

УДК 629.113

**ЄФИМЕНКО А.М., здобувач**  
**Національний транспортний університет**

## **ДО АПРОКСИМАЦІЇ СИЛИ ТА МОМЕНТУ ВІДВЕДЕННЯ ПРУЖНОГО КОЛЕСА**

*Отримано нову зручну форму апроксимації сил відведення та стабілізуючого моменту на базі відомої моделі взаємодії пружного колеса з опорною поверхнею Фіала. Проведено апроксимацію експериментально отриманих залежностей сил та моментів відведення як функцій кута відведення при різних значеннях вертикального навантаження на основі запропонованого підходу.*

**Ключові слова:** пружне колесо, сила відведення, момент відведення, модель Фіала.

### **Постановка проблеми**

Дослідження стійкості та керованості транспортних засобів нерозривно пов'язані з визначенням залежності бічного відведення автомобільного колеса. Сили відведення при малих кутах відведення є лінійними функціями останніх, коефіцієнт пропорційності є коефіцієнтом опору відведення. При кутах відведення більше  $10^\circ$  залежність безрозмірної сили відведення має характер функції насичення - прагне до гранично можливого значення коефіцієнта зчеплення колеса з опорною поверхнею в поперечному напрямі. Отримані в експериментальних дослідженнях характеристики бічного відведення вказують на суттєво нелінійну залежність як коефіцієнта опору бічного відведення, так і гранично можливої сили зчеплення від величини вертикального навантаження, що припадає на колесо. Визначення аналітичних залежностей, що враховують фактор вертикального навантаження, дозволить більш точно дослідити динамічні якості транспортного засобу при зміні вертикальних навантажень по осях, зокрема, уточнити значення критичної швидкості.

### **Аналіз останніх досліджень**

У роботі [1] наведено співставлення різних способів апроксимації сил відведення, у якості еталона була обрана магічна формула Пацейки, та розглянуто їх вплив на стійкість двоосного екіпажа в площині параметрів керування – повздовжньої швидкості руху та кута повороту керованих коліс. У роботах [2,3] проаналізовано підходи до апроксимації стабілізуючого моменту як функції кута відведення та аналізується вплив моменту відведення на характер фазових траєкторій в околі стаціонарного руху моделі екіпажу.

### **Мета статті**

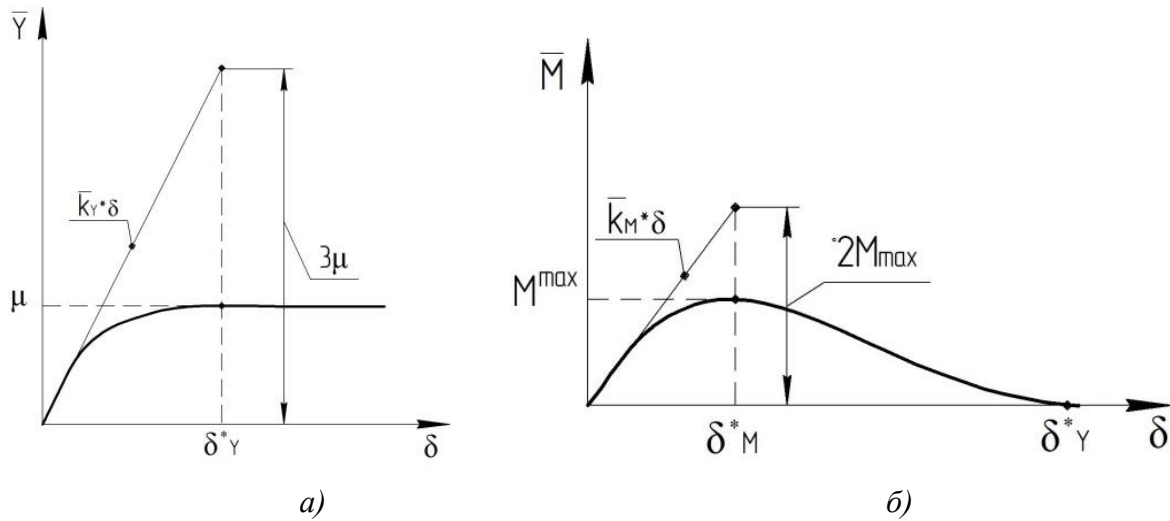
Отримати зручну форму апроксимації бічної сили та стабілізуючого моменту на базі відомої моделі взаємодії пружного колеса з опорною поверхнею Фіала та провести її верифікацію.

### **Основний розділ**

В дослідженні було використано нову (спрощену) модель взаємодії при коченні пружного колеса з відведенням, що базується на моделі Е. Фіала (використовуються залежності між характеристиками сил відведення та моменту відведення (стабілізаційного моменту)) [4].

В новій моделі взаємодії колеса з опорною поверхнею пропонується зберегти всі базові характеристики моделі Фіала, а саме:

- $\bar{k}_Y$  – визначає коефіцієнт опору відведенню та  $\bar{k}_M$  стабілізуючому моменту;
- максимальне значення бічної сили  $\bar{Y}_{\delta_{\max}}$  та стабілізуючого моменту  $\bar{M}_{\max}$  ;
- кут відведення, що відповідає максимальній бічній силі  $\delta_Y^*$  та стабілізуючому моменту  $\delta_M^*$ .



**Рис. 1. Залежності бічної сили(а) та стабілізуючого моменту (б) як функції кута відведення (за моделлю Фіала)**

В моделі Фіала базові характеристики сили та моменту відведення взаємопов'язані між собою співвідношеннями

$$\bar{k}_M = \frac{2}{3} R_2 \bar{k}_Y, \quad \delta_M^* = \frac{1}{4} \delta_Y^*, \quad \delta_Y^* = \frac{3\mu}{\bar{k}_Y}, \quad \bar{M}_{\max} = \frac{27}{128} R_2 \mu,$$

що дає можливість по залежності сили відведення відтворювати залежність моменту відведення ( $R_2$  – радіус поперечного перерізу тороїдальної шини).

Далі бічну силу запропоновано визначати в параметричній формі (1):

$$\begin{cases} \bar{Y} = \frac{A \cdot t}{(t^2 + 1)} \\ \delta = \frac{t}{B \sqrt{1 - \left(\frac{t}{C}\right)^2}} \Rightarrow t = \frac{B\delta}{\sqrt{1 + \left(\frac{B\delta}{C}\right)^2}} \end{cases} \quad (1)$$

від якої легко перейти до явної залежності сили відведення як функції кута відведення (вилучивши параметр  $t$ ).

Коефіцієнти  $A, B, C$ , що входять в співвідношення (1), визначаються через базові характеристики залежності бічної сили  $Y'|_{\delta=0}, \delta_Y^*, \bar{Y}_{\delta_{\max}}$  :

$$Y'|_{\delta=0} = \bar{k}_Y = AB; \quad \delta_Y^* = \frac{1}{B \sqrt{1 - \frac{1}{C^2}}}; \quad \bar{Y}_{\delta_{\max}} = \mu = \frac{1}{2} A; \quad (2)$$

Далі розглянемо запропоновану загальну залежність для стабілізуючого моменту

$$\bar{M}(\delta) = \frac{A_1 \delta}{(B_1 \delta^4 + C_1 \delta^2 + 1)} \quad (3)$$

Параметри  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ , що входять в залежність (3), визначаються через базові геометричні характеристики залежності стабілізуючого моменту ( $\bar{k}_M$ ,  $\bar{M}_{\max}$ ,  $\delta_M^*$ ):

$$A_1 = \bar{k}_M = \frac{2}{3} R_2 \bar{k}_Y; \quad B_1 = -\frac{1}{2} \frac{A \delta_M^* - 2 \bar{M}_{\max}}{\bar{M}_{\max} (\delta_M^*)^4}; \quad C_1 = \frac{1}{2} \frac{3A \cdot \delta_M^* - 4 \bar{M}_{\max}}{\bar{M}_{\max} (\delta_M^*)^2} \quad (4)$$

Для верифікації запропонованого методу апроксимації сили відведення та стабілізуючого моменту з урахуванням вертикальної реакції опорної поверхні, було використано результати експериментального дослідження (табл.1) автомобільного дослідного центру університету Мічиган [5,6].

Таблиця 1

### Числові значення сил бічного відведення

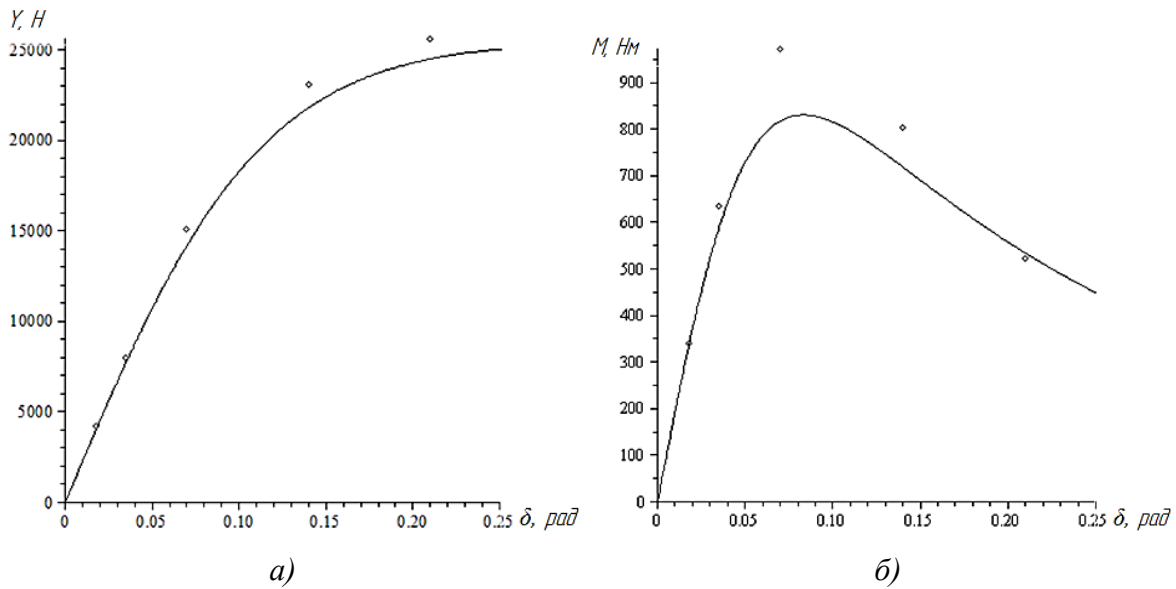
Кут відведення $\delta$ , °	Бічна сила відведення		
	Для навантаження $N_1=1925$ фунт с (8562,83 Н)	Для навантаження $N_2=6600$ фунт с. (29358,26 Н)	Для навантаження $N_3=9300$ фунт с. (41368,46 Н)
1	365,94	835,38	944,1
2	634,56	1611,09	1793,79
4	1070,82	2804,49	3398,76
8	1526,91	3938,22	5192,55
12	1804,53	4355,91	5759,01

В середовищі математичного пакету Maple було побудовано регресійні залежності між: коефіцієнтом опору відведення  $\bar{k}_Y$  та вертикальним навантаженням на колесо  $N$ ; максимальним значенням коефіцієнту зчеплення  $\bar{Y}_{\delta_{\max}}$  колеса з опорною поверхнею в поперечному напрямі та вертикальним навантаженням на колесо  $N$ .

Загальний вигляд залежностей  $\bar{k}_Y$  та  $\bar{Y}_{\delta_{\max}}$  як функцій вертикальної реакції  $N$

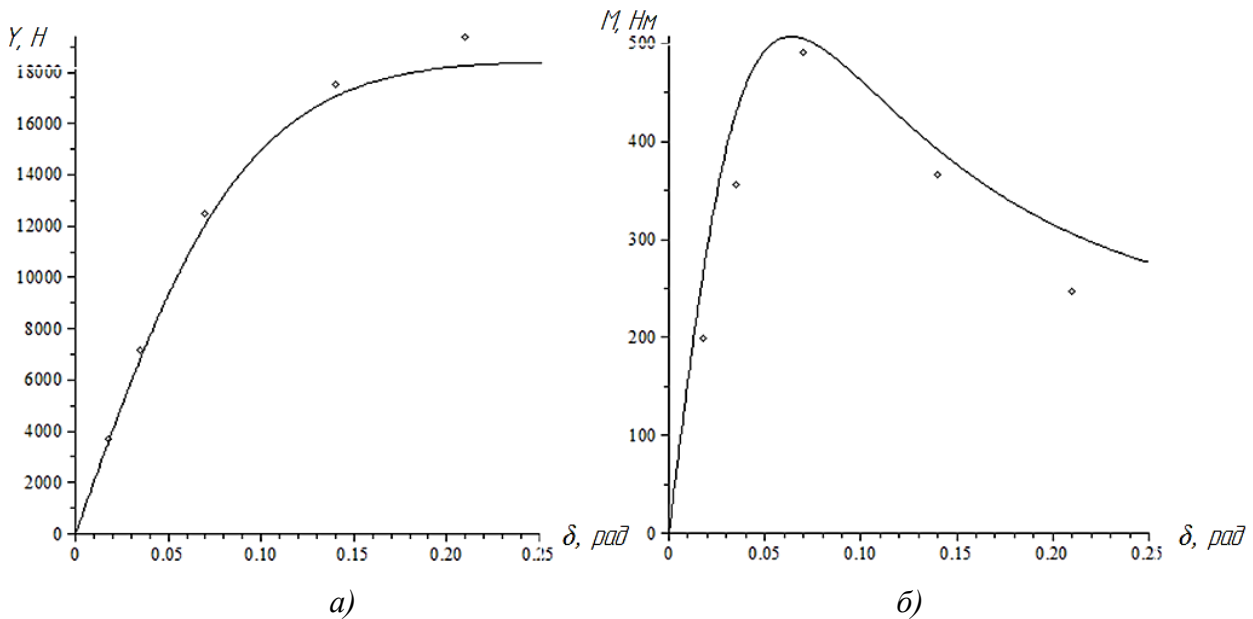
$$\begin{aligned} \bar{k}_Y &= (-1376.480828 + 10.632248 \cdot N - 0.122996 \cdot 10^{-3} \cdot N^2) / N; \\ \bar{Y}_{\delta_{\max}} &= 1 / (N \cdot 0.150987 \cdot 10^{-3} - 5.335878 \cdot 10^{-9} \cdot N^2 + 6.002676 \cdot 10^{-14} \cdot N^3) \end{aligned} \quad (5)$$

Використовуючи (5), на основі (1) та (3) побудовано графіки бічної сили як функції кута відведення при  $N=41366,4$  Н та моменту відведення як функції кута відведення для навантаження  $N=41989,12$  Н (рис. 2), які порівнюються з результатами експерименту.



**Рис. 2. Порівняння аналітичної залежності бічної сили з даними експерименту для навантаження  $N=41366.4$  Н (а) та аналітичної залежності моменту відведення для навантаження  $N= 41989.12$  Н (б)**

На рисунку 3 а, б наведено графік аналітичної залежності бічної сили (1) при  $N= 29356.8$  Н та графік моменту відведення (3) при  $N= 26554.56$  Н, які співставляються з результатами експерименту.



**Рис. 3. Порівняння аналітичної залежності бічної сили з даними експерименту для навантаження  $N=29356.8$  Н (а) та аналітичної залежності моменту відведення для навантаження  $N= 26554.56$  Н (б)**

З порівняльного аналізу результатів випливає, що максимальна похибка по бічній силі не перевищує 5% та реалізується при кутах відведення більше 10 градусів, а по стабілізуючому моменту не перевищує 18%, та носить локальний характер - в околі екстремуму.

### Висновки

Як видно з аналізу отриманих результатів, запропонована математична модель взаємодії пружного колеса з опорною поверхнею при коченні з відведенням достатньо точно описує як

бічну силу, так і момент відведення в досить широкому діапазоні вертикальних навантажень. Для реалізації цього підходу необхідно знання залежності коефіцієнта опору відведенню від вертикальної реакції опори та залежності коефіцієнта зчеплення шини з опорною поверхнею в поперечному напрямі від вертикальної реакції.

### Список літератури

1. Костенко А.В. Побудова біфуркаційної множини із використанням параметричних функцій / А.В. Костенко, В.Г. Вербицький // Вісник Донецької академії автомобільного транспорту. – 2011. – № 3. – С. 70 – 75.
2. Сахно В.П. Вплив стабілізуючого моменту шин на курсову стійкість руху автомобіля / В.П. Сахно, В.Г. Вербицький, А.В. Костенко, Н.Л. Белевцова, А.М. Єфименко // Вісник Національного транспортного університету. – 2010. – Вип. 21 : Ч. 1. – С. 180 - 183.
3. Єфименко А.М. Аналіз методів апроксимації моментної гіпотези відведення / А.М. Єфименко, А.В. Костенко // Вісник східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. – 2011. - №122. - С. 107-110
4. Вербицький В. Г. До визначення нової математичної форми моделі Фіала пружного колеса / В. Г. Вербицький, А. М. Єфименко, Р. А. Кулієв, Ю.М. Стрільник // Вісник СевНТУ: зб. наук. пр.. Вип. 134/2012. Серія: Машиноприладобудування та транспорт. – Севастополь, 2012. - С. 127 – 130.
5. Technical Pages [Electronic resource]: ArcSim software. Available at: <http://www.umtri.umich.edu/>
6. Вербицький В.Г. Автомобіли. Устойчивость: Монографія / В.Г. Вербицький, В.П. Сахно, А.П. Кравченко, А.В. Костенко, А.Э. Даниленко. – Луганск: Изд-во «Ноулідж», 2013. – 176 с.: ил.

### Єфименко А.Н. К апроксимации силы и момента увода упругого колеса.

*Аннотация.* Получена новая удобная форма апроксимации сил увода и стабилизирующего момента на базе известной модели взаимодействия упругого колеса с опорной поверхностью Фіала. Проведена апроксимация экспериментально полученных зависимостей сил и моментов увода как функций угла увода при различных значениях вертикальной нагрузки на основе предложенного подхода.

*Ключевые слова:* упругое колесо, сила увода, стабилизирующий момент, модель Фіала.

### Yefimenko A.N. To the approximation of the force and moment slip elastic wheels.

*Abstract.* The new convenient form of approximation of the force of drift and stabilizing moment based on a known model of interaction of the elastic wheel with the supporting surface of Fiala is received. An approximation of the experimentally obtained dependencies of forces and moments slip as functions of slip angle for different values of the vertical load on the basis of the proposed approach is conducted.

*Keywords:* elastic wheel, force of drift, stabilizing moment, the Fiala model.

Стаття надійшла до редакції 12.06.2015 р.