УДК 004.902

С.И. ВЯТКИН, С.А. РОМАНЮК, П.А. ВЕЛИЧКО
Институт автоматики и электрометрии СО РАН, Винницкий национальный технический университет

МЕТОД ИТЕРАЦИОННОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ ПОЛИГОНАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ НЕЯВНЫМИ ФУНКЦИЯМИ

Предлагается итерационный метод создания неявных поверхностей на базе функций возмущения из полигональных моделей.
Ключевые слова: трехмерные изображения, полигональная модель, функции возмущения, поверхности трехмерных моделей.

S.I. VYATKIN, S.A. ROMANYUK, P.A. VELICHKO
Institute of Automation and Electrometry SO RAN, Vinnytsia National Technical University

BY ITERATIVE APPROACH POLYGONAL MODELS IMPLICIT FUNCTION

An iterative method for creating implicit surfaces based on the perturbation functions of polygonal models.
Keywords: three-dimensional images, polygonal models, perturbation function, the surface of three-dimensional models.

Введение

Наиболее распространенная модель для визуализации трехмерных изображений – полигональное приближение. Наряду с множеством преимуществ, такая модель имеет и свои недостатки. Моделируя реальные объекты, строится приближенная полигональная модель. Для увеличения качества изображения чаще всего необходимо увеличивать количество полигонов. Увеличение количества полигонов, влечет за собой увеличение времени визуализации и объёма используемой памяти. К тому же, дополнительные проблемы вносит изменение масштаба объекта, потому что нельзя быстро и эффективно изменить количество полигонов для модели объекта. От таких недостатков можно избавиться, применяя аналитическое задание объёмов и растеризации их при помощи алгоритмов трассировки лучей. Аналитическое задание объёмов не требует большого объёма памяти. Поверхности на основе функций используются для множества задач в компьютерной графике, включая моделирование мягких или органических объектов, трехмерного морфинга, обнаружения столкновений и конструктивной твердой геометрии. Хотя операции для функциональных объектов просты, однако создание форм является большой проблемой.

Анализ исследований и публикаций

В работе [1] решена задача конверсии для вариационных неявных поверхностей [2], в которой применен итерационный метод. Известен метод [3] преобразования полигональных моделей в функциональные на основе радиальных функций. В этом методе полигональная модель аппроксимировалась функциями второго порядка, где искомая функция есть сумма патчей, помноженных на функцию контейнера. Патч – это квадрика, которая аппроксимирует поверхность около выбранной точки. Функция контейнера является множителем, который гарантирует, что за границей заданной области влияние патча на другие патчи равно нулю.

В работе [4] рассматривается метод преобразования данных буфера глубины в функциональную модель на базе функций радиального вида. Данные буфера глубины могут быть получены из двух стерео-изображений [5] в задачах реконструкции поверхности при анализе биометрических данных, полигональных моделей, воксельных, функциональных и т.д.

Данные буфера глубины [4] были получены из полигональной модели. В работе [6] заданная полигональная сетка преобразуется в объемные данные, которые используются как база для создания функциональной поверхности посредством строгого математического вычисления без итераций (метод с обратным обходом дерева деления локального пространства объекта).

Разработка метода

Для описания сложных геометрических объектов используются функции отклонения (второго порядка) от базовой квадрики [1]. На базе квадрик строятся свободные формы. Свободная форма представляется композицией базовой квадрики и возмущений

$$F'(x,y,z) = F(x,y,z) + \sum_{i=1}^{N} f_i R_i(x,y,z), \qquad (1)$$

где $R_i(x,y,z)$ – возмущение, f_i – форм-фактор.

$$R_i(x,y,z) = \begin{cases} Q_i^3(x,y,z),\ if\ Q_i(x,y,z) \ge 0 \\ 0,\ if\ Q_i(x,y,z) < 0 \end{cases}, \qquad (2)$$

где $Q_i(x,y,z)$ – возмущающая квадрика.

Для того чтобы поверхность была гладкой, степень должна быть больше двух (2). Это условие гарантирует непрерывность функции и её производной.

В работе [2] представлен метод с обратным обходом дерева деления объектного пространства для преобразования полигональных и воксельных моделей в неявные поверхности с применением функций возмущения.

Известна работа [3], в которой решалась подобная проблема для вариационных неявных поверхностей [4].

Описание метода

При следующем задании квадрики.

$$Q = \begin{pmatrix} q_{xx} & \frac{q_{xy}}{2} & \frac{q_{xz}}{2} & \frac{q_x}{2} \\ \frac{q_{xy}}{2} & q_{yy} & \frac{q_{yz}}{2} & \frac{q_y}{2} \\ \frac{q_{xz}}{2} & \frac{q_{yz}}{2} & q_{zz} & \frac{q_z}{2} \\ \frac{q_x}{2} & \frac{q_y}{2} & \frac{q_z}{2} & q \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Значение функции заданной (3) в произвольной точке $P[x, y, z]$ будет:

$$Q(P[x,y,z]) = q_{xx}x^2 + q_{yy}y^2 + q_{zz}z^2 + q_{xy}xy + q_{xz}xz + q_{yz}yz + q_x x + q_y y + q_z z + q \tag{4}$$

т.к. значение Q на поверхности равно нулю, то для нахождения коэффициентов квадрики по девяти $P_1[x_1, y_1, z_1] \div P_9[x_9, y_9, z_9]$ точкам получаем систему линейных уравнений.

$$\left\{ \begin{matrix} Q(P_1) = 0 \\ Q(P_2) = 0 \\ ... \\ Q(P_i) = 0 \\ ... \\ Q(P_9) = 0 \end{matrix} \right\}. \tag{5}$$

Используя (4), получим

$$\left\{ \begin{matrix} q_{xx}x_1^{\ 2} + q_{yy}y_1^{\ 2} + q_{zz}z_1^{\ 2} + q_{xy}x_1y_1 + q_{xz}x_1z_1 + q_{yz}y_1z_1 + q_x x_1 + q_y y_1 + q_z z_1 + q = 0 \\ q_{xx}x_2^{\ 2} + q_{yy}y_2^{\ 2} + q_{zz}z_2^{\ 2} + q_{xy}x_2y_2 + q_{xz}x_2z_2 + q_{yz}y_2z_2 + q_x x_2 + q_y y_2 + q_z z_2 + q = 0 \\ ... \\ q_{xx}x_i^{\ 2} + q_{yy}y_i^{\ 2} + q_{zz}z_i^{\ 2} + q_{xy}x_iy_i + q_{xz}x_iz_i + q_{yz}y_iz_i + q_x x_i + q_y y_i + q_z z_i + q = 0 \\ ... \\ q_{xx}x_9^{\ 2} + q_{yy}y_9^{\ 2} + q_{zz}z_9^{\ 2} + q_{xy}x_9y_9 + q_{xz}x_9z_9 + q_{yz}y_9z_9 + q_x x_9 + q_y y_9 + q_z z_9 + q = 0 \end{matrix} \right\}. \tag{6}$$

Решением системы уравнений (7) со свободной членом q (положим его равным -K) при заданных $P_1[x_1, y_1, z_1] \div P_9[x_9, y_9, z_9]$ будут девять искомых коэффициентов $q_{xx}, q_{yy}, q_{zz}, q_{xy}, q_{xz}, q_{yz}, q_x, q_y, q_z$.

$$\begin{bmatrix} x_1^2 & y_1^2 & z_1^2 & x_1y_1 & x_1z_1 & y_1z_1 & x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2^2 & y_2^2 & z_2^2 & x_2y_2 & x_2z_2 & y_2z_2 & x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3^2 & y_3^2 & z_3^2 & x_3y_3 & x_3z_3 & y_3z_3 & x_3 & y_3 & z_3 \\ x_4^2 & y_4^2 & z_4^2 & x_4y_4 & x_4z_4 & y_4z_4 & x_4 & y_4 & z_4 \\ x_5^2 & y_5^2 & z_5^2 & x_5y_5 & x_5z_5 & y_5z_5 & x_5 & y_5 & z_5 \\ x_6^2 & y_6^2 & z_6^2 & x_6y_6 & x_6z_6 & y_6z_6 & x_6 & y_6 & z_6 \\ x_7^2 & y_7^2 & z_7^2 & x_7y_7 & x_7z_7 & y_7z_7 & x_7 & y_7 & z_7 \\ x_8^2 & y_8^2 & z_8^2 & x_8y_8 & x_8z_8 & y_8z_8 & x_8 & y_8 & z_8 \\ x_9^2 & y_9^2 & z_9^2 & x_9y_9 & x_9z_9 & y_9z_9 & x_9 & y_9 & z_9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{xx} \\ q_{yy} \\ q_{zz} \\ q_{xy} \\ q_{xz} \\ q_{yz} \\ q_x \\ q_y \\ q_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K \\ K \\ K \\ K \\ K \\ K \\ K \\ K \\ K \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Действие возмущения (выраженное неявной функцией (3)) на неявную функцию M(x,y,z), вне зависимости от суммарной степени её многочлена (формируемого, в нашем случае, возмущениями и операциями), гладкости и т.д., описывается следующим образом:

$$M' = M + fR^2, \tag{8}$$

где f – коэффициент действия возмущения - «фактор».

Имея десять точек полигональной модели $P_1[x_1, y_1, z_1] \div P_{10}[x_{10}, y_{10}, z_{10}]$, в которых значение функции M имеет один и тот же знак (т.е. все десять точек лежат либо внутри, либо снаружи от фигуры, описываемой функцией M) ставится задача, прохождения фигуры, описываемой M', через эти точки. Математически это требование описывается как $M'(P_1[x_1, y_1, z_1] \div P_{10}[x_{10}, y_{10}, z_{10}]) = 0$. Тогда (8) можно переписать в следующем виде:

$$0 = M' = M + fR^2,$$

$$0 = M + fR^2,$$

$$fR^2 = -M,$$

т.к. R^2 величина положительная, то возьмём $f = -sign(M'(P_1[x_1, y_1, z_1] \div P_{10}[x_{10}, y_{10}, z_{10}]))$.

Следовательно:

$$R^2 = |M|,$$

$$R = \sqrt{|M|}. \tag{9}$$

Записываем (9) для $P_1[x_1, y_1, z_1] \div P_{10}[x_{10}, y_{10}, z_{10}]$:

$$\left\{\begin{array}{l} R(P_1) = \sqrt{|M(P_1)|} \\ R(P_2) = \sqrt{|M(P_2)|} \\ \dots \\ R(P_i) = \sqrt{|M(P_i)|} \\ \dots \\ R(P_9) = \sqrt{|M(P_9)|} \end{array}\right\}. \tag{10}$$

Используя (4), получаем:

$$\left\{\begin{array}{l} q_{xx}x_1^2 + q_{yy}y_1^2 + q_{zz}z_1^2 + q_{xy}x_1y_1 + q_{xz}x_1z_1 + q_{yz}y_1z_1 + q_xx_1 + q_yy_1 + q_zz_1 + q = \sqrt{|M(P_1(x_1, y_1, z_1))|} \\ q_{xx}x_2^2 + q_{yy}y_2^2 + q_{zz}z_2^2 + q_{xy}x_2y_2 + q_{xz}x_2z_2 + q_{yz}y_2z_2 + q_xx_2 + q_yy_2 + q_zz_2 + q = \sqrt{|M(P_2(x_2, y_2, z_2))|} \\ \dots \\ q_{xx}x_i^2 + q_{yy}y_i^2 + q_{zz}z_i^2 + q_{xy}x_iy_i + q_{xz}x_iz_i + q_{yz}y_iz_i + q_xx_i + q_yy_i + q_zz_i + q = \sqrt{|M(P_2(x_2, y_2, z_2))|} \\ \dots \\ q_{xx}x_9^2 + q_{yy}y_9^2 + q_{zz}z_9^2 + q_{xy}x_9y_9 + q_{xz}x_9z_9 + q_{yz}y_9z_9 + q_xx_9 + q_yy_9 + q_zz_9 + q = \sqrt{|M(P_9(x_9, y_9, z_9))|} \end{array}\right\}. \tag{11}$$

$$\begin{bmatrix} x_1^2 & y_1^2 & z_1^2 & x_1y_1 & x_1z_1 & y_1z_1 & x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2^2 & y_2^2 & z_2^2 & x_2y_2 & x_2z_2 & y_2z_2 & x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3^2 & y_3^2 & z_3^2 & x_3y_3 & x_3z_3 & y_3z_3 & x_3 & y_3 & z_3 & 1 \\ x_4^2 & y_4^2 & z_4^2 & x_4y_4 & x_4z_4 & y_4z_4 & x_4 & y_4 & z_4 & 1 \\ x_5^2 & y_5^2 & z_5^2 & x_5y_5 & x_5z_5 & y_5z_5 & x_5 & y_5 & z_5 & 1 \\ x_6^2 & y_6^2 & z_6^2 & x_6y_6 & x_6z_6 & y_6z_6 & x_6 & y_6 & z_6 & 1 \\ x_7^2 & y_7^2 & z_7^2 & x_7y_7 & x_7z_7 & y_7z_7 & x_7 & y_7 & z_7 & 1 \\ x_8^2 & y_8^2 & z_8^2 & x_8y_8 & x_8z_8 & y_8z_8 & x_8 & y_8 & z_8 & 1 \\ x_9^2 & y_9^2 & z_9^2 & x_9y_9 & x_9z_9 & y_9z_9 & x_9 & y_9 & z_9 & 1 \\ x_{10}^2 & y_{10}^2 & z_{10}^2 & x_{10}y_{10} & x_{10}z_{10} & y_{10}z_{10} & x_{10} & y_{10} & z_{10} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{xx} \\ q_{yy} \\ q_{zz} \\ q_{xy} \\ q_{xz} \\ q_{yz} \\ q_x \\ q_y \\ q_z \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{|M(x_1, y_1, z_1)|} \\ \sqrt{|M(x_2, y_2, z_2)|} \\ \sqrt{|M(x_3, y_3, z_3)|} \\ \sqrt{|M(x_4, y_4, z_4)|} \\ \sqrt{|M(x_5, y_5, z_5)|} \\ \sqrt{|M(x_6, y_6, z_6)|} \\ \sqrt{|M(x_7, y_7, z_7)|} \\ \sqrt{|M(x_8, y_8, z_8)|} \\ \sqrt{|M(x_9, y_9, z_9)|} \\ \sqrt{|M(x_{10}, y_{10}, z_{10})|} \end{bmatrix}. \tag{12}$$

Решением системы уравнений (12) со свободной членом при заданных $P_1[x_1, y_1, z_1] \div P_{10}[x_{10}, y_{10}, z_{10}]$ будут десять искомых коэффициентов функции возмущения $q_{xx}, q_{yy}, q_{zz}, q_{xy}, q_{xz}, q_{yz}, q_x, q_y, q_z, q$.

Алгоритм автоматической конвертации:

Значение функции, описывающей поверхность в виде квадрик и возмущений (2), будет равно нулю на границе, а по мере удаления от границы абсолютное значение функции возрастает. Таким образом, задача подгонки под поверхность сводится к минимизации суммарной функции на наборе точек, представляющих полигональную модель. Наиболее быструю сходимость минимизации неявной функции обеспечивает метод градиентного спуска, но для рассматриваемого случая необходимо использовать модифицированный метод, т.к. неявная функция, описывающая поверхность, может быть достаточно высоких порядков, а оптимизационная задача сходится к локальному минимуму и на высоких порядках движение по градиенту может трансформировать в область другого минимума. Поэтому движение вдоль направления градиента в предложенном методе плавное, в отличие от метода градиентного спуска.

Шаги алгоритма:

I. Добавляем новую квадрику/возмущение.

II. Оптимизируем, и, найдя локальный минимум, переходим к I, пока не достигнем требуемого качества.

Используем оптимизационный метод на каждой следующей итерации, где значение функционала меньше значения на предыдущем.

Оптимизационная задача варьирует 16 коэффициентов квадрики, – т.е. происходит спуск к минимуму по 16-мерной производной в 16-мерном пространстве.

Заключение

В данной работе представлен метод итерационного преобразования полигональных моделей в неявные поверхности на базе функций возмущения. В предлагаемом подходе меньше вычислений, а также количества данных, чем в методе [1]. Например, для модели Cow с числом треугольников равным 34824, количество функций составило 2038, а время преобразования – 1 мин. 57 сек на ПК (Intel Pentium 4 Processor, 2800 MHz). Для анализа отклонений (отклонение вершин и нормалей) был разработан анализатор критериев отклонений. Анализ степени приближения полученной сетки к функционально заданной поверхности осуществляется по двум метрикам: отклонение вершин треугольной сетки от поверхности функционального объекта; отклонение нормалей к вершинам треугольной сетки от значений нормалей к вершинам на функциональной поверхности.

Для этого сначала вычисляются данные буфера глубины двух полигональной и функциональной моделей в виде двумерного массива данных. Каждый элемент такого массива представляет собой расстояние от камеры до соответствующей точки на поверхности модели. Затем сравниваются все точки этих буферов для вычисления средней разницы. Таким образом, вычисляется среднее отклонение для соответствующей модели.

Если полигональная и функциональная модели полностью совпадают, то отклонение, соответственно, будет равно нулю. Эти результаты вычислялись в кубе с разрешением 1.0 x 1.0 x 1.0. Данное преобразование выполняется без визуальных потерь. Метод преобразования, описанный в работе [6], работает в два раза быстрее и он более точен.

В методе [1] предложенном Gary Yngve и Grey Turk полигональные модели сначала преобразовывались в воксельное описание, и уже после вокселизации конвертировались в неявные поверхности итерационно. Такой метод требует огромного количества вычислений (на компьютере 195MHz R10k - до 24 часов времени для моделей с приемлемым разрешением и качеством), а также хранения и обработки большого числа данных - N^3. В этом методе на преобразование сложных моделей с разрешением объема 170x170x373 требовались часы работы компьютера (R10000 MIPS процессор, 195MHz, SGI Origin).

Литература

1. Gary Yngve, Grey Turk. "Robust Creation of Implicit Surfaces from Polygonal Meshes" // IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. – 2002. – Vol. 8. – № 4.

2. Greg O'Brien. Variational Implicit Surfaces. Tech. Report GIT-GVU-99-15, Georgia Institute of Technology, May, 1999.

3. Ohtake Y., Belyaev A., Alexa M., Seidel H.P. "Multi-level partition of unity implicits", ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH 03 Proceedings), 2003 – Vol. 22. – №. 3. P. 463–470.

4. Шевелев С.В. Преобразование данных буфера глубины в функциональное представление радиального вида / С.В. Шевелев, С.И. Вяткин, Б.С. Долговесов // Труды 16-й Междунар. конф. по компьютерной графике и ее приложениям "Графикон-2006" (Новосибирск, Россия, 1–5 июля 2006). – Новосибирск, ИВММГ СО РАН, 2006.

5. Richard Lengagne, Jean-Philippe Tarel, Olivier Monga. "From 2D Images to 3D Face Geometry". Proceedings of IEEE Second International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition (FG'96), Killington, USA. October 14–16. – 1996.

6. Вяткин С.И. Преобразование полигональных моделей в функционально базируемые объекты / С.И. Вяткин // Международный научно-технический журнал "Измерительная и вычислительная техника в технологических процессах", 2008. Хмельницкий национальный университет. – 2008. – № 1. – С. 146–150.

7. Вяткин С.И. Моделирование сложных поверхностей с применением функций возмущения / С.И. Вяткин // Автометрия, 2007. – Т. 43. – № 3. – С. 40–47.

References

1. Gary Yngve, Grey Turk. "Robust Creation of Implicit Surfaces from Polygonal Meshes" / / IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics. Vol.8., No.4., October-December 2002 .

2. Greg O'Brien. Variational Implicit Surfaces. Tech. Report GIT-GVU- 99 -15 , Georgia Institute of Technology, May, 1999 .

3. Ohtake Y., Belyaev A., Alexa M., Seidel H.-P. "Multi-level partition of unity implicits", ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH 03 Proceedings), vol. 22 , No. 3, 2003 , pp. 463-470 .

4. S.V. Shevelev . Vyatkin S.I. Dolgovesov BS Data Conversion depth buffer in a functional representation of the radial type / / Proceedings of the 16th Intern. conf. on Computer Graphics and Applications " GraphiCon 2006" (Novosibirsk, Russia , July 1-5, 2006). Novosibirsk, IVMMG SB RAS, 2006.

5. Richard Lengagne, Jean-Philippe Tarel, Olivier Monga. "From 2D Images to 3D Face Geometry". Proceedings of IEEE Second International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition (FG'96), Killington, USA. October 14-16 1996 .

6. Vyatkin S.I. Conversion of polygonal models in functional objects basedness / / International scientific and technical journal < measuring and computing equipment in industrial processes > , 2008, Khmelnitsky National University , Khmelnitsky , Ukraine, 2008, № 1 . Pp. 146-150 .

7. Vyatkin S.I. Modeling of complex surfaces using perturbation functions / / Optoelectronics , 2007, v. 43 , № 3 . C. 40-47 .

Рецензія/Peer review : 15.1.2014 р. Надрукована/Printed :6.2.2014 р.
Рецензент: д.т.н. Троцишин І.В.