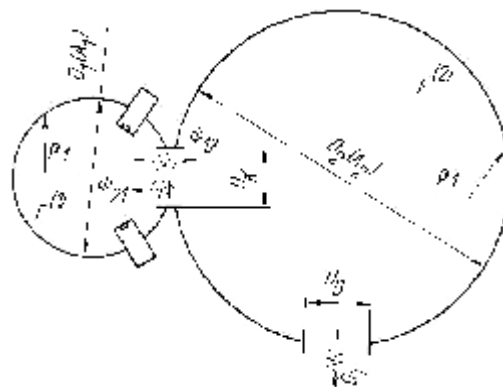


Рис. 2. Расчетная модель системы из двух оптически сопряженных ИС

При выводе формул, описывающих энергетический баланс системы, будем использовать индекс «1» в обозначениях, относящихся к первичной сфере, и индекс «2» – к вторичной. Сочетания индексов «(12)» и «(21)» будут обозначать направление потока излучения из первичной сферы во вторичную и, соответственно, наоборот.

Если  $\Phi$  – поток, излучаемый источниками излучения в первичной сфере, то ее нулевая освещенность  $E_0^1$  при условии равномерного распределения излучения по поверхности сферы равна

$$E_0^1 = \frac{\Phi}{A_1}. \quad (1)$$

Первая суммарная освещенность первичной сферы  $E_1^1$ , с учетом площади калибровочной диафрагмы  $A_k$ , находится из выражения [5]:

$$E_1^{(1)} = E_0^{(1)} \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_k}{A_1}}, \quad (2)$$

где  $\rho$  – коэффициент отражения внутренней поверхности сфер.

Первичный поток, поступающий из первичной сферы во вторичную  $\Phi_1^{(12)}$  через калибровочную диафрагму, равен

$$\Phi_1^{(12)} = E_1^{(1)} A_K = E_0^{(1)} A_K \frac{1}{1 - \rho \frac{A_0 - A_K}{A_1}}. \quad (3)$$

Первая освещенность вторичной сферы, образованная потоком  $\Phi_1^{(12)}$ , определится из выражения

$$\begin{aligned} E_1^{(2)} &= \frac{\Phi_1^{(12)}}{A_2} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} = \\ &= E_0^{(1)} \cdot \frac{A_K}{A_2} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_2}} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}}. \end{aligned} \quad (4)$$

Освещенность вторичной сферы формирует поток излучения  $\Phi_1^{(21)}$ , поступающий из вторичной сферы в первичную:

$$\begin{aligned} \Phi_1^{(21)} &= E_1^{(2)} \cdot A_K = \\ &= E_0^{(1)} \frac{A_K^2}{A^2} \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Вторая (дополнительная) освещенность первичной сферы, образованная потоком  $\Phi_1^{(21)}$ , равна

$$\begin{aligned} E_2^{(1)} &= \frac{\Phi_1^{(21)}}{A_1} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_2}} = \\ &= E_0^{(1)} \frac{A_K^2}{A_1 \cdot A_2} \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_2}} \right)^2 \times \\ &\times \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} \end{aligned} \quad (6)$$

Вторичный поток  $\Phi_2^{(12)}$ , возвращаемый из первичной сферы во вторичную,

$$\begin{aligned} \Phi_2^{(12)} &= E_2^{(1)} \cdot A_K = \\ &= E_0^{(1)} \frac{A_K^3}{A_1 \cdot A_2} \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \right)^2 \times \\ &\times \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} \end{aligned} \quad (7)$$

Вторая (дополнительная) освещенность вторичной сферы равна:

$$\begin{aligned} E_2^{(2)} &= \frac{\Phi_2^{(12)}}{A_2} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} = \\ &= E_0^{(1)} \frac{A_K^3}{A_1 \cdot A_2^2} \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \right)^2 \times \\ &\times \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} \right)^2. \end{aligned} \quad (8)$$

Рассуждая аналогично, получим:

$$\begin{aligned} \Phi_2^{(21)} &= E_2^{(2)} A_K = \\ &= E_0^{(1)} \frac{A_K^4}{A_1 \cdot A_2^2} \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \right)^2 \times \\ &\times \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} \right)^2, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} E_3^{(1)} &= \frac{\Phi_2^{(21)}}{A_1} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} = \\ &= E_0^{(1)} \frac{A_K^4}{A_1^2 \cdot A_2^2} \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \right)^3 \times \\ &\times \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} \right)^2, \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \Phi_3^{(12)} &= E_3^{(1)} A_K = \\ &= E_0^{(1)} \frac{A_K^5}{A_1^2 \cdot A_2^2} \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \right)^3 \times \\ &\times \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} \right)^2, \end{aligned} \quad (11)$$

$$E_3^{(2)} = \frac{\Phi_3^{(12)}}{A_2} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} =$$

$$= E_0^{(1)} \frac{A_K^5}{A_1^2 \cdot A_2^3} \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \right)^3 \times$$

$$\times \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} \right)^3, \quad (12)$$

и так до бесконечности.

Полная освещенность вторичной сферы  $E_{\Sigma}^{(2)}$  определится суммой всех освещенностей

$$E_{\Sigma}^{(2)} = E_1^{(2)} + E_2^{(2)} + E_3^{(2)} + \dots \quad (13)$$

Вынося множитель

$$E_0^{(1)} \cdot \frac{A_K}{A_2} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}},$$

получаем геометрическую прогрессию:

$$E_{\Sigma}^{(2)} = E_0^{(1)} \cdot \frac{A_K}{A_2} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \times$$

$$\times \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} \cdot \left[ 1 + \frac{A_K^2}{A_1 A_2} \times \right.$$

$$\times \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} +$$

$$+ \frac{A_K^4}{(A_1 A_2)^2} \cdot \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \right)^2 \times$$

$$\left. \times \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} \right)^2 + \dots \right], \quad (14)$$

со знаменателем

$$\frac{A_K^2}{A_1 A_2} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}}.$$

И окончательно, с учетом (4)–(14):

$$E_{\Sigma}^{(2)} = \frac{\Phi \cdot A_K}{A_1 A_2} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \times$$

$$\times \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} \times$$

$$\times \left[ 1 - \left( \frac{A_K^2}{A_1 A_2} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \times \right. \right. \quad (15)$$

$$\left. \left. \times \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} \right) \right]^{-1}.$$

Величина дополнительной облученности составит

$$E_{\Delta\Sigma}^{(2)} = E_{\Sigma}^{(2)} - E_1^{(2)} = E_2^{(2)} + E_3^{(2)} + \dots \quad (16)$$

Произведя суммирование с использованием (4)–(15) и находя сумму геометрической прогрессии по описанной выше процедуре, получим

$$E_{\Delta\Sigma}^{(2)} = \frac{\Phi_{uu} A_K^3}{A_1^2 \cdot A_2^2} \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \right)^2 \times$$

$$\times \left( \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} \right)^2 \times$$

$$\times \left[ 1 - \left( \frac{A_K^2}{A_1 A_2} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \times \right. \quad (17)$$

$$\left. \times \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} \right) \right]^{-1}.$$

Чтобы определить вклад дополнительной освещенности в величину выходной яркости системы оптически-сопряженных интегрирующих сфер, разделим (17) на (15). В результате получаем

$$\frac{E_{D\Sigma}^{(2)}}{E_{\Sigma}^{(2)}} = \frac{A_K^2}{A_1 \cdot A_2} \cdot \frac{1}{1 - \rho \frac{A_1 - A_K}{A_1}} \times \frac{1}{1 - \rho \frac{A_2 - A_K - A_B}{A_2}} \quad (18)$$

**Обсуждение и выводы.** Из (18) следует, что величина дополнительной освещенности прежде всего зависит от размеров ИС, калибровочной диафрагмы и коэффициента отражения покрытий сфер. Графики, представленные на рис. 3, построены с учётом этих факторов для системы двух ИС с отношением их диаметров  $D_1/D_2 = 1/6$ .



**Рис. 3. Графики зависимости величины дополнительной освещенности от размеров калибровочной диафрагмы: 1 – для  $\rho = 0,9$ ; 2 – для  $\rho = 0,95$ ; 3 – для  $\rho = 0,99$**

Из этого графика следует, что в наиболее благоприятном случае ( $A_K = A_{Kmax}$ ,  $\rho = 0,99$ ) отношение  $E_{D\Sigma}^{(2)} / E_{\Sigma}^{(2)}$  находится в пределах 0,12...0,15, но быстро уменьшается с уменьшением  $A_K$  и  $\rho$ . Для шаровых фотометров и оптических ослабителей с примерно одинаковыми размерами ИС отношение  $E_{D\Sigma}^{(2)} / E_{\Sigma}^{(2)}$  составляет единицы процентов.

Таким образом, можно считать, что дополнительная освещенность должна обязательно учитываться при энергетическом анализе прецизионных фотометрических систем с оптически сопряженными интегрирующими сферами, а также, такой учет весьма желателен и для менее точных приборов.

**Список литературы**

1. Михеенко Л. А. Излучатель переменной яркости на основе сопряженных интегрирующих сфер / Л. А. Михеенко,

В. Н. Боровицкий // Технология и конструирование радиоэлектронной аппаратуры. – 2006. – № 6 (66). – С. 61–64.  
 2. Михеенко Л. А. Широкодиапазонный ослабитель оптического излучения / Л. А. Михеенко, В. А. Шишкин // Вісник НТУУ «КПІ». – 2008. – Вип. 35. – С. 49–53. – (Серія : Приладобудування).  
 3. Фотометры с интегрирующими сферами для исследования материалов / [А. К. Павлюков, А. Р. Хамидуялина и др.] // Оптико-механическая промышленность. – 1988. – № 2. – С. 28–30.  
 4. A guide to integratiny sphere. Theory and application. Labsphere Inc. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: www.labsphere.com  
 5. Гуревич М. М. Фотометрия (теория, методы и приборы) / М. М. Гуревич. – Л. : Энергоатомиздат, 1983. – 184 с.  
 6. Об особенностях измерения потока излучения светодиодов с помощью фотометрического шара / [М. Ю. Сахновский, С. Г. Гуминецкий, В. Е. Кравцов и др.] // Оптика и спектроскопия. – 1979. – Т. 46, вып. 3. – С. 515–523.  
 7. Колобродов В. Г. Теорія дифузного випромінювача на основі інтегруючої сфери / В. Г. Колобродов, В. І. Мики-тенко, Л. А. Міхеєнко, Л. А. Петрущенко // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2005. – № 4. – С. 106–114.

**References**

1. Mikheenko, L. A. and Borovitskii, V. N. (2006) Emitter with variable brightness based on coupled integrating spheres. *Tekhnologiya i konstruirovaniye radioelekt-ronnoy apparatury*, (6), pp. 61–64 [in Russian].  
 2. Mikheenko, L. A. and Shishkin, V. A. (2008) Wide range optical radiation attenuator. *Visnyk NTUU "KPI". Seriya: Pryladobuduvannya*, (35), pp. 49–53 [in Russian].  
 3. Pavlyukov, A. K., Hamiduyalina, A. R. et al. (1988). Photometers with integrating spheres for materials research. *Optiko-mekhanicheskaya promyshlennost'*, (2) pp. 28–30 [in Russian].  
 4. A guide to integratiny sphere. Theory and application. Labsphere Inc. [Internet]. Available from: <www.labsphere.com>  
 5. Gurevich, M. M. (1983) Photometry (theory, methods and devices). Leningrad: Energoatomizdat [in Russian].

6. Sahnovsky, M. Y., Guminetsky, S. G., Kravtsov V. E. et al. (1979). On the specifics of measuring of radiation flux of LEDs using integrating sphere. *Optika i spektroskopiya*, 46 (3), pp. 515–523 [in Russian].
7. Kolobrodov, V. G., Mykytenko, V. I., Mikheenko, L. A. and Petruschenko, L. A. (2005) The theory of diffuse emitter based on integrating sphere. *Naukovi visti NTUU "KPI"*, (4), pp. 106–114 [in Ukrainian].

**L. A. Mikheenko**, *Dr.Tech.Sc., professor*,  
NTUU "KPI", Pobedy av., 37, Kiev, Ukraine  
info@oep.ntu-kpi.kiev.ua

**A. V. Kovalenko**, *head of research laboratory of standards and reference materials of optical-physical quantities*  
SE "Ukrmetrteststandard", Metrologicheskaya str., 4, Kiev, Ukraine  
a.kovalenko@ukr.net

### SPECIAL ASPECTS OF ENERGY CALCULATIONS OF PHOTOMETRIC SYSTEMS WITH OPTICALLY CONJUGATED INTEGRATING SPHERES

*Nowadays in precision photometry the systems with optically conjugated integrating spheres such as diffuse emitters, optical attenuators, photometers, etc. are widely used. The calculation and energy analysis of these systems, as a rule, is carried out by classical methods which don't take into account energy exchange between optically conjugated integrating spheres that leads to observable errors.*

*The aim of this work is to develop a new approach to energy analysis of photometric systems with integrating spheres which are optically conjugated through joint aperture. This new method of calculation takes into account energy exchange between optically conjugated spheres. In the article the development and analysis of mathematical model for a system consisting of two conjugated integrating spheres with diameter ratio 1/6 are carried out. The analysis of the dependence of the value of additional illuminance of inner surface of secondary sphere on basic design parameters shows that it decreases with decreasing of primary sphere diameter and increases with increasing of coupling aperture diameter. In systems where spheres have approximately the same size the share of this quantity is few percent, so it should be taken into account when analyzing the energy of precision photometric systems.*

**Keywords:** *photometry, integrating spheres, energy calculation.*

*Рецензенти: І. Г. Чиж, д.т.н., професор,  
В. М. Сорокін, д.т.н., професор*