

УДК 539.3:539.4

**В.Ю. Грицюк**, канд. техн. наук

Чернігівський державний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

**РУХ ТІЛА ПО БАЛЦІ З УРАХУВАННЯМ ДЕФЕКТІВ ПОВЕРХНІ БАЛКИ****В.Е. Грицюк**, канд. техн. наук

Черниговский государственный технологический университет, г. Чернигов, Украина

**ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПО БАЛКЕ С УЧЁТОМ ДЕФЕКТОВ ПОВЕРХНОСТИ БАЛКИ****V.Yu. Hrytsiuk**, PhD in Technical Sciences

Chernihiv State Technological University, Chernihiv, Ukraine

**BODY MOVEMENT ALONG A BEAM TAKING INTO ACCOUNT THE DEFECTS OF A BEAM'S SURFACE***Модель розрахунку руху тіла по балці вдосконалюється урахуванням вертикальних переміщень тіла, викликаних дефектами поверхні балки.***Ключові слова:** балка, тіло, рух, дефекти поверхні.*Модель расчёта движения тела по балке усовершенствуется учётом вертикальных перемещений тела, вызванных дефектами поверхности балки.***Ключевые слова:** балка, тело, движение, дефекты поверхности.*The model of calculation of body movement along a beam is improved taking into account body's vertical moving body, caused by the defects beam's surface.***Key words:** beam, body, moving, defects of surface.

**Постановка проблеми, аналіз останніх досліджень і публікацій, мета статті.** У [1] розглядався рух тіла по рейках козлового крана. Досліджувався вплив перепаду робочих поверхонь рейок у місці їх з'єднання. У цій роботі досліджується аналогічний вид дефекту поверхні балки, по якій рухається тіло.

**Математична модель.** Розглянемо рух тіла по шарнірно опертій балці (рис. 1).

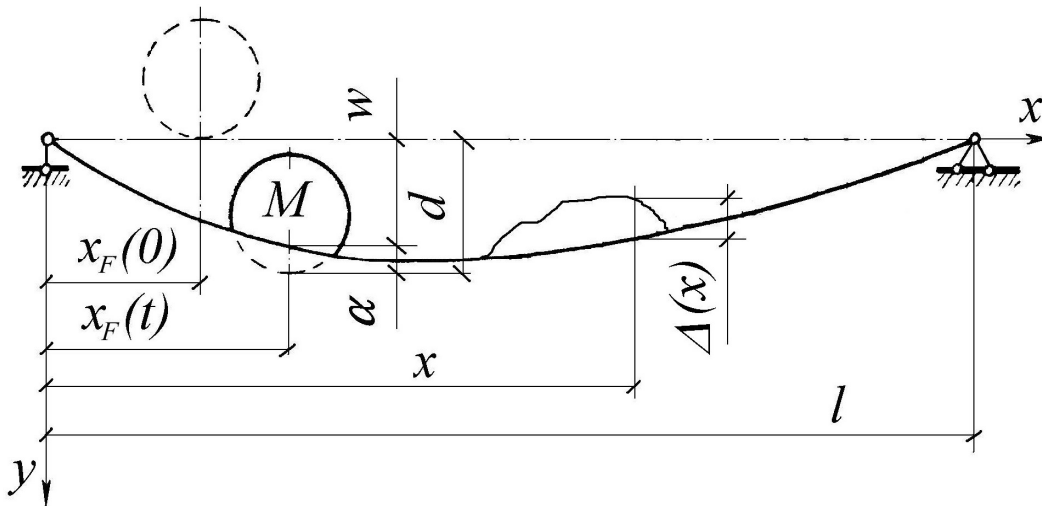


Рис. 1. Розрахункова схема

Силу контактної взаємодії  $F(t)$  тіла і балки можна знайти з рівняння

$$d(F) = \alpha(F) + w_F(x_F, F) + \Delta(x_F), \quad (1)$$

де  $d$  – вертикальні переміщення тіла;  $\alpha$  – вертикальні переміщення тіла у місці взаємодії тіла і балки, викликані контактними деформаціями;  $w_F$  – вертикальні переміщення балки у місці знаходження тіла;  $x_F$  – горизонтальна координата цього місця;  $\Delta(x_F)$  – вертикальні переміщення тіла, викликані дефектами шляху, по якому рухається тіло.

Дефекти шляху задаються функціонально або чисельно. Їх характер може бути різноманітним. Наприклад, це може бути прогин балки під дією власної ваги.

Рівняння (1) є узагальненням відомого рівняння поперечного удару тілом по балці, запропонованого С.П. Тимошенком [2]. Це рівняння (без урахування дефектів поверхні конструкції) було застосоване у [3].

Вертикальні переміщення тіла  $d$  можна визначити за допомогою формули

$$d(t) = d_0 + \dot{d}_0 t + g \frac{t^2}{2} - \frac{1}{M} \int_0^t F(t_1)(t-t_1) dt_1, \quad (2)$$

де  $d_0, \dot{d}_0$  – початкові вертикальні переміщення і швидкість тіла;  $g$  – прискорення земного тяжіння;  $M$  – маса тіла;  $t$  – час.

Якщо горизонтальна швидкість руху тіла  $V$  стала, то

$$x_F(t) = x(0) + vt, \quad (3)$$

де  $x(0)$  – початкова координата положення тіла на балці.

Переміщення  $\alpha$  можна визначити за допомогою статичної контактної задачі Герца.

Для врахування розсіяння енергії у матеріалі балки пружні характеристики її матеріалу запишемо у комплексній формі

$$E = E(1 \pm i\beta), \quad (4)$$

де  $E$  – модуль Юнга матеріалу балки;  $\beta$  – коефіцієнт розсіяння енергії у матеріалі балки;  $i$  – уявна одиниця.

Розкладаючи переміщення балки і навантаження у тригонометричні ряди, одержуємо вертикальні переміщення балки

$$w(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} X_j(x) \cdot T_j(t). \quad (5)$$

Для шарнірно опертої по кінцях балки довжиною  $l$  власні форми коливань балки

$$X_j(x) = \sin(\alpha_j x), \quad \alpha_j = \frac{j\pi}{l}. \quad (6)$$

Функції часу

$$T_j(t) = e^{-\mu_j t} \left[ T(0) \left( \frac{\mu_j}{\omega_j} \sin \omega_j t + \cos \omega_j t \right) + \frac{\dot{T}_j}{\omega_j} \sin \omega_j t \right] + \frac{1}{m \cdot \int_0^l X_j(x)^2 dx \cdot \omega_j^0} \int_0^t F(t) \sin \alpha_j x_F(t) \cdot e^{-\mu_j(t-t_1)} \cdot \sin \omega_j(t-t_1) dt_1, \quad (7)$$

$$\omega_j = \alpha_j^2 \sqrt{\frac{E \cdot I_z}{m}}, \quad \mu_j = \frac{\beta}{2} \omega_j = \frac{\psi}{4\pi} \omega_j, \quad (8)$$

де  $\omega_j$  – частоти власних коливань балки;  $m$  – маса одиниці довжини балки;  $I_z$  – осьовий момент інерції балки.

**Реалізація задачі.** Рівняння (1) дозволяє визначити силу  $F(t)$ . Це робиться чисельно на послідовних малих кроках часу  $\tau$ . Існують різні алгоритми чисельної реалізації [4]. У цій роботі застосовувалася ступінчаста апроксимація ядра інтеграла  $F(t) \sin \alpha_j x_F(t)$  у формулі (7).

Реалізація задачі виконувалася за допомогою математичного пакета MathCAD.

**Приклад розрахунку.** Були виконані розрахунки, які дозволяють проаналізувати вплив одного із видів дефекту робочої поверхні балки на поведінку системи.

Розглянемо рух сталевого тіла по сталевій балці. Довжина балки  $l$  дорівнює 100 см, ширина – 1,6 см, висота – 0,8 см. Маса тіла складає половину маси балки, радіус поверхні тіла дорівнює 1,0 см. Поверхня балки плоска, але по середині балки ( $x = 0,5l$ ) утворений перепад поверхні, який становить 0,01 статичного прогину балки

$$w_c = \frac{Mgl^3}{EI_z}. \quad (9)$$

Цей перепад може бути униз (випадок 1) і може бути догори (випадок 2).

Рух тіла починається з лівого кінця балки. Горизонтальна швидкість дорівнює

$$v = 0,5 \frac{l}{\pi} \omega_1, \quad (10)$$

де  $\omega_1$  – частота першої форми власних коливань балки.

Крок часу  $\tau$  вибирається такий, що тіло проходить балку за 1600 кроків.

Для опису коливань балки враховано 50 гармонік. Сила контактної взаємодії визначалася методом послідовних наближень з точністю до 1 %.

Переміщення і швидкості, спрямовані униз, вважалися додатними.

На рис. 2 наведені результати розрахунків (випадок 1 представлений на рис. 2, а–г, випадок 2 – на рис. 2, д–з). На цих рисунках літерами  $w$  і  $w_F$  позначені прогин середини балки і прогин балки під вантажем, літерами  $\sigma$  і  $\sigma_F$  позначені нормальні напруження у цих же місцях, які виникають у балці. На рис. 2, б і 2, е вертикальними переривчастими вертикальними лініями позначена мить сходження тіла з балки.

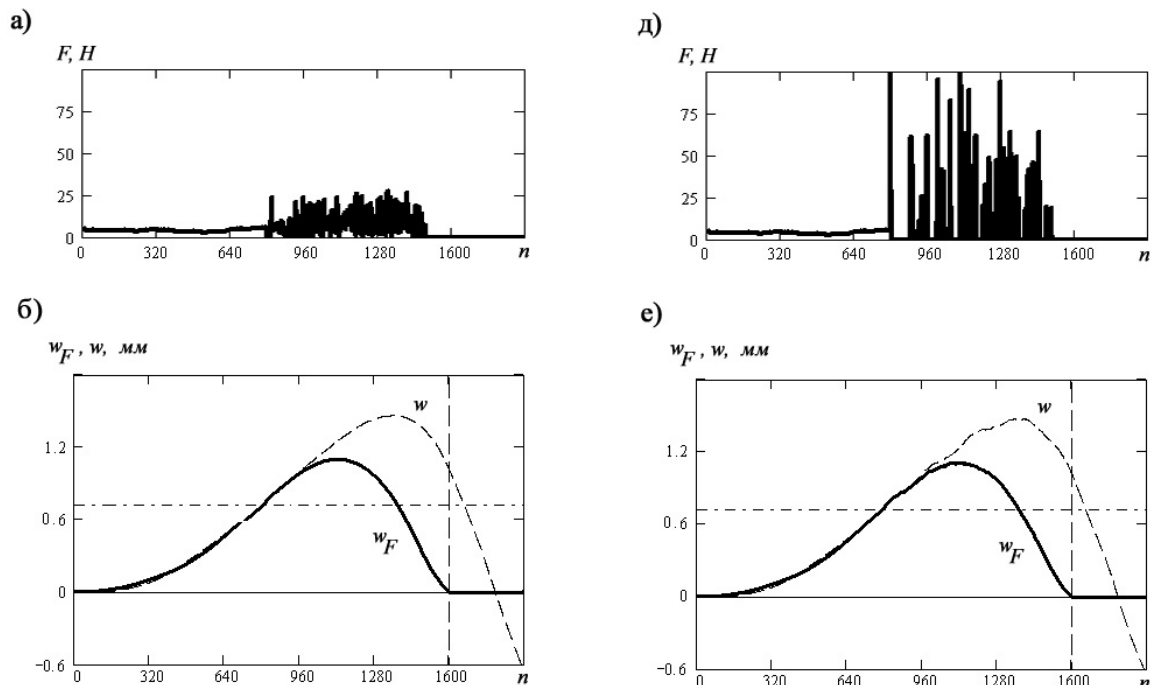


Рис. 2. Результати розрахунку

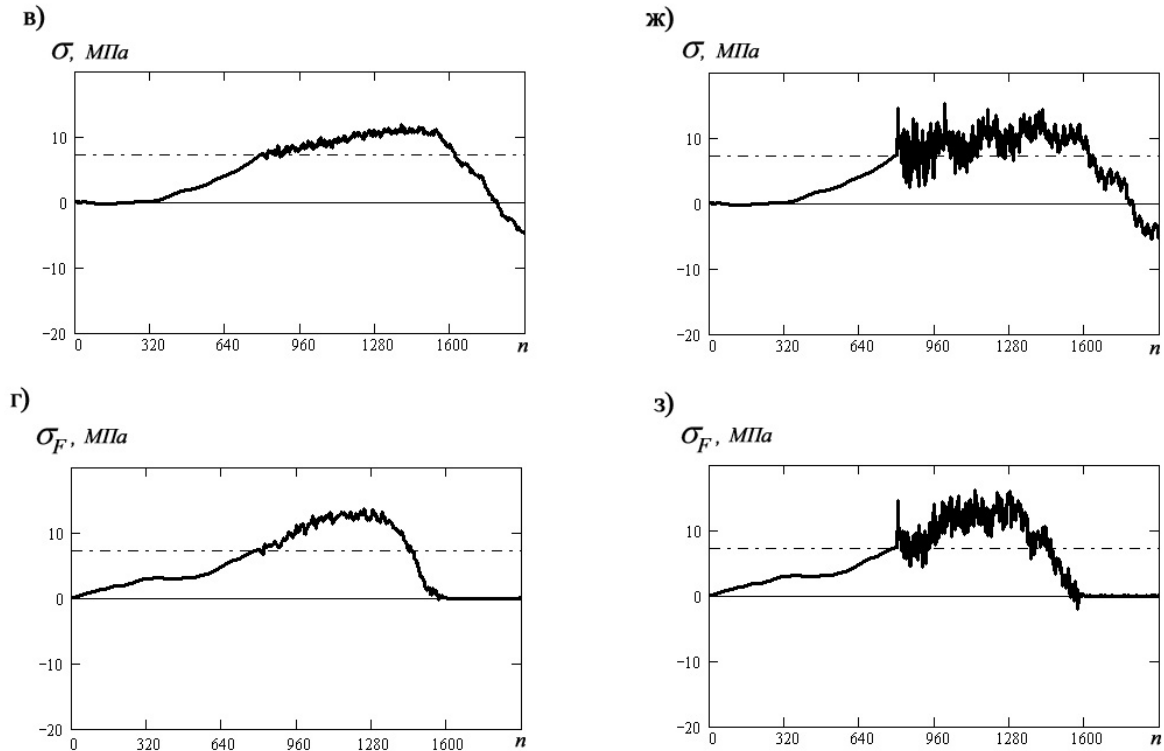


Рис. 2. Закінчення (див. також с. 34)

Інший вид дефекту поверхні балки представлений у [5].

**Висновки і пропозиції.** Динамічні ефекти проявляються активніше у випадку наїзду на виступ, ніж при з'їзду з виступу. Цей висновок може бути корисним в інженерній практиці.

#### Список використаних джерел

1. Грицюк В. Ю. Розрахунок стержневих систем на рухоме навантаження / В. Ю. Грицюк // Вісник Чернігівського держ. техн. ун-ту. – 2001. – № 13. – С. 32-34.
2. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко. – М. : Наука, 1967. – 444 с.
3. Филиппов А. П. Воздействие динамических нагрузок на элементы конструкций / А. П. Филиппов, С. С. Кохманюк, Ю. С. Воробьев ; под ред. А. П. Филиппова. – К. : Наукова думка, 1974. – 110 с.
4. Грицюк В. Ю. Алгоритм чисельного розрахунку малих коливань механічних систем / В. Ю. Грицюк // Вісник Чернігівського держ. техн. ун-ту. – 2001. – № 12. – С. 43-46.
5. Ольшанский В. П. Колебания стержней и пластин при механическом ударе / В. П. Ольшанский, Л. Н. Тищенко, С. В. Ольшанский. – Х. : Міськдруку, 2012. – 320 с.