

## ОБЕРНЕНА ЗАДАЧА ДИНАМІКИ ТУРБОНАСОСНОГО АГРЕГАТУ

*Продемонстрована практична ефективність постановки і розв'язку обернених задач динаміки у вирішенні проблеми зниження вібрацій ротора турбонасосного агрегату ТНА-150. Зокрема, поставлена обернена задача пошуку допустимих значень ексцентриситетів показала, що в існуючій технології балансування ротора на низькооборотних балансувальних верстатах задача не має розв'язку. Також в припущенні, що ротор ТНА деформується в роботі і його потрібно балансувати на робочих частотах і в трьох площинах корекції, досліджена його динаміка на робочих частотах і далі проведена параметрична ідентифікація ексцентриситетів, жорсткостей, мас, приведених до математичної моделі опису ротора. Показана ефективність застосування статистичних підходів до підвищення стійкості розв'язків обернених задач.*

*Знайдені значення і фазові кути розташування ексцентриситетів дозволили провести балансування на робочій частоті обертання в трьох площинах корекції, в результаті якої вібрації знизилися приблизно в 6 разів, амплітуди вібрацій опор - в 4 рази, статичні напруження в матеріалі вала - в 3,5 рази, а динамічні - в 3 рази.*

*Ключові слова: дисбаланс, турбонасосний агрегат, обернена задача, ідентифікація, зниження вібрацій, амплітудно-частотна характеристика.*

A.V. GOROSHKO

Khmelnitsky National University

## DECREASING OF THE TURBOPUMP UNIT AS INVERSE PROBLEMS OF DYNAMICS

*Demonstrated the practical effectiveness of the formulation and solution of inverse problems of dynamics in solution to reduce vibration turbopump rotor unit TNA - 150. In particular, posed and solved the inverse problem of finding admissible values of eccentricity. Solution showed that existing technology low-speed balancing rotor balancing machine problem has no solution. Also, the assumption that the rotor is deformed in the TNA and must balance the operating frequency and the three planes of correction, studied its dynamics operating frequency and then held parametric identification eccentricities, stiffness, mass, reduced to a mathematical model describing the rotor. The efficiency of statistical approaches to increase the stability of solutions of inverse problems.*

*Point values and phase angles of the eccentricities allowed to make balancing on the operating speed in three planes of correction, which resulted in vibration down about 6 times, the amplitude of vibration supports - 4 times the static stresses in the material of the shaft - 3.5 times, and dynamic - 3 times.*

*Keywords: imbalance, turbopump assembly, inverse problem, identification, reduction of vibration, frequency response.*

### Вступ

В ракетній, авіаційній, хімічній та інших галузях техніки широко використовуються турбонасосні агрегати (ТНА). ТНА містять швидкісні ротори, дисбаланс яких часто викликає підвищені вібрації при експлуатації цих агрегатів. Для досліджуваного ТНА-150, представленого на рис. 1, необхідно було розібратися в причинах підвищених вібрацій, знизити вібрації, деформації ротора, напруження і навантаження на його підшипники.

Проведені раніше спроби знизити вібрації ротора шляхом зниження допустимих значень залишкових дисбалансів при виконанні низькочастотної балансування в двох площинах корекції не давали позитивних результатів, збільшуючи при цьому складність і вартість технологічного процесу.

### Постановка задачі досліджень

Початковим завданням була постановка і розв'язок множинної оберненої задачі, яка б дала відповідь на питання, а чи можливо взагалі шляхом низькочастотної балансування знизити вібрації і реакції опор до необхідного рівня, а, якщо так, то якими мають бути значення залишкових дисбалансів (або ексцентриситетів) на дисках? Для цього потрібно було вибрати математичну модель, записати рівняння, що зв'язують ексцентриситети з реакціями опор, в умовах відсутності достовірних даних про жорсткість і критичні оберти ротора. Через те, що точні значення жорсткостей були невідомі, а їх розрахунок за даними креслень був би вельми проблематичним, а результати сумнівними, було вирішено провести статичні випробування ротора, і експериментально знайти статичні коефіцієнти впливу.

Лише за кресленнями таких складних конструкцій, як ТНА, розрахунковим шляхом не вдається визначити точне значення мас, жорсткостей, коефіцієнтів демпфування багатозв'язної системи, а підстановка неточних значень цих параметрів навіть у найрозгалуженіші математичні моделі призводить до великих помилок [1, 2]. Між тим у обернених задачах, як показано, наприклад, в роботах Л.Я. Банах, можна досягти більшої точності при складанні більш грубих моделей, в які підставлені точні, приведені до цих моделей значення вказаних вище основних параметрів.

Оскільки ротор ТНА - 150 складається з двох масивних дисків компресора і диска турбіни (рис. 1), в яких зосереджені основні маси і дисбаланси, для розрахунків була вибрана тримасова модель, наведена на рис. 2. Номери дисків моделі позначені цифрами 1, 2 і 3. При цьому до уваги бралися висловлені в [3] міркування про ефективність розрахункової моделі в залежності від точності підставлених у неї

жорсткісних, масових і інерційних параметрів ротора. Для цієї тримасової моделі і були проведені статичні випробування ротора ТНА.

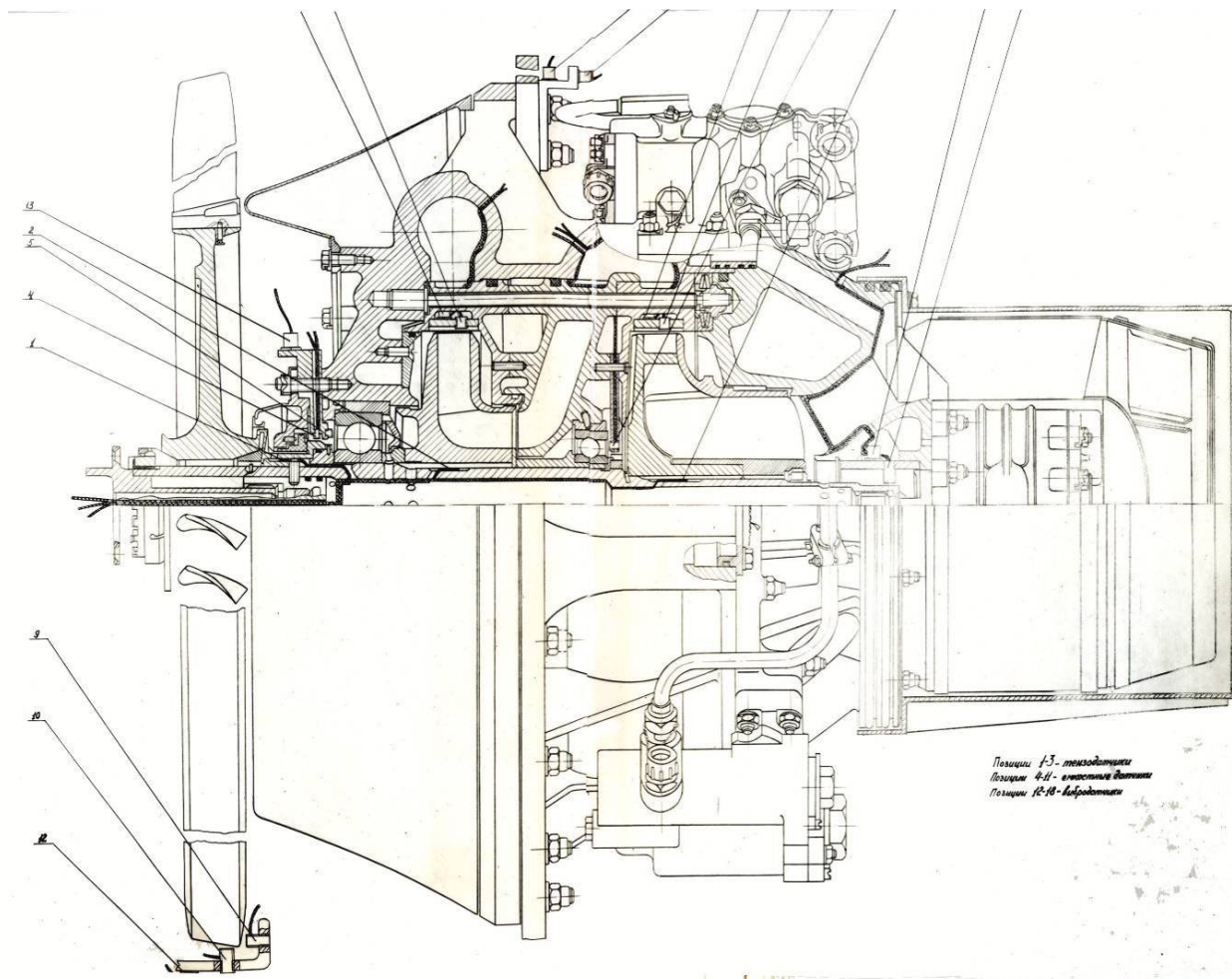


Рис. 1. Поздовжній переріз ТНА-150, препарованого для досліджень

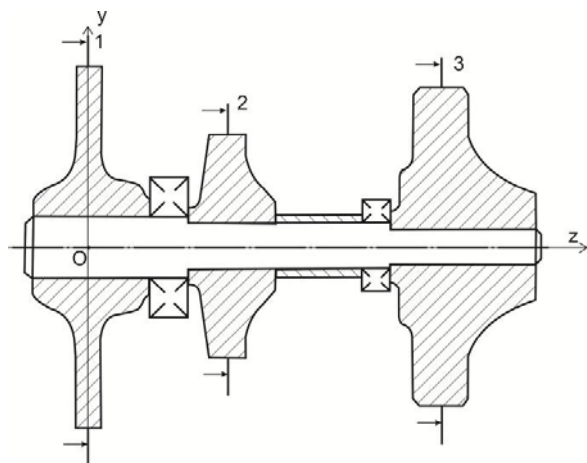


Рис. 2. Розрахункова модель ТНА-150

### Статичні випробування ротора ТНА

Для визначення статичних коефіцієнтів впливу (податливості) ротора ТНА-150 проводилися його статичні випробування. Коефіцієнти впливу, які дорівнюють величині прогину у і-му перерізі від дії одиничної сили у j-му перерізі,  $i, j = 1, 2, 3$ , визначали за методикою, викладеною в [4]. Отримані значення наведені в таблиці 1.

Побудована з коефіцієнтів впливу матриця податливостей виявилася несиметричною. Різниця між її компонентами  $\alpha_{ij}$  і  $\alpha_{ji}$  не перевищує 20%.

На основі отриманих статичних коефіцієнтів впливу шляхом розв'язку визначника вікового рівняння  $D$

$$D = \begin{vmatrix} m_1\alpha_{11}\omega^2 - 1 & m_2\alpha_{12}\omega^2 & m_3\alpha_{13}\omega^2 \\ m_1\alpha_{21}\omega^2 & m_2\alpha_{22}\omega^2 - 1 & m_3\alpha_{23}\omega^2 \\ m_1\alpha_{31}\omega^2 & m_2\alpha_{32}\omega^2 & m_3\alpha_{33}\omega^2 - 1 \end{vmatrix} = 0, \quad (1)$$

Таблиця 1  
Статичні коефіцієнти впливу  $\alpha_{ij}$  ротора ТНА-150

Номер перерізу	Коефіцієнти впливу, мм/Н		
	1	2	3
1	$22 \cdot 10^{-6}$	$-1,24 \cdot 10^{-6}$	$3,25 \cdot 10^{-6}$
2	$-1,6 \cdot 10^{-6}$	$2,2 \cdot 10^{-6}$	$-2,3 \cdot 10^{-6}$
3	$3,0 \cdot 10^{-6}$	$-2,32 \cdot 10^{-6}$	$21,5 \cdot 10^{-6}$

де  $m_1 = 4,05$  кг,  $m_2 = 2,74$  кг,  $m_3 = 11$  кг, уточнювали критичні частоти ротора на жорстких опорах:  $\omega_1 = 20,5 \cdot 10^2$  1/с,  $\omega_2 = 32,5 \cdot 10^2$  1/с, що відповідає  $n_1 = 19500$  об/хв.,  $n_2 = 31100$  об/хв.

**Постановка и розв’язок оберненої задачі оптимізації допустимих ексцентриситетів**

У відповідності з підходами до вирішення множинних обернених задач, описаними в роботі [5], допустимі значення ексцентриситетів крильчаток і диску визначали наступному наступним чином.

Нехай  $\Delta = \{\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n\}$  - вектор, координатами якого є добутки мас дисків і їх залишкових ексцентриситетів, тобто дисбаланси, де  $n$  - кількість дисків, а  $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$  - вектор значень прогинів ротора. Тоді справедливим є рівняння

$$Y = \omega^2 AY + \omega^2 A'\Delta,$$

де  $A'$  - матриця податливостей  $\alpha_{ij}$ , визначена експериментально, а  $A$  - матриця, складена із добутків  $\alpha_{ij}m_j$ , де  $m_j$  - маси дисків. Звідси  $Y = \omega^2 (E - \omega^2 A)^{-1} \cdot A'\Delta$ , де  $E$  - одинична матриця.

Вирази для реакцій опор ротора мають вигляд:

$$R_i = \sum_{j=1}^n b_{ij} (m_i y_i + \Delta_i) \omega_i^2, \quad i = 1, 2,$$

де  $b_{ij}$  - відомі величини, виражені через відстані від площин посадки дисків до площин відповідних опор. Допустимі значення ексцентриситетів крильчаток і дисків можна знайти, розв’язавши задачу векторної оптимізації, де критеріями оптимальності є  $\Delta_i \rightarrow \max, i=1,2,3$ , а обмеженнями згідно ТУ для реакцій опор служать нерівності  $|R_i| < 300 \text{ Н}, i=1, 2$ , значення ж прогинів обмежені величиною 0,1 мм. При побудові областей допустимих дисбалансів, що розширюються від базисної точки (коли номінальні значення дисбалансів  $\Delta_0 = \{0, 0, 0\}$ ) в тривимірному просторі, досить перевірити обмеження лише на частотах обертання, близьких до критичних (16000 об/хв.).

Розв’язок оберненої задачі показав, що значення допустимих залишкових ексцентриситетів в кожному перерізі має не перевищувати 0,0008 мм, тобто допустимий дисбаланс не повинен перевищувати 0,04 г·см, при звичайній точності балансувальних верстатів 5 г·см. Витримати такі значення ексцентриситетів при існуючому балансувальному обладнанні та технології балансування нереально, і до того ж можливе розбалансування при експлуатації. Фактично це означає, що в даній конструкції агрегату поставлена задача про низькочастотне балансування в двох площинах корекції не має розв’язків на практиці і слід шукати принципово інший шлях зниження віброактивності виробу, а саме - припустити, що ротор не можна вважати жорстким, а отже і не можна балансувати його на низьких обертах без урахування гнучкості ротора. Щоб перевірити це припущення, необхідно було провести динамічні випробування ротора, які значно складніше статичних, але набагато точніше і інформативніше їх.

**Динамічні випробування ротора ТНА**

Для проведення динамічних випробувань ротора ТНА була створена розгінна дослідницька установка, яка дозволила розігнати ротор до 18000 об / хв. Вал ТНА-150 був препарований тензорезисторами, датчиками переміщень і вібродатчиками згідно зі схемою препарування, представленою на рис. 3 і рис. 1.

Розгінна дослідницька установка складалася з електродвигуна потужністю 11,5 кВт, мультиплікатора з передавальним числом 1:12 і макетного ТНА-150, що представляв собою турбоагрегат, на ротор якого, замість штатних, встановлені макетні диски і крильчатки, зовнішній вигляд якого представлений на рис. 4. Для врахування ваги лопаток були збільшені діаметри макетних дисків. У дисках просвердлені отвори для кріплення коригувальних мас у вигляді болтів відповідної ваги.

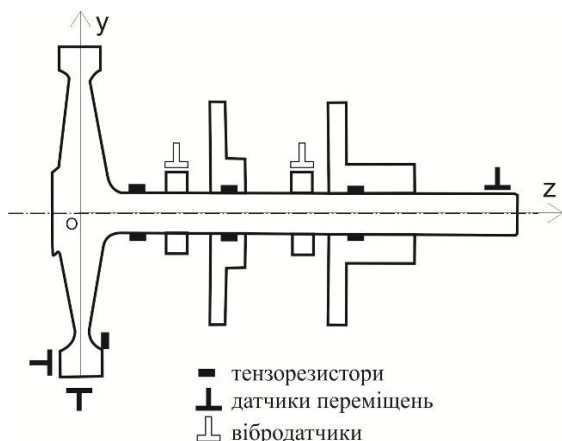


Рис. 3. Схема препарування ротора ТНА-150

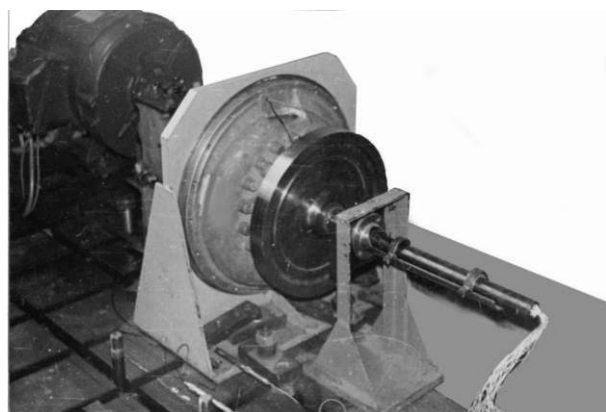


Рис. 4. Зовнішній вигляд макетного ТНА-150

Обертний момент від електродвигуна за допомогою втулочно-пальцевої муфти передавався мультиплікатору, швидкохідний вал якого з'єднувався з ротором ТНА шліцьовою муфтою. Вимірювання частоти обертання здійснювалось датчиком типу ДТЕ - 1, який з'єднувався з покажчиком числа обертів на хвилину.

Тензорезистори за допомогою ртутного струмоміра підключали до реєструючої апаратури. Вимірювання опору кожного з резисторів і сигнали від вібрдатчиків після підсилення реєстрували цифровим осцилографом. Для реєстрації частоти обертання використовували індуктивний датчик, встановлений на кронштейні у головки струмоміра.

Під час випробувань ротор розганяли до 18000 об/хв., потім живлення двигуна відключали і ротор вільно обертася до повної зупинки. Записи тензометрів і вібрдатчиків проводили у всьому діапазоні частот обертання, починаючи від 2000 об/хв. при розгоні, а на деяких режимах - при витримці постійної частоти і на вибігу.

Отримані експериментально значення прогинів дозволили поставити і розв'язати другу обернену задачу.

### Постановка і розв'язок оберненої задачі параметричної ідентифікації ексцентриситетів і пружно-інерційних характеристик ротора

Задача полягала у ідентифікації за результатами вимірювань у трьох перерізах прогинами ротора величини і місця розташування ексцентриситетів (дисбалансів) кожної з мас для подальшої установки компенсувальних вантажів, що врівноважили би їх.

Відомі інтегро-диференціальні залежності теорії згину дозволили описати рівняння руху ротора, в результаті чого для кожного з трьох перерізів ротора в проекціях на дві взаємно перпендикулярні площини були записані рівняння, які пов'язують невідомі розподіли жорсткостей  $EJ$ , мас  $m$  і ексцентриситетів  $e$  з прогинами у вала ротора [6].

$$\beta_0 K_{zz}''(Z, \omega_j) + 2\beta_1 K'(Z, \omega_j) + \beta_2 K(Z, \omega_j) - e_y \omega_j^2 = \omega_j^2 y, \quad (2)$$

де  $\beta_i = \beta_i(Z) = \frac{1}{m} \cdot \frac{d^{(i)} EJ}{dZ^i}$ ,  $i=0,1,2$ ,  $K(Z, \omega) = y'' / [1 + (y')^2]^{-3/2}$  – кривизна пружної лінії ротора,  $Z$  – координата перерізу ротора, що відрховується вздовж вісі обертання від т. О (рис. 3).

Використовуючи отримані значення проекцій прогинів валу ротора, виміряні на частотах обертання 14100, 15000, 15600, 16000 об/хв. і чотири перші похідні, складала по дві системи лінійних алгебраїчних рівнянь типу (2) для кожного із розрахункових перерізів 1,2,3, в яких ідентифікували ексцентриситети, жорсткості і маси. При цьому ще до розв'язку систем рівнянь (2) були розраховані числа обумовленості їх матриць, значення яких опинилися в межах 3,2-6,7. З цього випливає, що можлива похибка визначення невідомих могла скласти до 134 % при точності апаратури для вимірювання прогинів 15%. Для підвищення точності розрахунків був застосований статистичний метод забезпечення стійкості математичних моделей [7]. У даному випадку вимірювання прогинів були повторені не менше 50 раз і знайдені математичні сподівання значень і фаз цих прогинів. Ці середні значення і були підставлені в рівняння (2), що дозволило зменшити можливу похибку розв'язку більш ніж у 7 разів. Результати розв'язку:

- для перерізу 1:  $e_x = -5 \cdot 10^{-6}$  м;  $e_y = -5,84 \cdot 10^{-6}$  м;  $\beta_0 = 185,65 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ;  $\beta_1 = -270,37 \text{ м}^2/\text{с}^2$ ;
- для перерізу 2:  $e_x = -9 \cdot 10^{-6}$  м;  $e_y = 1,7 \cdot 10^{-6}$  м;  $\beta_0 = 710,65 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ;  $\beta_1 = -247,18 \text{ м}^2/\text{с}^2$ ;
- для перерізу 3:  $e_x = -6,2 \cdot 10^{-6}$  м;  $e_y = 30 \cdot 10^{-6}$  м;  $\beta_0 = 280,83 \text{ м}^3/\text{с}^2$ ;  $\beta_1 = -680 \text{ м}^2/\text{с}^2$ .

Ідентифіковані значеннями  $\beta_0$  і  $\beta_1$  дозволили більш точно, ніж при статичних випробуваннях визначити значення жорсткостей. Для цього у кожному з 3-х перерізів знайшли значення приведених мас  $m_i$  і жорсткостей  $EJ_i$ ,  $i=1,2,3$  вала ротора у відповідності з формулами:

$$m(Z) = M \cdot \exp\left(\int_0^Z \frac{\beta_1}{\beta_0} dZ\right), \quad EJ(Z) = m(Z) \cdot \beta_0(Z),$$

де  $M$  – маса ротора. Результати розв'язку:  $EJ_1 = 414,7 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$ ;  $m_1 = 0,22 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}$ ;  $EJ_2 = 1594 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$ ;  $m_2 = 0,2 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}$ ;  $EJ_3 = 23998 \text{ Н} \cdot \text{м}^2$ ;  $m_3 = 0,83 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}$ .

Далі за формулами  $D_i = M_i \sqrt{e_{xi}^2 + e_{yi}^2}$ ,  $\varphi_i = \arctg(e_{yi}^2 / e_{xi}^2)$   $i=1,2,3$  визначали величини дисбалансів ротора і кутів, що складаються ними з віссю ОХ обраної системи координат:  $D_1 = 23,7 \text{ г} \cdot \text{см}$ ,  $D_2 = 2,48 \text{ г} \cdot \text{см}$ ,  $D_3 = 30,6 \text{ г} \cdot \text{см}$ ,  $\varphi_1 = 95^\circ$ ,  $\varphi_2 = 170^\circ$ ,  $\varphi_3 = 102^\circ 3'$  і компенсували їх.

За ідентифікованими жорсткостями і масами був зроблений розрахунок критичних частот ротора. Для цього за відомими значеннями  $EJ$  для ділянок ротора за допомогою інтеграла Мора розраховали

значення коефіцієнтів впливу, а потім з виразу (1) знайшли  $\omega_1=1732$  1/с и  $\omega_2=2625$  1/с, що відповідає  $n_1=16500$  об/хв.,  $n_2=25080$  об/хв. Різниця між першою критичною частотою обертання, розрахованою за ідентифікованими масами і жорсткостями, і критичною частотою ротора, виміряною при роботі ТНА, становить 400 об/хв. тобто 2,49% від 16100 об/хв.

Для порівняння, різниця між дійсною критичною швидкістю ротора і отриманої в результаті розв'язку визначника вікового рівняння, складеного на основі статичних коефіцієнтів впливу, становить 3400 об/хв., тобто 21% від 16 100 об/хв.

**Результати дослідження динаміки ТНА після балансування на робочих частотах**

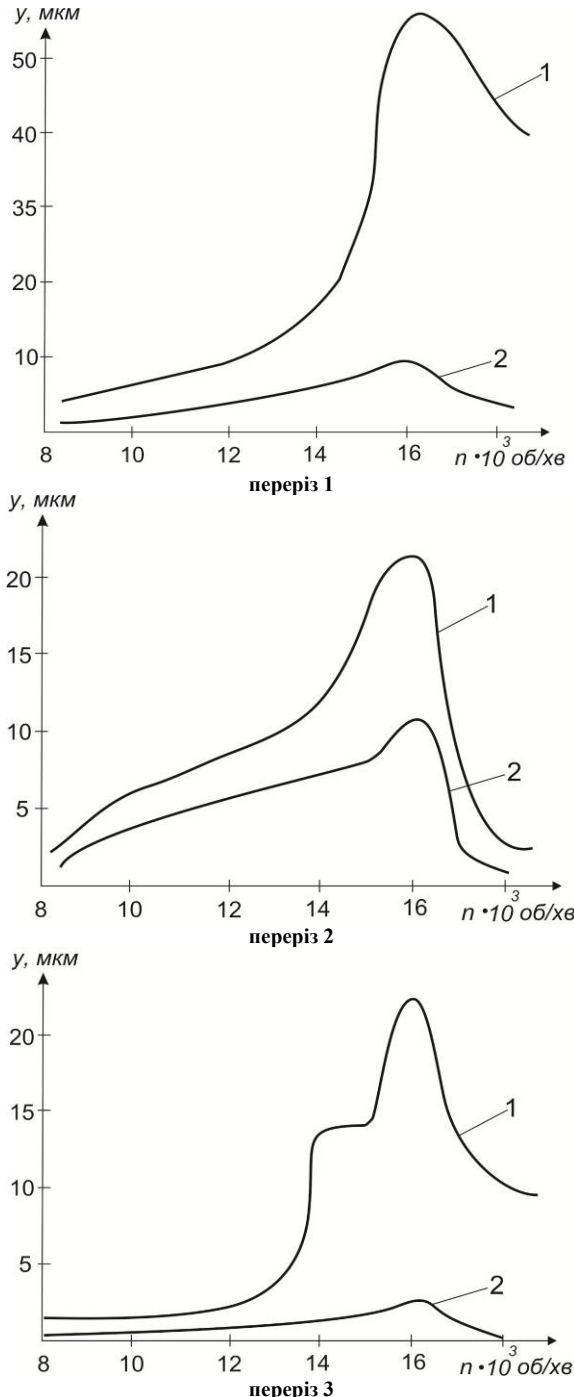


Рис. 5. Залежність прогинів вала ротора ТНА-150 від частоти обертання:  
1 – до балансування  
2 – після балансування

Після здійснення балансування ротора шляхом установки коригувальних мас у спеціальні місця на дисках проводився контрольний запуск на прохід від 0 до 18000 об/хв. з осцилографуванням показів тензорезисторів і вібродатчиків. Одержані залежності прогинів від частоти обертання в кожному з перерізів 1,2,3 до і після балансування ротора представлені на рис. 5.

Аналіз кривих показує, що у всіх перерізах до 8000 об/хв. статичні прогини вала ротора майже не проявляються. Починаючи з частоти обертання близько 8100 об/хв., помітне зростання цих прогинів. Вони досягають свого максимального значення на частоті обертання близько 16100 об/хв., потім - зменшуються.

Вібраційні характеристики досліджуваного ТНА до і після балансування, побудовані за показаннями перетворювачів на опорах приводу (а) і турбіни (б), представлені на рис. 6. Тут  $A$  - амплітуда коливань, а  $2A$  - розмах. Як показують графіки, характер коливань опор різний: в районі 6800 об/хв. проявляється резонанс на опорі турбіни, а в районі 11700 – на опорі біля приводу.

Рух ротора агрегату в системі своїх опор і приєднаних мас в діапазоні 2000-18000 об/хв. володіє наступними особливостями.

Перше підвищення коливань опор спостерігається поблизу 6300 об/хв. При цьому їх коливання майже синфазне до резонансу. У переміщенні ротора основну частину займає його переміщення разом з опорами і при цьому прогин вала ротора практично відсутній.

При подальшому збільшенні частоти обертання до 13700 об/хв. знову спостерігаються інтенсивні коливання обох опор, причому в цьому випадку вони коливаються в протифазі, а прогин вала ротора ще не досяг свого максимального значення.

Останній резонанс знаходиться в районі 16100 об/хв. Тут спостерігаються максимальні прогини вала ротора, хоча вібрації опор знизилися. Рух опор синфазний. На зазначеній частоті і знаходиться, власне, критична частота обертання ротора.

Результати аналізу отриманих тензо- і віброграм показали, що в місцях резонансів мають місце і максимуми напружень.

При частоті обертання більше 4000-5000 об/хв. тензодатчики фіксують напруження на валу не тільки з частотою першої роторної гармоніки, але і з частотою другої, що може бути викликано, наприклад, м'ягтниковими коливаннями цапфи вала в підшипнику, зворотного прещесією, приводом і т.д.

Обчислення показали, що максимальні статичні і динамічні напруження отримані при запуску і роботі ТНА-150 до проведеного балансування і склали  $\sigma_{cm}=64$  МПа на 16100 об/хв., після балансування -  $\sigma_{cm}=17,6$  МПа на 15300 об/хв.

Динамічні напруження до балансування по першій роторній гармоніці склали  $\sigma_{дин} = \pm 26,8$  МПа на 10800 об/хв., по другій -  $\sigma_{дин} = \pm 34,8$  МПа на 15100 об/хв. Після балансування максимальні напруження склали по першій роторній гармоніці  $\sigma_{дин} = \pm 14,8$  МПа на 16200 об/хв., по другій -  $\sigma_{дин} = \pm 10,8$  МПа на 14700 об/хв.

В результаті зрівноваження максимальні прогини вала ротора в діапазоні 2000-18000 об/хв. знижені приблизно в 6 разів, амплітуди вібрацій опор - в 4 рази, статичні напруження в матеріалі вала - в 3,5 рази, а динамічні - в 3 рази.

#### Висновки.

З метою зниження віброактивності ротора ТНА, поставлені і розв'язані наступні обернені задачі.

Задача пошуку допустимих значень ексцентриситетів для забезпечення обумовленого в ТУ значення реакцій опор в 300 Н для наступного балансування на низькооборотних балансувальних верстатах. Розв'язок показав, що для цього ексцентриситети основних мас ротора повинні не перевищувати 0,0008 мм, що не може бути реалізованим на практиці, тобто в існуючій технології задача не має розв'язку.

Задача параметричної ідентифікації ексцентриситетів, жорсткостей, мас, приведених до математичної моделі опису ротора в припущенні, що ротор ТНА деформується в роботі, і його потрібно балансувати на робочих частотах і в трьох площинах корекції. Для збільшення точності ідентифікації і забезпечення стійкості розв'язків був застосований статистичний метод підвищення стійкості рішень обернених задач.

Ідентифікована амплітудно-частотна характеристика ТНА. Досліджено динаміку ТНА. Знайдені значення і фазові кути розташування ексцентриситетів дозволили провести балансування на робочій частоті обертання в трьох площинах корекції, в результаті якої вібрації знизилася приблизно в 6 разів, амплітуди вібрацій опор - в 4 рази, статичні напруження в матеріалі вала - в 3,5 рази, а динамічні - в 3 рази.

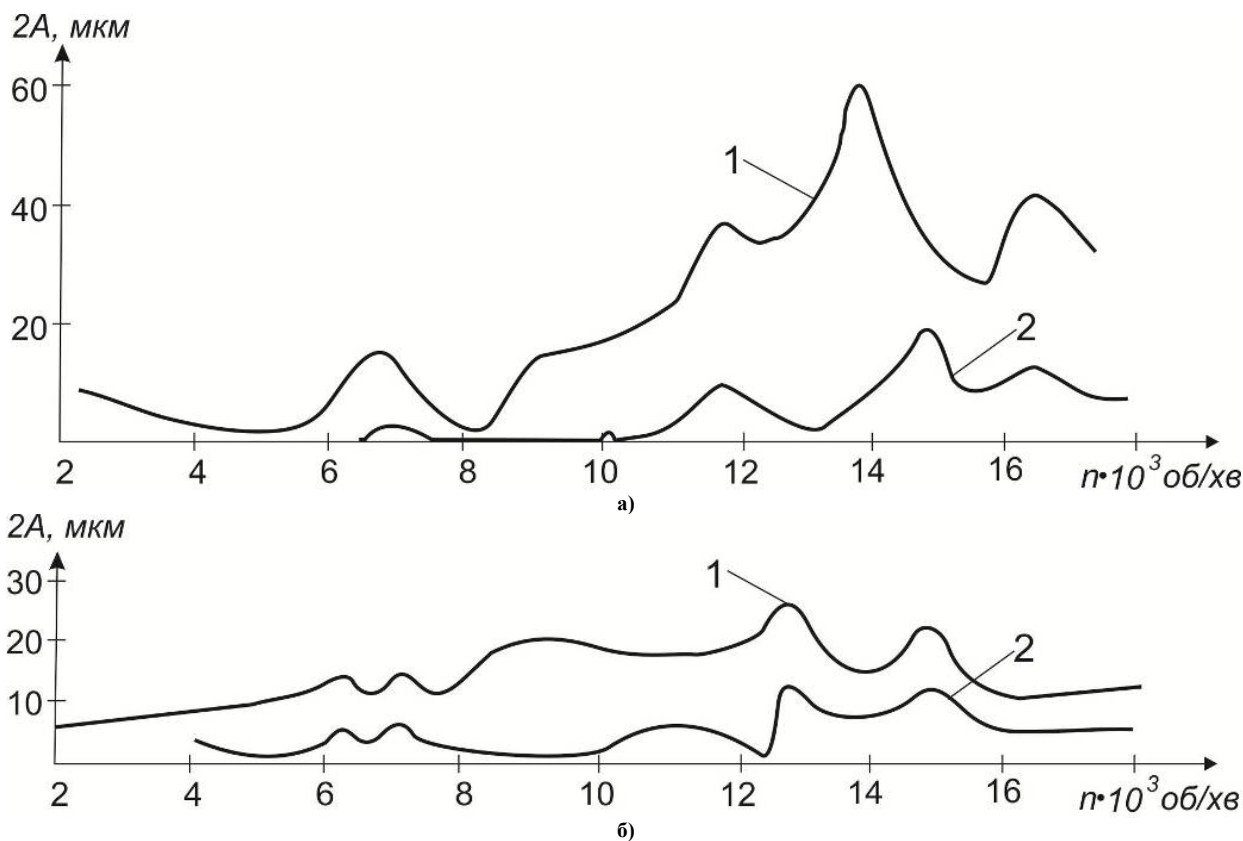


Рис. 6. Вібраційні характеристики ТНА-150:

1 – до балансування  
2 – після балансування

#### Література

1. Гуров А.Ф. Совместные колебания в газотурбинных двигателях. М.: Оборонгиз, 1962 г. - 142 с.
2. Гольдин А.С. Балансировка многоопорных валопроводов в условиях электростанций // Теория и практика уравнивания машин и приборов / Под ред. В.А. Щепетильникова. М.: Машиностроение, 1970. - С.177-184.
3. Горошко А.В. Стан проблеми забезпечення якісного проектування структурно-складних технічних виробів та технологічних процесів їх виготовлення / А.В. Горошко, В.П. Ройзман // Вісник Хмельницького національного університету. -2012. №5. -С. 59-68.

4. Исаев Р.И., Ройзман В.П. Экспериментальное исследование жесткости роторов компрессоров двигателя АИ-20. Техническая справка №5186. ЦИАМ, 1961. Д.с.п.
5. V. Royzman, A. Goroshko. Multiple inverse problem. - Journal Of Vibroengineering. September 2012. Volume 14, ISSUE 3. ISSN 1392-8716. С 1417-1424
6. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. - 10-е издание, перераб. и доп. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 1999. - 592 с.
7. Горошко А.В. Шляхи підвищення точності розв'язків зворотних задач / А.В. Горошко, В.П. Ройзман // Вісник Хмельницького національного університету. -2013. №6. -С. 60-69

#### References

1. Gurov AF Joint fluctuations in gas turbine engines. M. Oborongiz, 1962 – 142 p.
2. Goldin AS Balancing multisupporting shafting under power // Theory and practice of balancing machines and devices / Ed. VA Schepetilnikova. M.: Engineering, 1970. - P.177-184.
3. Goroshko Andrii. State the problem of providing high quality structural design of complex engineering products and processes for their manufacture / A.V. Goroshko, V.P. Royzman // Journal of Khmelnytsky National University. -2012. Number 5. -С. 59-68.
4. Isaev R.I., Royzman V.P. Experimental investigation of the stiffness of the compressor rotor engine AI-20. Technical reference number 5186. CIAM, 1961. D.s.p.
5. V. Royzman, A. Goroshko. Multiple inverse problem. - Journal Of Vibroengineering. September 2012. Volume 14, ISSUE 3. ISSN 1392-8716. P. 1417-1424
6. Feodosyev VI Strength of materials: Textbook. for universities. - 10th edition, revised. and add. - Moscow: Publishing House of the MSTU. Bauman, 1999. - 592 p.
7. Goroshko Andrii. Ways to improve the accuracy of solutions of inverse problems / A.V. Goroshko, V.P. Royzman // Journal of Khmelnytsky National University. -2013. Number 6. - P. 60-69

Рецензія/Peer review : 1.4.2014 p. Надрукована/Printed :16.5.2014 p.