

Література

1. Рыжов, Э. В. Технологические методы повышения износостойкости деталей машин [Текст] / Э. В. Рыжов. – Киев: Наук. Думка, 1984. – 272 с.
2. Кравцов, Н. В. Технологические особенности обработки крупномодульных закаленных зубчатых колес [Текст] / Н. В. Кравцов, Ю. В. Тимофеев, А. А. Клочко и др.; науч. ред. А. А. Пермяков; общ. ред. Ю.М. Соломенцев // Серия: Управление качеством технологических процессов в машиностроении. – ВолГТУ – Тольятти: ЗАО «ОНИКС», 2012. – 254 с. – ISBN 59903090-6-7.
3. Суслев, А. Г. Инженерия поверхностей деталей [Текст] / колл. авт.; под ред. А. Г. Суслева. – М.: «Машиностроение», 2008. – 320 с.
4. Крагельский, И. В. Основы расчетов на трение и износ [Текст] / И. В. Крагельский, М. Н. Добычин, В. С. Комбалов. – М.: Машиностроение, 1977. – 525 с.
5. Okteta, H. Application of response surface methodology in the optimization of cutting conditions for surface roughness [Text] / H. Okteta, T. Erzurumlu and H. Kurtaran // J. Mater. processing Technol, 2005. – Vol. 170. – pp. 11–16.
6. Кравцов, А. Н. Обеспечение эксплуатационных свойств поверхностей деталей при изготовлении [Текст] / А. Н. Кравцов, Н. В. Кравцов; Закрытое акционерное об-во «ОНИКС». – Ирбит: ОНИКС, 2011. – 261 с.
7. Thomas, T. R. Rough Surfaces [Text] / T. R. Thomas. – 2nd ed. – Imperial College Press. – London, 1999.
8. Wyko Corporation. Surface Profiles: Technical reference manual [Text] / Wyko Corporation. – Tucson, AZ, USA. – 1996.
9. Lou, M. S. Inprocess surface roughness recognition system in end-milling operations [Text] / M. S. Lou, J. C. Chen // International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 1999. – Vol.15. – pp. 200-209.
10. Alauddin, M. Optimization of surface finish in end milling Inconel 718 [Text] / M. Alauddin, M. A. El Baradie, M. S. J. Hashmi // J. Mat. Proc. – 1996. – Vol. 56. – pp. 54–65.

*У статті проаналізовано розподіл внутрішніх та реактивних зусиль при моделюванні згину композитних брусів за ітераційною зсувною моделлю. Визначено характер впливу зсувної піддатливості матеріалу бруса на форму і величину внутрішніх зусиль. Подані результати теоретичних і експериментальних досліджень реактивних зусиль у статично невизначених балках*

*Ключові слова: внутрішнє зусилля, реактивне зусилля, згин, композит, брус, зсув, ітерація*

*В статье проанализировано распределение внутренних и реактивных усилий при моделировании изгиба композитных брусьев с использованием итерационной сдвиговой модели. Определен характер влияния сдвиговой податливости материала бруса на форму и величину внутренних усилий. Представлены результаты экспериментальных и теоретических исследований реактивных усилий в статически неопределенных балках*

*Ключевые слова: внутреннее усилие, реактивное усилие, изгиб, композит, брус, сдвиг, итерация*

УДК 539.3+681.3.06

# РОЗПОДІЛ ВНУТРІШНІХ ТА РЕАКТИВНИХ ЗУСИЛЬ ПРИ ЗГІНІ КОМПОЗИТНИХ БРУСІВ

**С. Б. Ковальчук**

Асистент

Кафедра загальнотехнічних дисциплін  
Полтавська державна аграрна академія  
вул. Сковороди, 1/3, м. Полтава, Україна,  
36003

E-mail: staskb@rambler.ru

## 1. Вступ

Підвищення надійності та економічності нових інженерних конструкцій потребує застосування композитних матеріалів, які за своїми цільовими характеристиками значно перевершують традиційні однорідні матеріали.

У конструкціях різного призначення широко роз-

повсюдені елементи у вигляді брусів, що працюють на поперечний згин.

Ефективне застосування композитних матеріалів для виготовлення таких елементів потребує розробки теоретичних передумов та практичних методів розрахунку, які дозволяють враховувати неоднорідність композитів та їх особливості деформування, зокрема значну піддатливість дії поперечних зсувів.

**2. Аналіз існуючих досліджень**

Розробці та реалізації неklasичних теорій деформування композитних систем присвячено багато наукових праць вітчизняних та закордонних дослідників, зокрема [1 – 11]. Стан ітераційної аналітичної теорії в механіці шаруватих композитних систем досліджено в огляді [1]. Механіка деформування брусів із прямою віссю, що мають складну структуру поперечного перерізу, детально описана на основі застосування ітераційної моделі в [2, 5]. Моделювання задач згину статично невизначених композитних брусів описане у [3].

Але в цих роботах, як і в інших, практично відсутні результати наукових досліджень впливу поперечних зсувів на розподіл внутрішніх і реактивних зусиль в композитних елементах. Результати спеціальних експериментальних досліджень з приводу цих питань нами також не виявлені.

**3. Формування мети та завдань**

У практиці конструювання елементів у вигляді стержнів різних перерізів дуже часто використовуються інтегральні характеристики напруженого стану – внутрішні зусилля у поперечних перерізах. Їх розподіл залежить від характеру розподілу активного та реактивного навантаження. Якщо розподіл активного навантаження детермінований вихідними даними, то розподіл реактивних зусиль є невідомим. У статично визначених задачах він визначається на основі умов рівноваги елемента, і таким чином, не може залежати від обраної моделі деформування. Але для брусів, які мають додаткові (зайві) закріплення визначення величини реактивних зусиль потребує використання додаткових умов.

Дослідження, висвітлені у науковій літературі, показують значний вплив на деформування композитних брусів зсувної деплاناції поперечних перерізів. Але стосовно впливу зсувів на розподіл реактивних, а відтак, і внутрішніх зусиль для статично невизначених композитних брусів дані відсутні, що і обумовлює актуальність дослідження.

Метою даної роботи є теоретичне і експериментальне визначення рівня впливу поперечних зсувів на розподіл внутрішніх і реактивних зусиль у композитних брусах, що згинаються.

**4. Результати теоретичних досліджень**

Для встановлення характеру впливу зсувної підатливості матеріалу бруса на розподіл внутрішніх зусиль при згині використаємо отримані у [2] вирази для нормальних та дотичних напружень в поперечних перерізах композитного бруса для довільного кроку уточнення  $m$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{xm} &= E_x \left( \xi_0 \frac{d^2 w_m}{dx^2} + \sum_{i=1}^m \xi_i \frac{d^2 \chi_{mi}}{dx^2} \right), \\ \tau_{xzm} &= f_0 \frac{d^3 w_m}{dx^3} + \sum_{i=1}^m f_i \frac{d^3 \chi_{mi}}{dx^3}, \end{aligned} \tag{1}$$

де  $w_m(x)$ ,  $\chi_{mi}(x)$  – відповідно, функції вертикальних переміщень перерізів бруса та зсувів;  $\xi_0(z)$ ,  $\xi_i(z)$  – функції розподілу поздовжніх переміщень по висоті поперечного перерізу бруса;  $f_i(z)$  – функції розподілу кутових деформацій;  $E_x(y,z)$  – функція поздовжнього модуля пружності матеріалу композитного бруса в межах поперечного перерізу.

Ці вирази описують напружений стан композитного бруса, віднесеного до декартової системи координат, в якій вісь  $OX$  співпадає з віссю жорсткості бруса, а осі  $OY$  та  $OZ$  лежать в головних площинах жорсткості. Для наведених виразів площина дії зовнішнього навантаження співпадає із головною площиною жорсткості  $ZOX$ .

Внутрішній згинаючий момент в поперечному перерізі бруса знайдемо як рівнодійний момент нормальних напружень відносно осі  $OY$ :

$$M_y = \int_A \sigma_{xm} z dA = D_{00} \frac{d^2 w_m}{dx^2} + \sum_{i=1}^m D_{0i} \frac{d^2 \chi_{mi}}{dx^2}, \tag{2}$$

де уведені позначення постійних  $\int_A E_x z \xi_0 dA = D_{00}$ ,  $\int_A E_x z \xi_i dA = D_{0i}$ .

Поперечну силу – відповідно як рівнодійну дотичних напружень:

$$Q_z = \int_A \tau_{xzm} dA = \int_A f_0 dA \frac{d^3 w_m}{dx^3} + \sum_{i=1}^m \int_A f_i dA \frac{d^3 \chi_{mi}}{dx^3}. \tag{3}$$

Із використанням рівнянь теорії пружності може бути доведені рівності:

$$\int_A f_0 dA = D_{00}, \quad \int_A f_i dA = D_{0i}. \tag{4}$$

Тоді для поперечної сили (3) отримаємо наступний вираз:

$$Q_z = D_{00} \frac{d^3 w_m}{dx^3} + \sum_{i=1}^m D_{0i} \frac{d^3 \chi_{mi}}{dx^3}. \tag{5}$$

З виразів для внутрішніх зусиль (2) та (5) можна зробити висновок, що і згинаючий момент, і поперечна сила залежать, як від згинної жорсткості  $D_{00}$  композита, так і від його зсувних жорсткостей  $D_{0i}$ .

Якщо із системи визначальних диференціальних рівнянь для визначення функцій вертикальних переміщень та зсувів [2], виключити складові, пов'язані із зовнішнім дотичним навантаженням, то вона набуде наступного вигляду:

$$\begin{cases} D_{00} \frac{d^4 w_m}{dx^4} + \sum_{i=1}^m D_{0i} \frac{d^4 \chi_{mi}}{dx^4} = q_z \\ D_{j0} \frac{d^4 w_m}{dx^4} + \sum_{i=1}^m D_{ji} \frac{d^4 \chi_{mi}}{dx^4} - \sum_{i=1}^m D_{j(i-1)} \frac{d^2 \chi_{mi}}{dx^2} = 0, \end{cases} \tag{6}$$

де  $q_z(x)$  – функція узагальненого зовнішнього навантаження;  $D_{kj}$  – характеристики жорсткості;  $j = \overline{1, m}$  – індекс, що розгортає систему по вертикалі.

Рівняння системи (6) є лінійними неоднорідними диференціальними рівняннями. Тому розв'язок відносно функції вертикальних переміщень першого рівняння відповідно до принципу суперпозиції може бути записаний так:

$$w_m = w_0 - \sum_{i=1}^m \frac{D_{0i}}{D_{00}} \chi_{mi}, \quad (7)$$

де  $w_0$  – розв’язок для вертикальних переміщень нульового кроку наближення (класична модель).

Тоді, на будь-якому кроці уточнення  $m$  вертикальні переміщення  $w_m$  є лінійною комбінацією функції  $w_0$ , що відповідає нульовому наближенню (згинна складова прогинів) та функції зсуву  $\chi_{mi}$  (зсувна складова прогинів) відповідного порядку.

Підставивши вираз (7) до (2) та (5) і виконавши необхідні перетворення, отримуємо:

$$M_y(x) = D_{00} \frac{d^2 w_0}{dx^2}, \quad Q_z(x) = D_{00} \frac{d^3 w_0}{dx^3}. \quad (8)$$

Таким чином, внутрішні зусилля на будь-якому кроці уточнення, хоча за формою запису і відрізняються, але все одно відповідають нульовому наближенню (класичній моделі). Це підтверджує правильність співвідношень моделі, оскільки внутрішні зусилля мають відповідати рівнянням рівноваги статички, а розв’язки класичної моделі, як відомо, їм відповідають. Але це стосується лише тих випадків, коли рівнянь рівноваги статички достатньо для визначення внутрішніх зусиль, тобто для статично визначних задач згину. Для таких задач умови рівноваги статички беззаперечно диктують вимоги і щодо характеру розподілу, і щодо величини внутрішніх зусиль.

Інша справа у випадку статично невизначних задач згину, для яких умови рівноваги статички однозначно не є визначальними для внутрішніх зусиль. Точніше, вони визначають характер розподілу (постійний, лінійний, квадратичний тощо), але не визначають величину зусиль, оскільки рівнянь рівноваги не вистачає для визначення усіх невідомих реакцій.

Наслідком цього є те, що вирази для внутрішніх зусиль моделі будуть залежати від величин реактивних зусиль (невідомих реакцій опор):

$$M_y(x, R_1, R_2, \dots, R_n) = D_{00} \frac{d^2}{dx^2} w_0(x, R_1, R_2, \dots, R_n), \quad (9)$$

$$Q_z(x, R_1, R_2, \dots, R_n) = D_{00} \frac{d^3}{dx^3} w_0(x, R_1, R_2, \dots, R_n),$$

де  $R_1, R_2, \dots, R_n$  – інтенсивності реакцій проміжних опор.

Визначення невідомих реакцій (розкриття статичної невизначеності) потребує введення додаткових рівнянь. Ці рівняння фактично є умовами деформування розглядуваної статично невизначної системи за наявних додаткових закріплень.

Але те, що при визначенні реакцій використовуються умови деформування, призводить до залежності величини реакцій від моделі деформування і, нарешті, від спрощуючих гіпотез, прийнятих при її побудові.

Наприклад, для шарнірних проміжних опор у нерозрізних балках до-

датковими умовами є відсутність вертикальних переміщень опорних перерізів:

$$w(r_1) = 0, w(r_2) = 0, w(r_3) = 0, \dots, w(r_n) = 0, \quad (10)$$

де  $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$  – значення незалежної змінної  $x$ , що відповідають координатам опорних перерізів.

З урахуванням (7) додаткові рівняння (10) для розглядуваної зсувної моделі запишуться так:

$$w_0(r_j, R_1, R_2, \dots, R_n) - \sum_{i=1}^m (-1)^i \frac{D_{0i}}{D_{00}} \chi_{mi}(r_j, R_1, R_2, \dots, R_n) = 0, \quad (11)$$

де  $j = \overline{1, n}$  – розгортає систему по вертикалі.

Для нульового наближення моделі ( $m = 0$ ) попередній вираз перетвориться на такий:

$$w_0(r_j, R_1, R_2, \dots, R_n) = 0. \quad (12)$$

У відмінності між виразами (11) та (12) і криється причина перерозподілу реакцій закріплень статично невизначних систем при використанні ітераційної зсувної моделі. Одним із чинників впливу деформованих властивостей бруса на перерозподіл реакцій, є відношення жорсткостей  $D_{0i}/D_{00}$ . Причому найбільший вплив на уточнення розподілу реакцій матиме вплив відношення  $D_{01}/D_{00}$ , оскільки практика розрахунків показує, що  $D_{01} \gg D_{02}, D_{03}, \dots, D_{0n}$ . Тому очевидно найбільшим і можливо достатнім буде уточнення реакцій на першому кроці наближення моделі ( $m = 1$ ).

Наявність впливу зсувної піддатливості матеріалу бруса на перерозподіл реакцій показано у роботі [3], де запропоновано методику моделювання статично невизначних багатопрогонних балок для першого наближенні ітераційної зсувної моделі згину. Отримані теоретичні результати потребують порівняння експериментальними дослідженнями, для перевірки їх адекватності.

## 5. Результати експериментальних досліджень

Експериментальне дослідження впливу зсувної піддатливості матеріалу бруса на величину опорних реакцій статично невизначної балки проводилось за схемою, наведеною на рис. 1, а. В якості зразків використовувались дерев’яний ( $E/G = 20$ ) та сталевий ( $E/G = 2,6$ ) бруси прямокутного перерізу з розмірами відповідно:  $b \times h = 0.03 \times 0.05$  м та  $b \times h = 0.05 \times 0.01$  м.

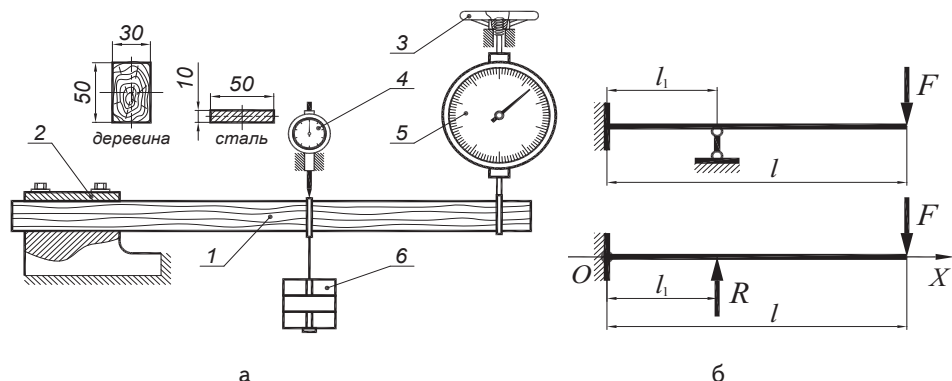


Рис. 1. Експериментальне дослідження: а – схема випробування; б – розрахункова схема

Вибір матеріалів для зразків дозволив у першому випадку чітко виявити вплив поперечних зсувів на дослідні величини, а у другому – практично звести їх до нуля. Це дає можливість більш чітко оцінити адекватність моделі. Крім цього використання деревини, як квазі-однорідного композита, дозволяє для порівняння теоретичних розрахунків використати відомі методи розкриття статичної невизначеності, використання яких для однорідних брусів можливе у звичному вигляді.

Вантаж 6 у ході випробування збільшувався з кроком – 5 кг. На кожному кроці випробування доданий вантаж врівноважувався зусиллям гвинтового навантажувача 3, приєднаного до балки 1 через динамометр 5, таким чином щоб забезпечити нульові переміщення перерізу над вантажем. Контроль переміщень перерізу здійснювався за допомогою індикатора годинникового типу 4. Таким чином, моделювалась робота статично невизначної балки, схема якої зображена на рис.1, б, де реакції  $R$  на шарнірній опорі відповідає вага вантажу 6, а силі  $F$  – показники динамометра 5. У ході дослідження задавались два положення проміжної опори:  $l_1 = 0.2$  м і  $l_1 = 0.3$  м. Це дозволило оцінити характер впливу відношення довжини прогону до висоти перерізу на величину реакції.

Теоретичне визначення реактивних зусиль за зсувною моделлю, виконувалось відповідно до методики, описаної у [3]. Отримані результати порівнювались з даними розрахунків за відомими методами опору матеріалів. Результати експериментальних та теоретичних досліджень наведені на рис. 2, де: 1 – графік аналітичної залежності між силою  $F$  та реакцією  $R$ , отриманої за рівнянням 3-х моментів, яке не дозволяє враховувати вплив поперечної сили; 2 – графік залежності отриманої за методом сил з урахуванням впливу поперечної сили; 3 – графік залежності отриманої за зсувною моделлю з урахуванням деформацій поперечного зсуву. Отримані результати експериментальних та теоретичних досліджень показують значний вплив зсувної піддатливості на величину реакції опори для дерев'яного зразка.

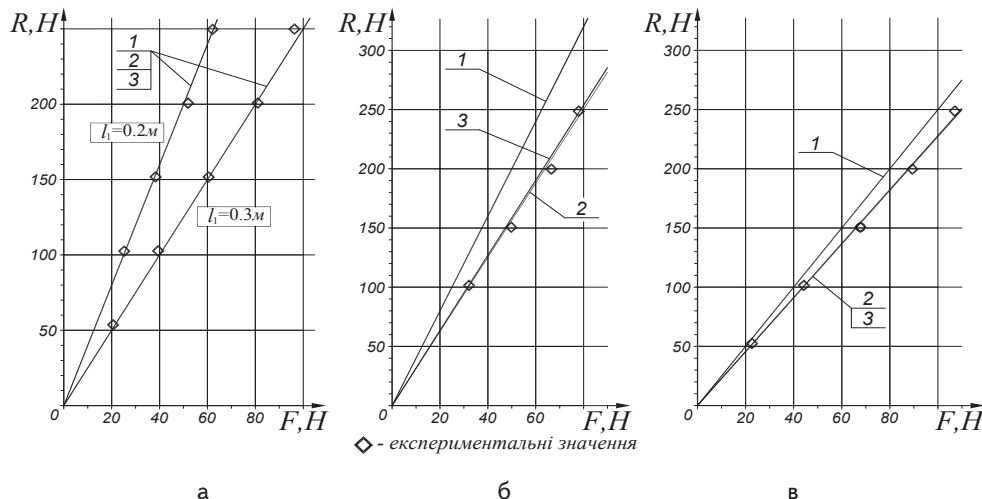


Рис. 2. Залежність реакції  $R$  проміжної опори від величини прикладеної сили  $F$ : а – сталевий брус з розміром  $l_1 = 0.2$  м та  $0.3$  м; б – дерев'яний брус з  $l_1 = 0.2$  м; в – дерев'яний брус з  $l_1 = 0.3$  м

Цей вплив проявлявся у різниці між дослідною величиною реакції та теоретично отриманим значенням за рівнянням трьох моментів, який не дозволяє врахувати вплив поперечної сили. Усереднене значення похибки досягає 30% для положення опори  $l_1 = 0.2$  м і 10% для положення  $l_1 = 0.3$  м. В той час, як метод сил з урахуванням поперечної сили і зсувна модель дають досить близькі між собою значення, які гарно узгоджуються з експериментом. Для сталевго зразка, як і передбачалось, усі теоретичні методи дають результати близькі між собою і до експериментальних значень, оскільки дослідне відношення довжини прогону до висоти перерізу велике, а матеріал мало піддатливий зсувам.

## 6. Висновки

Для ітераційної зсувної моделі згину композитних брусів на будь-якому кроці уточнення характер розподілу внутрішніх зусиль залишається незмінним і відповідає класичній моделі згину. Вплив зсувної піддатливості матеріалу бруса на величину внутрішніх зусиль у статично визначних задачах відсутній, а у статично невизначних задачах пов'язаний із перерозподілом реактивних зусиль (реакцій опор) і може досягати значної величини.

Тому, визначення реактивних та внутрішніх зусиль для статично невизначних композитних брусів потребує застосування методик побудованих на основі моделей, які враховують зсувну депланацію поперечних перерізів.

## Література

1. Пискунов, В. Г. Итерационная аналитическая теория в механике слоистых композитных систем [Текст] / В. Г. Пискунов // Механика композит. Материалов. – 2003. – Т.39, №1. – С.2-24.
2. Горик, О. В. Механіка деформування композитних брусів [Текст] / О. В. Горик, В. Г. Пискунов, В. М. Череди́ков. – Полтава-Київ: АСМІ, 2008. – 402с.
3. Горик, О. В. Розрахунок статично невизначних композитних балок з ускладненими умовами деформування [Текст] / О. В. Горик, С. Б. Ковальчук // Вісник Національного транспортного університету: В 2-х частинах. – К.: НТУ, 2010. – Вип. 21, Ч.2. – С.314-319.

4. Механика композиционных материалов и элементов конструкций [Текст] / А. Н. Гузь, Я. М. Григоренко, Г. А. Ванін и др. – К.: Наукова думка, 1983. – 464с.
5. High-order model of the stress-strain state of composite bars and its implementation by computer algebra [Текст] / V. G. Piskunov, A. V. Goryk, A. L. Lyakhov, V. N. Cherednikov // Composite structures. – Oxford: Elsevier. – 2000. – P.169-176.
6. Librescu, L. Recent developments in the modeling and behavior of advanced sandwich constructions: a survey [Текст] / L. Librescu, T. Hause // Composite structures. – 2000. – Vol.48. – P.1-17.
7. Mechanical bending behaviour of composite T-beams / A. Silva, J. Travassos, M. M. de Freitas, C.M. Mota Soares // Composite structures. – 1993. – Vol.25. – P.579-586.
8. Noor, A. K. Assessment of shear deformation theories for multilayered composite plates [Текст] / A. K. Noor, W. S. Barton // Appl. Mech. Rev. – 1989. – Vol.42. – P.1-13.
9. Polyakov, V. Stress concentration in bending of sandwich orthotropic panels under point forces [Текст] / V. Polyakov // Composite structures. – 2000. – Vol.48. – P.177-181.
10. Reddy, J. N. A review of refined theories of laminated composite plates [Текст] / J.N. Reddy // Shock Vibr. Dig. – 1990. – Vol.22. – P.3-17.
11. Savoia, M. A variational approach to three-dimensional elasticity solutions of laminated composite plates [Текст] / M. Savoia, J. N. Reddy // J. Appl. Mech. ASME. – 1992. – Vol.59. – P.166-175.

*Проведено аналіз наявних літературних даних по впливу додатків, що знижують турбулентне тертя, на місцеві втрати напору. Запропоновано модель для математичного опису течії рідин з гідродинамічно активними додатками через канали змінного перерізу. На основі результатів досліджень запропоновані пристрої, в основу створення яких використаний ефект зменшення або збільшення місцевих втрат напору додатками*

*Ключові слова: ефект Томса, місцеві опори, гідродинамічно активні додатки*

*Выполнен анализ имеющихся литературных данных по влиянию добавок, снижающих турбулентное трение на местные потери напора в трубопроводах. Предложена модель для математического описания течения жидкости с гидродинамически активными добавками через каналы переменного сечения. На основании результатов исследований предложены устройства, в основу создания которых положен эффект снижения или увеличения местных потерь напора добавками*

*Ключевые слова: эффект Томса, местные сопротивления, гидродинамически активные добавки*

УДК 532.517.4:532.13:532.55

## ТЕЧІЯ РІДИНИ З ГІДРОДИНАМІЧНО АКТИВНИМИ ДОДАТКАМИ ЧЕРЕЗ КАНАЛИ ЗМІННОГО ПЕРЕРІЗУ

**О. М. Яхно**

Доктор технічних наук, професор  
Кафедра прикладної гідроаеромеханіки і  
механотроніки  
Національний технічний університет  
України "Київський політехнічний інститут"  
пр. Перемоги, 37, м. Київ, 03056

**Р. М. Гнатів**

Кандидат технічних наук, доцент  
Кафедра гідравліки і сантехніки  
Національний університет "Львівська політехніка"  
вул. Степана Бандери, 12, м. Львів, 79013  
E-mail: roman.gnativ@mail.ru

### 1. Вступ

Наявність в трубопровідних системах різних місцевих опорів викликає турбулізацію потоку.

Це призводить до підвищення затрат енергії, що необхідна для транспортування рідини в трубопроводах, а також погіршення характеристик роботи останніх.

Зацікавленість гідродинамікою слабоконцентрованих полімерних розчинів зумовлена можливістю

зменшення опору при русі в рідині тіл і течії в трубах. Ефект зниження опору, відомий як ефект Томса, спостерігається при турбулентному режимі руху. При такій течії потоку добавки викликають зменшення втрат на тертя по довжині. Вплив їх на величину місцевих втрат носить більш складний характер. В залежності від геометричної характеристики опору та концентрації додатків, вони можуть викликати як зниження, так і збільшення місцевих втрат тиску в трубопроводі.