- Rotshtein, A. Expert rules refinement by solving fuzzy relational equations [Text] / A. Rotshtein, H. Rakytyanska // In Proc. of the VIth IEEE Conference on Human System Interaction. Sopot, Poland, 2013. – P. 257–264. doi: 10.1109/hsi.2013.6577833
- Rotshtein, A. Optimal design of rule-based systems by solving fuzzy relational equations [Text] / A. Rotshtein, H. Rakytyanska // Issues and Challenges in Artificial Intelligence. Studies in Computational Intelligence. – 2014. – Vol. 559. – P. 167–178. doi: 10.1007/978-3-319-06883-1 14

Дана стаття присвячена створенню математичної моделі процесу скловаріння шляхом отримання математичних моделей окремих фізико-хімічних явищ цього процесу. Розглянуто такі фізико-хімічні аспекти, як горіння палива, плавлення шихти, гідро- та газодинаміка розплаву скломаси та газового середовища, теплообмін у скловарній печі. Отримано температурні поля скловарної печі

**D**--

-0

Ключові слова: математична модель скловарної печі, рівняння Нав'є-Стокса, температурні поля

р-

Данная статья посвящена созданию математической модели процесса стекловарения путем получения математических моделей отдельных физико-химических явлений этого процесса. Рассмотрены такие физико-химические аспекты, как горение природного газа, плавления шихты, гидро- и газодинамика расплава стекломассы и газовой среды, теплообмен в стекловаренной печи. Получены температурные поля стекловаренной печи

Ключевые слова: математическая модель стекловаренной печи, уравнения Навье-Стокса, температурные поля

## 1. Вступ

Сучасний світовий ринок вимагає постійного вдосконалення виробництва та зменшення затрат на одиницю продукції. Особливо гостро це відчувається у скловарному виробництві в Україні, через постійно зростаючі ціни на енергоносії, зокрема природній газ, який є основним джерелом тепла при виробництві скла. Зважаючи на це, необхідно постійно шукати шляхи вдосконалення процесу виробництва скла та оптимізації затрат на його виробництво. Як правило, експерименти на реально працюючому об'єкті практично не можливі, саме через це виникає потреба створення імітаційних моделей скловарної печі шляхом математичного моделювання.

# 2. Аналіз літературних досліджень та постановка проблеми

Загальною науковою проблемою є отримання математичної моделі процесу скловаріння котра б відображала всі складові цього процесу у повному обсязі. Література, присвячена математичному моделюванню процесу скловаріння доволі багаточисельна. У робоУДК 681.3.06

DOI: 10.15587/1729-4061.2015.36069

# МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОСНОВНИХ ФІЗИКО-ХІМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ПРИ ВИРОБНИЦТВІ СКЛА

В. С. Цапар

Старший викладач\* E-mail: cwst@ukr.net

О. А. Жученко

Кандидат технічних наук, доцент\* E-mail: azhuch@ukr.net \*Кафедра автоматизації хімічних виробництв Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут» пр. Перемоги, 37, м. Київ, Україна, 03056

тах [1-3] розглянуто математичні моделі, що базуються на зональному методі розрахунку теплообміну випромінюванням. У роботі [4] на основі зонального методу моделювання теплообміну в газовому просторі печі отримані залежності між довжиною факела і його яскравістю та величиною падаючого на скломасу теплового потоку. Важливі розробки у сфері математичного моделювання скловарних печей містяться у працях [5-7]. В роботах [5-8] наведено промислову точку зору щодо того, які вимоги виносяться до моделей, та підкреслено теми, що потребують подальшого дослідження та розвитку. В роботі [6] описано ключові явища, які присутні у процесі варки та допоміжних процесах (таких, як випаровування на поверхні скломаси, іржавіння вогнетривкого покриття) та узагальнено рівняння переносу, що описують гідродинамічні процеси та явища теплопереносу у скломасі. У роботах [9-10] висвітлено сучасний підхід до моделювання температурних полів схожих теплових об'єктів за допомогою методів обчислювальної гідродинаміки та сучасних програмних засобів.

Оскільки існує значна складність проведення досліджень на реальній працюючій печі, одним із способів уникнути цих досліджень є математичне моделювання. У скловарній печі одночасно протікає багато паралельних процесів. Для кожного з цих процесів на сучасному етапі отримані достатньо складні математичні моделі, котрі при об'єднанні викликають значні труднощі у їх реалізації та розв'язку. Необхідність використовувати значні технічні та матеріальні ресурси для моделювання процесу скловаріння на базі сучасних моделей, а також час який займає це моделювання, обумовлює необхідність розроблення такої математичної моделі скловарної печі, котра б забезпечувала необхідну точність при не дуже великих затратах.

### 3. Мета і задачі дослідження

Метою даної статті є формулювання математичних моделей основних фізико-хімічних процесів, що відбуваються під час скловаріння з урахуванням відповідних спрощень, та побудова на їх базі температурних полей

Для досягнення поставленої мети вирішувались наступні задачі:

- формулювання спрощень і припущень відносно фізики процесу скловаріння;

- формулювання спрощень і припущень відносно фізики процесу скловаріння;

 опис основних фізико-хімічних процесів, що відбуваються під час скловаріння за допомогою усереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса;

– формулювання початкових та граничних умов;

– побудова температурних полів.

#### 4. Розробка математичної моделі процесу скловаріння

Враховуючи, що будь-яка математична модель відображає тільки певну частину (головну, з точки зору поставленої задачі) властивостей об'єкта моделювання, потрібно сформулювати спрощуючі припущення, що у подальшому будуть використані при математичному моделюванні процесу скловаріння: рух димових газів під склепінням печі та розплаву скла у ванні відбувається за рахунок примусу та природної конвекції; димові гази та розплав скла вважаються «сірими», випромінювальними, поглинальними, нерозсіювальними, нестисливими середовищами (рідинами); внутрішні поверхні печі, що контактують з димовими газами та розплавом скла (склепіння і ванна), вважаються дифузними; теплообмін в скловарній печі вважається радіаційно-конвективним [11]; рух рідин вважається турбулентним і описується к-є моделлю турбулентності; для врахування термогравітаційної (природної) конвекції у цих середовищах приймається модель Буссинеска; границя димові гази – розплав скла є напівпрозорою для радіаційного теплообміну і спряженою по теплообміну між фазами газовою та розплавом, а обмін кількістю руху між фазами не враховується, тобто зсувні напруження на цій границі приймаються нульовими; скловарна піч має по два вихідних та відхідних потоки за газом та розплавом, відповідно; огороджувальні конструкції печі, що контактують з оточуючим середовищем, явно не розглядаються, а враховуються певними термічними опорами і заданими граничними умовами конвективного типу (або III роду). Утворенням хвиль на поверхні розплаву скла із-за їх малості нехтується, тобто модель вільної поверхні рідкого середовища не розглядається.

У відповідності з розглянутими фізичними уявленнями про процеси, що відбуваються у скловарній печі, в основу математичного моделювання можуть бути покладені такі рівняння RANS (Reynolds averaged Navier-Stokes equations – усереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса):

нерозривності

$$\nabla \cdot \overline{\mathbf{v}} = 0 , \qquad (1)$$

- кількості руху

$$\rho_0 \left[ \frac{\partial \overline{\mathbf{v}}}{\partial \tau} + \left( \overline{\mathbf{v}} \cdot \nabla \right) \overline{\mathbf{v}} \right] = -\nabla \overline{\mathbf{p}} + \nabla \cdot \hat{\overline{\tau}} + \rho_0 \beta \left( \overline{\mathbf{T}} - \mathbf{T}_0 \right) \mathbf{g} , \qquad (2)$$

енергії

$$\begin{split} \rho_{0}c_{p} \left[ \frac{\partial \overline{T}}{\partial \tau} + \nabla \cdot \left( \overline{\mathbf{v}} \overline{T} \right) \right] &= \\ &= \nabla \cdot \left[ \left( \lambda + c_{p} \eta_{t} \right) \nabla \overline{T} \right] - \nabla \cdot \overline{\mathbf{q}}_{r} + \hat{\tau} : \nabla \overline{\mathbf{v}} + \overline{q}_{v} , \end{split}$$
(3)

кінетичної турбулентної енергії

$$\rho_0 \left[ \frac{\partial k}{\partial \tau} + \nabla \cdot \left( \overline{\mathbf{v}} k \right) \right] = \nabla \cdot \left[ \left( \eta + \frac{\eta_t}{\sigma_k} \right) \nabla k \right] + \eta_t G - \overline{\rho} \epsilon , \qquad (4)$$

– дисипації кінетичної турбулентної енергії

$$\rho_{0} \left[ \frac{\partial \epsilon}{\partial \tau} + \nabla \cdot \left( \overline{\mathbf{v}} \epsilon \right) \right] = \nabla \cdot \left[ \left( \eta + \frac{\eta_{t}}{\sigma_{\epsilon}} \right) \nabla \epsilon \right] + \frac{\epsilon}{k} \left( C_{1} G - C_{2} \rho \epsilon \right), \quad (5)$$

де ∇- оператор Гамільтона, м<sup>-1</sup>; **v** – осереднений за Рейнольдсом вектор швидкості середовища, м/с;  $\rho_0$  – густина при температурі  $T_0$ , кг/м<sup>3</sup>;  $T_0$  – абсолютна температура відліку, К; т – час, с; <u></u>Т – осереднена абсолютна температура, К; р – осереднений тиск, Па;

$$\hat{\overline{\tau}} = \left(\eta + \eta_t\right) \left[\nabla \overline{\mathbf{v}} + \overline{\mathbf{v}} \nabla\right] - \frac{2}{3} \rho_0 k \quad \text{afo} \quad \hat{\overline{\tau}} = 2 \left(\eta + \eta_t\right) \hat{\overline{D}} - \frac{2}{3} \rho_0 k -$$

тензор 2-го рангу осереднених ефективних напружень, Па; η – динамічна в'язкість, Па·с; k – турбулентна кінетична енергія, Дж/кг; є – дисипація турбулентної

кінетичної енергії, Дж/(кг·с); 
$$\overline{\hat{D}} = \frac{1}{2} (\nabla \overline{\mathbf{v}} + \overline{\mathbf{v}} \nabla) -$$
 тензор

2-го рангу осередненої швидкості деформації, с-1; С<sub>n</sub> =0,09 – емпірична константа; β – коефіцієнт лінійного температурного розширення, К<sup>-1</sup>; с<sub>р</sub> – масова ізобарна теплоємність, Дж/(кг·К); λ – теплопровідність,

Bт/(м·К); 
$$\nabla \cdot \overline{\mathbf{q}}_{r} = \kappa \left[ \int_{\Omega=4\pi} I(\mathbf{s}) d\Omega - 4n^{2} \sigma \overline{T}^{4} \right]$$
 – дивергенція

густини радіаційного теплового потоку або об'ємна густина; Дж/м<sup>3</sup>; q<sub>r</sub> – вектор густини радіаційного теплового потоку,  $BT/M^2$ ; к і п – коефіцієнт поглинання (м<sup>-1</sup>) і показник заломлення, відповідно; Ω – тілесний кут, ср; σ – постійна Стефана-Больцмана, Вт/(м<sup>2</sup>·K<sup>4</sup>); I(s) – інтенсивність випромінювання (Вт·с/(м<sup>2</sup>·ср)) у напрямку **s** (м) у тілесному куті dΩ визначається із розв'язку

рівняння переносу виду 
$$\nabla \cdot \left[ I(s)s \right] + \kappa I(s) = \kappa n^2 \frac{\sigma \overline{T}^4}{\pi};$$

 $\overline{q}_v$  — об'ємна густина внутрішнього джерела теплоти, що може бути пов'язана з хімічними реакціями або

джоулевою теплотою 
$$\left( \mathbf{q}_{\mathrm{v}} = \pmb{\chi} \left| \nabla \pmb{\varphi} \right|^2 \right)$$
, Вт/м<sup>3</sup>;  $\pmb{\chi}$  – електро-

провідність, (Ом·м)<sup>-1</sup>;  $\varphi$  – електричний потенціал, В; G =  $\eta_t \dot{\gamma}^2$  – джерело турбулентної кінетичної енергії за рахунок середнього градієнта швидкості або швид-

кості деформації, 
$$\mathrm{Bt/m^3}; \ \dot{\gamma} = \sqrt{2\hat{\overline{\mathrm{D}}}:\hat{\overline{\mathrm{D}}}}$$
 – модуль тензора

середньої швидкості деформації, с<sup>-1</sup>; (:) – оператор подвійного скалярного добутку;  $\sigma_k = 1,0$ ;  $\sigma_{\epsilon} = 1,0$ ;  $C_1 = 1,44$ ;  $C_2 = 1,92$  – константи к-є моделі турбулентності.

У рівняннях (1)–(5) і далі за текстом риска над фізичними величина означає їх осереднення за Рейнольдсом.

# Початкові та граничні умови

Початкові умови:

$$\overline{T}(X) = T_0;$$
  

$$\overline{v}(X) = 0;$$
  

$$\overline{p}(X) = 0; , \qquad (6)$$
  

$$k(X) = k_0;$$
  

$$\epsilon(X) = \epsilon,$$

де  $X(x,y,z) \in \Omega_s$  – декартові координати, м;  $\Omega_S$  – розрахункова область.

Граничні умови:

– на вході по димових газах

$$\begin{split} \overline{G} &= G_{inlet-sm.f.} \lor \overline{v}_n = v_{inlet-sm.f.}; \\ \overline{T} &= T_{inlet-sm.f.}; \\ k &= k_{inlet-sm.f.}; \\ \epsilon &= \epsilon_{inlet-sm.f.}, \end{split}$$
(7)

де G – масова витрата, кг/с;  $v_{n}$  – нормальна складова осередненої швидкості, м/с;

– на виході по димових газах

$$\begin{cases} p_{outlet-sm.f.} = 0; \\ \overline{T} = T_{outlet-sm.f.}; \\ k = k_{outlet-sm.f.}; \\ \varepsilon = \varepsilon_{outlet-sm.f.}, \end{cases}$$
(8)

– на вході по розплаву скла

$$\begin{cases} G = G_{inlet-glass} \lor \overline{v}_n = v_{inlet-glass}; \\ \overline{T} = T_{inlet-glass}; \\ k = k_{inlet-glass}; \\ \epsilon = \epsilon_{inlet-glass}, \end{cases}, \qquad (9)$$

– на виході по розплаву скла

$$\begin{cases} p_{outlet-glass} = 0; \\ \overline{T} = T_{outlet-glass}; \\ k = k_{outlet-glass}; \\ \varepsilon = \varepsilon_{outlet-glass}, \end{cases}, (10)$$

 на границі контакту димових газів і розплаву скла з твердими конструктивними елементами печі приймаються умови прилипання для рівняння руху та абсолютного контакту для рівняння енергії

$$\begin{cases} \overline{\mathbf{v}} = 0; \\ \{\overline{\mathbf{T}}\} = 0; \\ \{\mathbf{n} \cdot \overline{\mathbf{q}}_{\Sigma}\} = 0, \end{cases}$$
(11)

де  $\{\overline{\mathbf{T}}\} = \overline{\mathbf{T}}^+ - \overline{\mathbf{T}}^-$ , К;  $\{\mathbf{n} \cdot \overline{\mathbf{q}}_{\Sigma}\} = \mathbf{n}^+ \cdot \overline{\mathbf{q}}_{\Sigma}^- + \mathbf{n}^- \cdot \overline{\mathbf{q}}_{\Sigma}^-$ , Вт/м<sup>2</sup>;  $\overline{\mathbf{q}}_{\Sigma} = \overline{\mathbf{q}} + \overline{\mathbf{q}}_r$  – вектор сумарної густини теплового потоку, Вт/м<sup>2</sup>;  $\mathbf{n}$  – вектор нормалі до поверхні контакту;  $\mathbf{q}_r$  – вектор густини радіаційного теплового потоку, Вт/м<sup>2</sup>;

 на границі контакту між димовими газами і розплавом скла зсувні напруження приймаються нульовими для рівняння руху та абсолютного контакту для рівняння енергії

$$\begin{cases} \overline{\tau}_{\text{sh,stress}} = 0; \\ \left\{ \overline{T} \right\} = 0; \\ \left\{ \mathbf{n} \cdot \overline{\mathbf{q}}_{\Sigma} \right\} = 0. \end{cases}$$
(12)

Для визначення радіаційних потоків на поверхнях (стінках) склепіння печі, ванни, у вхідних та відхідних перетинах печі також задається відповідна напівсферична ступінь чорноти. На напівпрозорій границі між димовими газами та розплавом скла двонапрямлена ступінь чорноти визначається із балансового рівняння виду

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\rm sm.f.} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\rm glass} \,\, \boldsymbol{n}_{\rm glass}^2 \,, \tag{13}$$

де  $\epsilon_{sm.f.}$  – напівсферична ступінь чорноти міжфазної границі у димові гази;  $\epsilon_{glass}$  – напівсферична ступінь чорноти міжфазної границі у розплав скла і розраховується із формул Френеля;  $n_{glass}$  – показник заломлення розплаву скла.

Показник заломлення димових газів п<sub>sm.f.</sub> прийнято рівним одинці [12].

Розглянемо співвідношення для одержання  $\varepsilon_{glass}$  на напівпрозорій границі за допомогою формул Френеля при  $n_2 > n_1$ ,  $n_2 = n_{glass}$ :

 $\perp$ – складова коефіцієнта відбиття  $\rightarrow$ 

$$R_{s}(\mu) = \frac{\left[n_{1}\mu - \sqrt{n_{2}^{2} - n_{1}^{2}(1 - \mu^{2})}\right]^{2}}{\left[n_{1}\mu + \sqrt{n_{2}^{2} - n_{1}^{2}(1 - \mu^{2})}\right]^{2}},$$

||– складова коефіцієнта відбиття **→** 

$$R_{p}(\mu) = \frac{\left[n_{2}^{2}\mu - n_{1}\sqrt{n_{2}^{2} - n_{1}^{2}(1-\mu^{2})}\right]^{2}}{\left[n_{2}^{2}\mu + n_{1}\sqrt{n_{2}^{2} - n_{1}^{2}(1-\mu^{2})}\right]^{2}},$$

$$\mathbf{R}(\boldsymbol{\mu}) = \frac{1}{2} \left( \mathbf{R}_{s}(\boldsymbol{\mu}) + \mathbf{R}_{p}(\boldsymbol{\mu}) \right), \qquad (14)$$

Після проведення розрахунків було отримано наступні значення  $\varepsilon_{\rm sm.f.}=0,907$  – напівсферична ступінь чорноти міжфазної границі у димові гази,  $\varepsilon_{\rm glass}=0,6$  – напівсферична ступінь чорноти міжфазної границі у розплав скла.

#### 5. Моделювання температурних полів на базі отриманої математичної моделі

В якості коефіцієнтів відповідних рівнянь та при розробці тривимірної геометрії скловарної печі були взяті дані із реального об'єкта – однієї з скловарних печей Гостомельського склотарного заводу ВАТ Ветропак. Моделювання температурного розподілу проводилось методами обчислювальної гідродинаміки (CFD). Моделювання турбулентних потоків здійснене за допомогою к-є моделі турбулентності. Розв'язок рівняння переносу енергії випромінюванням базується на апроксимації методу сферичних гармонік для сірого двотемпературного середовища.

В результаті розрахунків отримано наступний температурний розподіл у скловарній печі (рис. 1)

Нижче на рис. 2–4 представлені перерізи даного температурного розподілу, а саме: поперечний вертикальний переріз на відстані 5 м від початку печі, повздовжній переріз по середині печі, поперечний горизонтальний переріз на висоті 2 м.

Отримано температурні поля ванної регенеративної печі із підковоподібним напрямком полум'я. На базі вище наведеної математичної моделі, змінюючи початкові умови, можна досліджувати динаміку зміни температур у скловарній печі. Що, в свою чергу, є потужним інструментом дослідження різноманітних систем керування температурним режимом скловарної печі.



Рис. 1. 3D модель розподілу температур у скловарній печі



Рис. 2. Розподіл температури в поперечному вертикальному перерізі на відстані 5 м від початку печі



Рис. 3. Розподіл температури в повздовжньому перерізі по середині печі

У даному дослідженні, під час математичного моделювання процесу скловаріння, не було враховано додаткові засоби та процеси котрі інколи зустрічаються на промислових скловарних печах, такі, як барботаж та примусове перемішування скломаси. Це пов'язано із тим, що дані складові процесу скловаріння рідко використовуються одночасно, а також із тим, що на кожній печі вони реалізуються по своєму, виходячи із умов, в котрих піч використовується, та задач поставлених перед конкретною піччю. Також не розглянуто роботу регенераторів. Оскільки за своєю складністю регенератори прирівнюються до скловарних печей, вони можуть розглядатись як окремий об'єкт для моделювання і досліджень. Тому, цілком закономірним продовженням досліджень є математичне моделювання вищенаведених процесів, та розробка можливості включення їх, за потреби, в загальну математичну модель. Це дасть можливість отримати математичну модель будь-якої модифікації реальної регенеративної скловарної печі із підковоподібним напрямком полум'я.



Рис. 4. Розподіл температури в поперечному горизонтальному перерізі печі на висоті 2 м

#### 6. Висновки

Отримана математична модель основних фізико-хімічних процесів, що протікають у скловарній печі. Дана модель базується на усереднених за Рейнольдсом рівняннях Нав'є-Стокса. Структура отриманої моделі включає в себе основні закони збереження

поєднані початковими та граничними умовами. В якості коефіцієнтів відповідних рівнянь та при розробці тривимірної геометрії скловарної печі були взяті дані із реального об'єкта – однієї з скловарних печей Гостомельського склотарного заводу ВАТ Ветропак. Моделювання температурного розподілу проводилось методами обчислювальної гідродинаміки (CFD). Моделювання турбулентних потоків здійснене за допомогою к-є моделі турбулентності. Розв'язок рівняння переносу енергії випромінюванням базується на апроксимації методу сферичних гармонік для сірого двотемпературного середовища. За допомогою формул Френеля розраховано напівсферичну ступінь чорноти міжфазної границі як у димові гази, так і у розплав скла. За допомогою сучасних програмних засобів дана математична модель розв'язана та отримані 3D зображення розподілу температурних полів по всьому об'ємі скловарної печі. Представлені рисунки показують стан температурного розподілу в конкретний момент часу в залежності від початкових та граничних умов. Наявність даної моделі дозволяє проводити різноманітні дослідження, починаючи від впливу температури повітря котре подається на вхід, на температуру в будь-якій точці печі, закінчуючи впливом часу переключення полум'я у ванній регенеративній печі із підковоподібним на-

прямком горіння, на однорідність температури у печі. Саме дослідженню вище наведених залежностей та розробці оптимальної системи керування скловарною піччю і будуть присвячені подальші дослідження.

# Література

- Лисиенко, В. Г. Математическое моделирование теплообмена в печах и агрегатах [Текст] : уч. пос. / В. Г. Лисиенко, В. Г. Волков, А. Л. Гончаров; под ред. В. Г. Лисиенко. – Киев : Наук. думка, 1984. – 230 с.
- Кошельник, В. М. Применение математических моделей для диагностики технико-экономических параметров системы регенерации тепла высокотемпературных теплотехнологических установок [Текст] / В. М. Кошельник, А. В. Кошельник, Е. Ю. Долженко // Интегрированные технологии и энергосбережение. – 2004. – № 1. – С. 40–44.
- Viskanta, R. Review of Three-Dimensional Mathematical Modeling of Glass Melting [Text] / R. Viskanta // Journal of Non-Crystalline Solids. – 1994. – Vol. 177. – P. 347–362. doi: 10.1016/0022-3093(94)90549-5
- Choudhary, M. K. Recent Advances in Mathematical Modeling of Flow and Heat Transfer Phenomena in Glass Furnaces [Text] / M. K. Choudhary // Journal of the American Ceramic Society. – 2002. – Vol. 85, Issue 5. – P. 1030–1036. doi: 10.1111/j.1151-2916.2002. tb00218.x
- Beerkens, R. G. Modeling of the Melting Process in Industrial Glass Furnaces [Text] / R. G. Beerkens. Mathematical Simulation in Glass Technology, Springer, Berlin, 2002. – P. 17–72.
- Choudhary, M. K. Heat Transfer in Glass-Forming Melts [Text] / M. K. Choudhary, R. M. Potter. Properties of Glass Forming Melts, 2005. – P. 249–293. doi: 10.1201/9781420027310.ch9
- Kuhn, W. S. Mathematical modeling of batch melting in glass tanks [Text] / W. S. Kuhn. Mathematical Simulation in Glass Technology, Springer, Berlin, 2002. – P. 73–125.
- Choudhary, M. K. Three-dimensional Mathematical Model for Flow and Heat transfer in Electric Glass Furnaces [Text] / M. K. Choudhary // Heat Transfer Engineering. – 1985. – Vol. 6, Issue 4. – P. 55–65. doi: 10.1080/01457638508939639
- Kumar, A. Computational modeling of blast furnace cooling stave based on heat transfer analysis [Text] / A. Kumar, S. N. Bansal, R. Chandraker // Materials Physics and Mechanics. – 2012. – № 15. – P. 46–65.
- Aminian, J. Investigation of Temperature and Flow Fields in an Alternative Design of Industrial Cracking Furnaces Using CFD [Text] / J. Aminian, Sh. Shahhosseini, M. Bayar // Iranian Journal of Chemical Engineering. – 2010. – Vol. 3. – P. 61–73.
- 11. Prokhorenko, O. A. Radiative Thermal Conductivity of Melts [Text] / O. A. Prokhorenko. American Ceramic Society, Westerville, OH, USA, 2005. P. 95–117.
- 12. Abbassi, A. Numerical Simulation and Experimental Analysis of an Industrial Glass Melting Furnace [Text] / A. Abbassi, Kh. Khoshmanesh // Applied Thermal Engineering. – 2008. – Vol. 28, Issue 5-6. – P. 450–459. doi: 10.1016/j.applthermaleng.2007.05.011