

8. Пат.70877 Україна. GO1N 3/56 Пристрій для дослідження поверхонь тертя в постійному рівномірному та нерівномірному магнітному полі / Свирид М.М., Кудрін А.П., Кравець І.А., Приймак Л.Б., Бородій В.М.; заявники і власники Національний авіаційний університет – № u2012 70877; заявл. 19.03.2012; опубл. 25.06.2012, Бюл. №14.
9. Свирид, М.Н. Трибологические параметры сталеі в обработанных магнитным полем смазывающих материалах / М. Н. Свирид, А. П. Кудрин, Л. Б. Приймак // Проблемы трибології. – 2012. – №1 – С. 22-24.
10. Ахматов, А. С. Молекулярная физика граничного трения [Текст]/ А. С. Ахматов. – М.: Физ. гиз., 1963. – 472 с.

Представлено метод розрахунку магнітних полів, створених двома концентричними протилежно спрямованими круговими струмами. Чисельним знаходженням векторних криволінійних інтегралів знайдено поле в ближній зоні у площині паралельній площині витків. Наведено результати чисельних розрахунків розподілу поля вздовж прямої, розміщеної в цій площині

Ключові слова: круговий струм, магнітна індукція, поле кругового струму, векторний криволінійний інтеграл

Представлен метод расчета магнитных полей, создаваемых двумя концентрическими противоположно направленными кольцевыми токами, расположенными в одной плоскости. Численным нахождением векторных криволинейных интегралов найдено поле в ближней зоне в плоскости, параллельной плоскости витков. Приводятся результаты численных расчетов распределения поля вдоль прямой, расположенной в этой плоскости

Ключевые слова: круговой ток, магнитная индукция, поле кругового тока, векторный криволинейный интеграл

УДК 621.317.4

РАСЧЕТ МАГНИТНОГО ПОЛЯ, СОЗДАВАЕМОГО ДВУМЯ КОНЦЕНТРИЧЕСКИМИ КРУГОВЫМИ ТОКАМИ

Л. Б. Лерман

Кандидат технических наук*

E-mail: llerman@yandex.ua

Н. Г. Шкода

Кандидат физико-математических наук*

E-mail: n_shkoda@ukr.net

С. В. Шостак

Кандидат физико-математических наук

Национальный университет биоресурсов и

природопользования Украины

ул. Героев Оборона, 15, г. Киев, Украина, 03141

E-mail: shostakserg@ukr.net

*Институт химии поверхности им. А.А. Чуйко НАН Украины
ул. Генерала Наумова, 17, г. Киев, Украина, 03164

1. Введение

Определение характеристик магнитного поля, создаваемого системой двух круговых концентрических токов, является актуальной задачей в связи с тем, что при разных направлениях движения тока в витках вдоль оси симметрии возникает локальная концентрация поля. Эти вопросы остаются недостаточно исследованными, в связи с чем возникает необходимость получения новых, достоверных количественных результатов. Не останавливаясь подробно на библиографическом обзоре, отметим, что основные расчетные формулы приведены в монографиях [1 – 2], а некоторые дополнительные аспекты нахождения магнитных полей сложных источников рассмотрены в [3 – 8].

В настоящей работе приводятся основные расчетные формулы, а также результаты численного расчета распределения магнитных полей, создаваемых такой системой. Эти результаты могут быть использованы

для удержания магнитных носителей лекарственных препаратов при магнитотерапии [9].

2. Постановка задачи

Рассматриваются два круговых витка различного радиуса с общим центром, расположенные в одной плоскости. Требуется определить магнитное поле, создаваемое витками, в плоскости, параллельной плоскости витков и проходящей через ось симметрии системы. При этом дополнительно предполагается, что поле в центре витков равно нулю, а расстояние до плоскости сравнимо с размерами витков, т.е. поле рассчитывается в ближней зоне.

Свяжем с витками декартовую прямоугольную систему координат x, y, z , поместив оси x, y в плоскости витков, и направив ось z перпендикулярно этой плоскости. Начало координат O поместим в центре концентрических окружностей. Также обозначим цен-

тральный угол, определяющий положение точки на окружностях через θ . Введем обозначения: a_1, a_2 – радиусы витков, J_1, J_2 – токи, протекающие в витках, а также обозначим расстояние до плоскости α , в которой требуется определить поле через расстояние d .

Очевидно, в силу осевой симметрии, поля вдоль всех прямых, расположенных в плоскости α , будут идентичными, поэтому достаточно определить поле вдоль какой-нибудь прямой l в этой плоскости, проходящей через ось z . Поэтому удобно считать, что эта прямая l параллельна оси Ox .

Из условия, что суммарное поле в точке O должно обращаться в нуль, следует, что токи и радиусы витков должны быть связаны между собой. Поле, создаваемое круговым током в центре, определяется по известной формуле [1, 2]

$$B = \frac{\mu_0 \mu J}{2 a}, \quad (1)$$

где B – магнитная индукция, μ_0 – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость (для вакуума $\mu = 1$), J – сила тока в витке, a – радиус витка.

Для того, чтобы поле в точке O было равно нулю, из формулы (1) следует, что токи в витках должны иметь разное направление, а по величине связаны зависимостью:

$$J_2 = J_1 \frac{a_1}{a_2}. \quad (2)$$

В дальнейшем предполагаем, что зависимость (2) выполняется.

3. Расчет поля в ближней зоне кругового тока

Имеющиеся в справочной литературе конечные формулы позволяют определить поле на оси Oz кругового тока, а также в дальней зоне с помощью дипольного приближения. В ближней зоне эти соотношения могут привести к значительным погрешностям, поэтому возникает необходимость применения более точных соотношений.

Основной расчетной формулой для определения магнитной индукции поля, создаваемой плоским замкнутым контуром в произвольной точке пространства, является формула закона Био-Савара-Лапласа [1, 2].

Элемент проводника $d\vec{l}$ в некоторой точке пространства создает поле, которое в вакууме может быть вычислено по формуле:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 J}{4\pi r^3} [d\vec{l} \times \vec{r}], \quad (3)$$

где \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от середины элемента проводника к точке, в которой определяется магнитное поле, $d\vec{l}$ – это вектор, равный по модулю длине элемента дуги dl и направленный вдоль направляющего вектора касательной в рассматриваемой точке на сторону движения тока.

В силу принципа суперпозиции магнитных полей суммарное поле, создаваемое произвольным замкну-

тым контуром, определится криволинейным векторным интегралом:

$$\vec{B} = \frac{J\mu_0}{4\pi} \oint \frac{1}{r^3} [d\vec{l} \times \vec{r}]. \quad (4)$$

Таким образом, в данном случае задача сводится к вычислению криволинейных интегралов (4) по контурам круговых витков и сложению найденных векторов.

Пусть $P(\xi, \eta, \zeta)$ – некоторая точка пространства, а $M(x, y, 0)$ – некоторая точка контура. Так как точка M принадлежит окружности, то $x = a \cos \theta$, $y = a \sin \theta$. Тогда радиус-вектор записывается в виде:

$$\vec{r} = \{\xi - a \cos \theta, \eta - a \sin \theta, \zeta\}. \quad (5)$$

Для рассматриваемой прямой $\xi = x, \eta = 0, \zeta = d$. Векторный элемент контура:

$$d\vec{l} = \{-\sin \theta, \cos \theta, 0\} a d\theta. \quad (6)$$

Модули этих векторов соответственно равны:

$$r = \sqrt{(\xi - a \cos \theta)^2 + (\eta - a \sin \theta)^2 + \zeta^2}, \quad dl = a d\theta. \quad (7)$$

Нахождение векторного криволинейного интеграла (4) после записи векторного произведения в явном виде сводится к вычислению трех скалярных криволинейных интегралов по длине окружности. Окончательно поле витка представляется в виде:

$$\vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k}, \quad (8)$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты декартовой системы координат, а проекции вектора индукции определяются интегралами:

$$B_x = \frac{J\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a\zeta \cos \theta}{r^3} d\theta, \quad B_y = \frac{J\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a\zeta \sin \theta}{r^3} d\theta, \quad (9)$$

$$B_z = \frac{J\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a^2 - a(\xi \cos \theta + \eta \sin \theta)}{r^3} d\theta,$$

где модуль вектора r в знаменателях определяется формулой (7).

Амплитуда вектора индукции и его направление, задаваемое направляющими косинусами, вычисляются по формулам:

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2}, \quad (10)$$

$$\cos \alpha = \frac{B_x}{B}, \quad \cos \beta = \frac{B_y}{B}, \quad \cos \gamma = \frac{B_z}{B}. \quad (11)$$

Приведенные формулы позволяют полностью определить характеристики поля для каждого из витков, для чего в них следует принять соответствующие значения токов и радиусов. После этого суммарное

поле находится без всяких затруднений алгебраическим сложением найденных проекций и применением формул (10), (11) для определения амплитуды и направления суммарного поля.

4. Реализация вычислительного алгоритма и примеры расчетов

Таким образом, задача состоит в многократном вычислении интегралов, зависящих от параметров (координат точки, в которой вычисляется поле). Анализ выражений (9) показывает, что для рассматриваемой прямой линии (при $\eta=0$) первый и третий интеграл являются интегралами от четных функций, и интегрирование можно заменить интегрированием по половине промежутка, а результат удвоить. Второй интеграл представляет собой интеграл от нечетной функции и обращается в нуль. Это означает, что составляющая поля V_y равна нулю, а сам вектор \vec{V} будет лежать в плоскости xz .

Следует отметить, что из приведенных интегралов только часть может быть вычислена аналитически, поэтому для их нахождения следует применять численные методы. Кроме того, эти интегралы имеют особенности в точке $\xi = a \cos \theta, \eta = a \sin \theta, \zeta = 0$, т.е. являются несобственными. Поэтому для их нахождения была использована одна из модификаций метода Гаусса, реализованная в виде вычислительной программы непосредственно для несобственных интегралов с интегрируемыми особенностями, что позволило получать значение интегралов с наперед заданной точностью. Эта программа была разработана в США еще в семидесятых годах прошлого столетия для машин серии IBM [10] и очень хорошо зарекомендовала себя на практике. Авторами она адаптирована для использования на персональных компьютерах.

Приведем некоторые результаты расчетов, выполненных для конкретных значений параметров задачи. Результаты расчетов приведены на графиках. При этом поле будет симметрично относительно точки пересечения прямой l и оси Oz , поэтому на графиках приведены только половины соответствующих кривых. Отметим, что расчеты выполнены без учета постоянного множителя $J\mu_0/(4\pi)$, поэтому для получения фактических значений напряженности маг-

нитного поля (в системе СИ: $\frac{A}{i}$) эти значения нужно разделить на 4π .

Для оценки достоверности результатов можно использовать следующие соображения. В точке $x=0$ поле вычисляется по конечной формуле, а при больших x становятся справедливыми формулы для магнитного диполя. Сравнение приведенных числовых данных дает полное совпадение с результатами, которые получаются при использовании конечных формул. Уже при $x=100$ км, значение, полученное в результате работы программы, отличается от точного значения не более чем на 3%.

На рис. 1 приведены зависимости горизонтальной и вертикальной составляющей магнитного поля в зависимости от расстояния до оси симметрии витков вдоль рассматриваемой прямой. Аналогичные данные для амплитуды поля показаны на рис. 2.

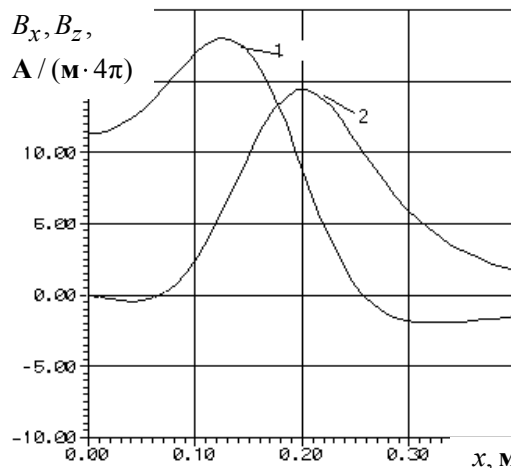


Рис. 1. Зависимость составляющих магнитного поля V_x и V_z от координаты x , изменяющейся вдоль прямой, параллельной плоскости витков: 1 – горизонтальная составляющая, 2 – вертикальная составляющая. При расчетах принято: $J_1=1A, a_1=20\text{см}, a_2=10\text{см}$, а расстояние к прямой $d=10\text{см}$

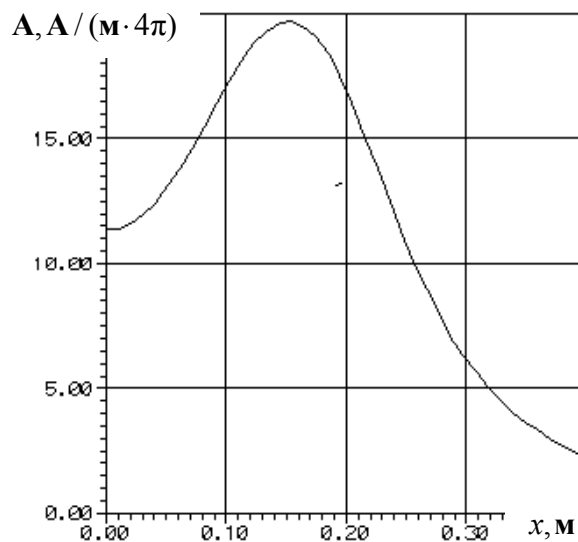


Рис. 2. Зависимость амплитуды магнитного поля A от координаты x , изменяющейся вдоль прямой, параллельной плоскости витков: 1 – горизонтальная составляющая, 2 – вертикальная составляющая. При расчетах принято: $J_1=1A, a_1=20\text{см}, a_2=10\text{см}$, а расстояние к прямой $d=10\text{см}$

Из представленных результатов следует, что вблизи оси симметрии основной вклад дает вертикальная составляющая, однако по мере удаления от оси, примерно на расстояние, равное 0,9 радиуса большего витка, обе составляющие поля становятся сравнимы по величине. Именно в этой зоне амплитуда поля достигает своего максимального значения на прямой l .

5. Выводы

Таким образом, разработанная методика позволяет полностью определить характеристики поля, создава-

емого системой круговых токов. Это дает возможность проведения анализа возникающих эффектов и выбора наиболее подходящих параметров задачи для достижения необходимых эффектов.

Литература

1. Ландау, Л. Д. Электродинамика сплошных сред: Теоретическая физика, т.8. [Текст] / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1982. – 624с.
2. Ахиезер, А. И. Общая физика. Электрические и магнитные явления [Текст] / А.И. Ахиезер. – Киев: Наук. Думка, 1981. – 468 с.
3. Гетьман, А. В. Аналитическое представление магнитного поля соленоида с помощью цилиндрических гармоник [Текст] / А. В. Гетьман, А. В. Константинов // Электротехника и Электромеханика. – 2010. – №5. – С. 43–45.
4. Гетьман, А. В. Цилиндрические гармоники скалярного потенциала магнитного поля токовой обмотки электромагнита [Текст] / А. В. Гетьман, А. В. Константинов // Вісник Національного технічного університету. – 2012. – XIII, №49. – С. 66–72.
5. Калантаров, П. Л., Цейтлин Л.А. Расчёт индуктивностей. [Текст] / П.Л. Калантаров, Л.А. Цейтлин. – М.: Энергия, 1970. – 180с.
6. Черкашин, Ю. С. Влияние паразитных параметров линий связи на выбор режимов электрической цепи. [Текст] / Ю.С. Черкашин. – М.: Электричество, 2005. – №5.
7. Электротехнический справочник [Текст] / Под ред. М.Г. Чиликина. - М.: Госэнергоиздат, 1952, стр.: 143, 599, 609.
8. Основы электротехники. Под ред. К.А. Круга и др. [Текст] / М.: Госэнергоиздат, 1952, стр. 258.
9. Вергун, Л. Ю. Нанокompозиты медико-биологического назначения на основе ультрадисперсного магнетита вычислений [Текст] / Л.Ю. Вергун, П.П. Горбик, Л. Г. Гречко и др. / В кн.: Физикохимия наноматериалов и субмолекулярных структур, 2007. – Т. 1. – С. 45–89.
10. Форсайт, Дж. Машинные методы математических вычислений [Текст] / Дж. Форсайт, М. Малькольм, К. Моулер. – М.: Мир, 1980. – 280 с.

У статті показано, що гравітація чорної діри не коло, а площина. Також показано, що при вибуху зірки з утворенням чорної діри вибух від сферичного вибуху буде переходити в конусний. У роботі описано рівняння гравітації, яке можна записати як:
 $F_{\text{гравітація}}(\rho_{\text{щільності ефіру}}) = [GMt] \times [1/(\rho_{\text{щільності ефіру}})^2] \times P(\alpha, \beta)$
Ключові слова: гравітація, ефір, чорна діра, вир, крентон, щільність ефіру

В статтє показано, что гравитация чёрной дыры не круг, а плоскость. Также показано, что при взрыве звезды с образованием чёрной дыры взрыв от сферического взрыва будет переходить в конусный. В работе описано уравнение гравитации, которое можно записать как: $F_{\text{гравитация}}(\rho_{\text{плотности эфира}}) = [GMt] \times [1/(\rho_{\text{плотности эфира}})^2] \times P(\alpha, \beta)$
Ключевые слова: гравитация, эфир, черная дыра, водоворот, крентон, плотность эфира

УДК 530.18 (УДК 530.10(075.4))

ЧЕРНЫЙ ПРЕДЕЛ. ЧАСТЬ 11

С. Н. Яловенко
 Кандидат технических наук
 Кафедра радиоприемников
 Харьковский национальный университет радиоэлектроники
 пр. Ленина, 14, г. Харьков,
 Украина, 61166

1. Введение

Плоский конусный взрыв при образовании чёрной дыры. Гравитация, как изменяющаяся плотность эфира

В предыдущих главах были получены расширенные формулы для гравитации [1 – 5]:

$$E_{\text{гравитации}}(r) \approx GM \times \frac{1}{r^2} \times P(\theta, \varphi), \tag{1}$$

$$E_{\text{гравитации}}(r) \approx GM \times \frac{1}{(\Delta r)^2 + r^2} \times P(\theta, \varphi), \tag{2}$$

$$E_{\text{гравитации}}(r) \approx G \times M \times \frac{1}{(\Delta r)^2 + (r + f_{\text{вращение}}(r))^2} \times P(\theta, \varphi). \tag{3}$$