УДК 519. 6

УСТОЙЧИВЫЕ МЕТОДЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ ИЗМЕНЯЮЩИХСЯ ВО ВРЕМЕНИ ПАРАМЕТРОВ

В. И. Грицюк
Харьковский национальный университет радиоэлектроники
просп. Ленина, 14, г. Харьков, 61166, Украина. E-mail: astra_kk12@mail.ru

Исследованы модифицированные рекуррентные методы, применяемые в адаптивном управлении. Рассмотрена их сходимость для случая изменяющегося во времени параметрического вектора. Показано, какими свойствами должен обладать метод оценки в случае изменяющихся параметров. Развиваются устойчивые методы факторизации, минимизирующие вычислительные затраты. Исследованы модифицированные методы наименьших квадратов с учетом априорных знаний о процессе. Необходимые в определенных случаях поправки вводятся таким образом, чтобы сохранялись первоначальные свойства сходимости алгоритма оценки. В качестве области нахождения переменного во времени параметрического вектора рассматривается полиэдральная область. Предложен метод ортогонального разложения, основанный на быстрых преобразованиях Гивенса без квадратных корней.

Ключевые слова: численная устойчивость, сходимость, адаптивное управление.

СТІЙКІ МЕТОДИ ДЛЯ ОЦІНКИ ЗМІННИХ ЗА ЧАСОМ ПАРАМЕТРІВ

В. І. Грицюк
Харківський національний університет радіоелектроніки
просп. Леніна, 14, м. Харків, 61166, Україна. E-mail: astra_kk12@mail.ru

Досліджено модифіковані рекурентні методи, що застосовуються в адаптивному управлінні. Розглянуто їх збіжність для випадку змінного за часом параметричного вектору. Показано, якими властивостями повинен володіти метод оцінки у випадку змінних параметрів. Розвиваються стійкі методи факторизації, які мінімізують обчислювальні витрати. Досліджуються модифіковані методи найменших квадратів з урахуванням апріорних знань о процесі. Необхідні в певних випадках поправки вводяться таким чином, щоб зберігалися первинні властивості збіжності алгоритму оцінки. Як область знаходження змінного параметричного вектора розглядається поліедральна область. Запропоновано метод ортогонального розкладання, що базуэться на швидких перетвореннях Гівенса без квадратних коренів.

Ключові слова: чисельна стійкість, збіжність, адаптивне управління.

АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ. Адаптивное управление стимулирует построение новых рекуррентных алгоритмов, которые могут отслеживать изменения параметров, а также справляться с влиянием немоделированной динамики и неизмеряемых помех. С применением подобных алгоритмов связан вопрос о свойствах сходимости [1–3], получающихся следствиях для выбора подходящих исходных значений и о выгодных численных реализациях.

Целью настоящей работы является исследование и разработка методов оценивания, применяемых в надёжном адаптивном управлении и обладающих повышенной точностью.

МАТЕРИАЛ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ. Для исследования сходимости алгоритма рассмотрим последовательности квадратов норм ошибок параметров $\tilde{\theta}_k = \theta_k - \hat{\theta}_k$:

$$\left\|\tilde{\theta}_k\right\|^2_{P_k^{-1}} = \tilde{\theta}_k^T P_k^{-1} \tilde{\theta}_k. \qquad (1)$$

Квадраты норм (1) в случае рекуррентного метода наименьших квадратов (МНК) образуют для каждого $\hat{\theta}_0 \in R^m$ невозрастающую монотонную последовательность.

Поскольку (1) для каждого $\hat{\theta}_0 \in R^m$ положительно определено, алгоритм сходится глобально. Влияние на скорость сходимости оказывают свойства вектора измерений, а также выбор начальной матрицы P_0. Чем лучше P_o^{-1} аппроксимирует нулевую матрицу, тем больше скорость сходимости.

Модификация МНК, основанная на весовой (экспоненциальной) оценке данных, позволяет отслеживать изменяющиеся во времени параметры.

В этом случае положительная определенность (1) для каждого $\hat{\theta}_k \in R^m$ и любых k выполняется. Числа $\left\|P_i^{-1}\right\|$ играют роль коэффициентов усиления изменений параметров η_i и при $\left\|P_i^{-1}\right\| \succ 1$, т.е., если минимальное собственное значение P_i меньше единицы, влияют неблагоприятно на скорость сходимости. Если, кроме того, теряется положительная определенность P_k $\left(\left\|P_k^{-1}\right\| = \infty\right)$, сходимость ставится под сомнение.

Исследуем алгоритм, сочетающий экспоненциальное забывание, восстановление и ковариационную модификацию. Свойства, которыми должен обладать алгоритм, следующие: экспоненциальное забывание и восстановление, матрица P ограничена сверху или ненулевая нижняя граница для P^{-1}, матрица P^{-1} ограничена сверху или ненулевая нижняя граница для P.

Основные свойства сходимости алгоритма МНК остаются в модифицированной версии: нормализованная ошибка предсказания принадлежит l_2, оценки параметра ограничены, изменения в оценках параметра принадлежат l_2. Свойства сходимости могут быть обобщены для случая θ_0, изменяющегося во времени.

Получим оценку для случая, когда собственные значения P для всех k находятся в интервале $[\overline{\sigma},\overline{v}]$:

$$\begin{aligned}&\left\|P_{j-1}R_j^{-1}\right\|=\left\|\mathrm{I}+P_{j-1}\overline{\alpha}\frac{\varphi_j\varphi_j^T}{1+(1-\overline{\alpha})\varphi_j^T P_{j-1}\varphi_j}\right\|\le 1+\\&+\frac{\overline{\alpha}}{1+(1-\overline{\alpha})\varphi_j^T P_{j-1}\varphi_j}\left\|P_{j-1}\right\|\left\|\varphi_j\right\|^2\le 1+\\&+\frac{\overline{\alpha}\overline{v}\left\|\varphi_j\right\|^2}{1+(1-\overline{\alpha})\varphi_j^T P_{j-1}\varphi_j},\end{aligned} \tag{2}$$

где $\varphi_j, \overline{\alpha}$ – вектор измеренных значений, параметр, регулирующий усиление алгоритма наименьших квадратов, соответственно.

Следовательно, имеет место

$$\left[1+\frac{\overline{\alpha}}{1+(1-\overline{\alpha})\varphi_j^T P_{j-1}\varphi_j}\overline{v}\left\|\varphi_j\right\|^2\right]^{-1}\le\left\|R_j P_{j-1}^{1}\right\|\le 1\cdot \tag{3}$$

Если возбуждение системы может обеспечить $\left\|R_j P_{j-1}^{-1}\right\|\le\chi\prec 1$, то как начальное возмущение $\left\|\widetilde{\theta}_0\right\|$ так и текущие изменения параметров могут убывать экспоненциально.

Для увеличения точности предлагается сочетать этот метод с методом факторизации UDU^T [1].

Исследуем проблему включения априорных данных процесса относительно области пребывания переменного во времени параметрического вектора θ_k или некоторых его элементов в алгоритм оценки методом “наименьших квадратов”. Улучшенные подобным образом алгоритмы оценок применяются, главным образом, в надежном адаптивном регулировании. Их применение направлено на обеспечение стабильности адаптивного контура регулирования в присутствии возмущений и немоделированной динамики. Кроме того, они создают предпосылки для того, чтобы исключить численные затруднения при расчете параметров регулирования.

Ряд подходов к проектированию надежных регуляторов исходит из того априорного знания о процессе, что переменный во времени параметрический вектор θ_k при любых k находится в допустимой области Ω. Это знание о процессе может быть сделано доступным и для адаптивного регулятора, если оно учитывается во время оценки параметров. Тем самым отходят от прежнего рассмотрения процесса как “черного ящика”. Под процессом оценки параметров теперь подразумевается собственная оценка переменных во времени параметров с помощью подходящего для этого алгоритма плюс необходимая в определенных случаях коррекция полученных значений оценки. Если требуется сохранение глобальной сходимости первоначального алгоритма оценки методом наименьших квадратов, то можно свести определение поправки к решению задачи минимизации с учетом дополнительных условий. Приведена сводка необходимых для этого математических основ и ее применение для построения алгоритмов коррекции, включая их численную реализацию. Для простоты сделано ограничение – рассматривается только тот случай, когда параметрический вектор или некоторые его элементы всегда находятся внутри полиэдральной области.

Формулировка проблемы. Пусть подлежащий оценке, переменный во времени, параметрический вектор $\theta_k\in R^n$ при любых k принадлежит к известной области $\Omega\in R^n$. Если фактически оцененный параметрический вектор $\hat{\theta}_k$ заканчивается вне допустимой области Ω, то следует определить новый $\hat{\theta}_k{}^{\Omega}\in\Omega$, который, кроме того, для сохранения свойств сходимости удовлетворяет достаточному условию сходимости

$$\begin{aligned}&(\theta_k-\hat{\theta}_k^{\Omega})^{\mathrm{T}}P_k^{-1}(\theta_k-\hat{\theta}_k^{\Omega})\le\\&\le(\theta_k-\hat{\theta}_k)^{\mathrm{T}}P_k^{-1}(\theta_k-\hat{\theta}_k)\end{aligned}. \tag{4}$$

В основе пути решения лежит следующая взаимосвязь, известная из теории выпуклых множеств.

Пусть $\Gamma\subset R^n$ – выпуклое замкнутое множество в n-мерном евклидовом пространстве $R^n, \vartheta_0\notin\Gamma$ – произвольная точка, находящаяся вне Γ, и $\vartheta_1\in\Gamma$ – точка с минимальным расстоянием от ϑ_0. ϑ_1 – граничная точка Γ и, поэтому, должна быть дополнительно обозначена символом множества. Тогда между ϑ_0, ϑ_1^{Γ} и каждым $\vartheta\in\Gamma$ существует соотношение:

$$(\vartheta-\vartheta_1^{\Gamma})^{\mathrm{T}}(\vartheta-\vartheta_1^{\Gamma})<(\vartheta-\vartheta_0)^{\mathrm{T}}(\vartheta-\vartheta_0)\ . \tag{5}$$

Поскольку из θ_k также известна лишь $\theta_k\in\Omega\ \forall k$, то (5) предлагается в качестве исходного момента для решения поставленной выше задачи. Правда, предпосылкой для этого является выпуклость Ω. Пусть это условие в дальнейшем выполняется. Связь между квадратом использованной в (5) евклидовой и использованной в (4) эллиптической векторной нормой осуществляется через линейное отображение R^n на себя

$$\vartheta=P_k^{-1/2}\theta,\ P_k^{1/2}P_k^{1/2}=P_k=P_k^{\mathrm{T}}>0, \tag{6}$$

причём $P_k^{1/2}$ представляет собой не обязательно симметричный корень из $P_k \in R^{n,n}$. Теперь можно с помощью (6) отобразить $\hat{\theta}_k$ на $\hat{\vartheta}_k$ и Ω на $\Gamma = \left\{\vartheta : \vartheta = P_k^{-1/2}\theta, \theta \in \Omega\right\}$, определить граничную точку $\hat{\vartheta}_k^{\Gamma}$ с минимальным расстоянием от $\hat{\vartheta}_k$ и, наконец, с помощью обратного преобразования получить искомое $\hat{\theta}_k^{\Omega}$ со свойством (4). Эта идея в этой связи впервые была применена Гудвином и Сином. Она используется ниже, чтобы сконструировать алгоритм для того случая, когда Ω описывает полиэдральную область

$$\Omega = \left\{\theta \in R^n : a_j^T\theta \geq b_j,\ j = 1, \dots, m\right\}, \quad (7)$$

и матрица P_k имеется в UDU^{T} – факторизации. Ограничение полиэдральными областями оправдано тем, что

1) линейные ограничения приводят к замкнутым разрешимым системам уравнений,

2) можно охватывать вогнутые области пребывания полиэдральными и потому выпуклыми областями.

Предварительное обсуждение. Применение обратного по отношению к (6) отображения $\theta = P_k^{1/2}\vartheta$ на (7) даёт:

$$\Gamma = \left\{\vartheta \in R^n : a_j^T P_k^{1/2}\vartheta \geq b_j, j = 1,...,m\right\} \quad (8)$$

Экстремальная точка $\hat{\vartheta}_k^{\Gamma}$ отличается от всех лежащих на Γ точек ϑ^{Γ} тем, что она минимизирует расстояние $\left\|\vartheta^{\Gamma} - \hat{\vartheta}_k\right\|$. Геометрически можно пояснить поиск $\hat{\vartheta}_k^{\Gamma}$, ортогональной проекции $\hat{\vartheta}_k$ на Γ, следующим образом. Радиус n-мерной сферы K вокруг $\hat{\vartheta}_k$ увеличивается, начиная от нуля, до тех пор, пока Γ и K не соприкоснутся. Поскольку как Γ, так и K выпуклые, то всегда получается только одна точка соприкосновения.

Выразить алгоритмически описанный процесс поиска нельзя столь же просто, как представить его мысленно. Причина заключается в том, что действующие в точке $\hat{\vartheta}_k^{\Gamma}$ ограничения сами неизвестны. Тем самым подразумеваются все те ограничения в (8), которые выполняются для $\hat{\vartheta}_k^{\Gamma}$ в виде равенства. Соответствующие индексы содержат множество индексов $\mathrm{I}(\hat{\vartheta}_k^{\Gamma}) = \left\{j : a_j^T P_k^{1/2}\hat{\vartheta}_k^{\Gamma} = b_j; j = I,...,m\right\}$. Естественное решение этой проблемы состоит в следующем: исходя из выбранной подходящим образом граничной точки ϑ_0^{Γ} и множества индексов $\hat{\mathrm{I}}_0 = \mathrm{I}(\vartheta_0^{\Gamma})$, в протекающем на границе Γ процессе поиска

$$\vartheta_i^{\Gamma} = \vartheta_{i-1}^{\Gamma} + \alpha_i \rho_i^* \quad (9)$$

улучшать поэтапно множество индексов $\hat{\mathrm{I}}_0$ таким образом, чтобы оно после конечного числа шагов перешло в искомое множество индексов, действующих в экстремальной точке $\hat{\vartheta}_k^{\Gamma}$ ограничений, для того, чтобы иметь возможность на последнем "шаге" вычислить само $\hat{\vartheta}_k^{\Gamma}$. Этот образ действий называется в математической литературе методом активных ограничений (англ.: *active set method*). С его помощью минимизация расстояния $\left\|\vartheta^{\Gamma} - \hat{\vartheta}_k\right\|$ при ограничениях неравенства (8) сводится к конечному числу минимизаций при изменяющихся ограничениях равенства. Следует повторно выполнять два отдельных "шага":

1) определение точки ϑ_i^{Γ}, которая из всех граничных точек минимизирует $\left\|\vartheta^{\Gamma} - \hat{\vartheta}_k\right\|$ при установленных $\hat{\mathrm{I}}_{i-1}$ ограничениях равенства и, тем самым, обеспечивает

$$\left\|\vartheta_i^{\Gamma} - \hat{\vartheta}_k\right\| < \left\|\vartheta_{i-1}^{\Gamma} - \hat{\vartheta}_k\right\|$$

(выполнение i-й минимизации);

2) изменение множества индексов $\hat{\mathrm{I}}_{i-1}$ так, чтобы в последующем шаге при установленных теперь $\hat{\mathrm{I}}_i$ ограничениях равенства было возможно дальнейшее уменьшение расстояния (подготовка $(i+1)$-й минимизации).

Поскольку изменение множества индексов, ведущее к дальнейшему уменьшению расстояния возможно лишь конечное число раз, то необходимо после конечного числа шагов оборвать процесс поиска. Это имеет место в точности тогда, когда выполняются условия, необходимые и достаточные для наличия экстремальной точки $\hat{\vartheta}_k^{\Gamma}$.

Множество индексов $\hat{\mathrm{I}}_{i-1}$ задаёт в каждом шаге посредством установленных им ограничений равенства

$$A_i^{\mathrm{T}} P_k^{1/2}\vartheta = H_i^{\mathrm{T}}\vartheta = b_i, \quad A_i,\, H_i \in R^{n,r},\, b_i \in R^r \quad (10)$$

пространство пересечения граничных гиперплоскостей полиэдральной области Γ.

Ищется точка минимума ϑ_i^* для $f(\vartheta)$ при ограничениях (10). Поскольку ϑ_i^*, как и ϑ_{i-1}^{Γ}, должны удовлетворять (10), то имеет место:

$$H_i^{\mathrm{T}} \rho_i^* = 0. \tag{11}$$

Таким образом, вектор направления ρ_i^* лежит в пространстве нулей (ядре) H_i^{T}, которое содержит совокупность всех векторов, ортогональных столбцам H_i.

Для увеличения точности предлагается метод ортогонального разложения, основанный на быстрых преобразованиях Гивенса без квадратных корней [1].

Числа λ_i при известном ϑ_i^* можно определить из условия

$$\underline{D}_1^{1/2}\,\underline{R}_1 \lambda_i = Q_I^T g(\vartheta_i^*)\,. \tag{12}$$

Ортогональная проекция на ядро $N(H^T)$. Ортогональная проекция $\hat{\vartheta}_k$ на ядро H^{T} может быть с помощью функции Лагранжа

$$L(\vartheta_i, \lambda_i) = \frac{1}{2}\left\|\vartheta - \hat{\vartheta}_k\right\|^2 + \lambda_i^T (b_i - A_i^{\mathrm{T}} P_k^{1/2} \vartheta)$$

сформулирована как экстремальная задача с дополнительными условиями. Приравнивание нулю частных производных $L(\vartheta_i, \lambda_i)$ в точке $\vartheta = \vartheta_i^*$ и последующее решение возникающих при этом систем линейных уравнений относительно ϑ_i^* и λ_i дает ортогональную проекцию.

$$\vartheta_i^* = \hat{\vartheta}_k + P_k^{\mathrm{T}/2} A_i \lambda_i\,,$$
$$\lambda_i = \left[A_i^{\mathrm{T}} P_k A_i\right]^{-1} (b_i - A_i^T P_K^{1/2} \hat{\vartheta}_k). \tag{13}$$

Обратное преобразование приводит, в конечном счете, к

$$\theta_i^* = \hat{\theta}_k + P_k A_i \lambda_i\,. \tag{14}$$

Исходная точка θ_0^{Ω} определяется на пересечении граничных гиперплоскостей Ω, на которые «наталкивается» $\hat{\theta}_k$. Соответственно θ_0^{Ω} выбирается как средняя точка грани, точка на половине края или как угловая точка. Тем самым одновременно задаются $\hat{I}_0, r, A_1 \in R^{3,r}$ и $b_1 \in R^r$. Для вычисления чисел λ_i в силу (13), (6) получим:

$$A_i^T U_k D_k U_k^T A_i \lambda_i = b_i - A_i^T \hat{\theta}_k\,. \tag{15}$$

Если разложить симметричную положительно определенную $r \times r$ – матрицу $A_i^T U_k D_k U_k^T A_i = B_i^T D_k B_i,\ B_i \in R^{3,r}$ как произведение диагональной матрицы $\widetilde{D}_i$, верхней треугольной матрицы $\widetilde{R}_i$ и ее транспонированной матрицы согласно

$$B_i^T D_k B_i = \widetilde{R}_i \widetilde{D}_i \widetilde{R}_i^T,\ \widetilde{R}_i, \widetilde{D}_i \in R^{r,r} \tag{16}$$

то можно ступенчато разрешить (15) относительно λ_i. Разложение осуществляется так: градуированная матрица $D_k^{1/2} B_i$ с помощью поворотов Гивенса без квадратных корней преобразуется к виду:

$$Q_i^T D_k^{1/2} B_i = \begin{pmatrix} * & & \\ & * & \\ & & \widetilde{D}_i^{1/2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \dots \\ \widetilde{R}_i^T \end{pmatrix}. \tag{17}$$

Точка минимума θ_i^* определяется при известном λ_i согласно (14): $\theta_i^{\bullet} = \hat{\theta}_k + U_k D_k B_i \lambda_i$.

Таким образом, следует включить или вычеркнуть столбец a_v в A_i и элемент b_v в b_i. В методе, в котором исследуется ортогональная проекция $\hat{\vartheta}_k$ на ядро H^T, симметричная положительно определенная матрица разлагается с помощью модифицированного метода Гивенса без квадратных корней. Для этой цели используем новые соотношения численно устойчивого модифицированного метода Гивенса [1, 4, 5], где для сокращения времени счета используется модифицированный метод Гивенса без квадратных корней.

Представим $A_1 - 2 \times M$ матрицу как

$$A_1 = D^{1/2} B_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{d_1} & 0 \\ 0 & \sqrt{d_2} \end{bmatrix} \times,$$
$$\times \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \cdots & b_{1,M} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \cdots & b_{2,M} \end{bmatrix},$$

где $D - diag\{d_1, d_2\},\quad d_i \succ 0,\quad B_1 - 2 \times M$ матрица.

В случае преобразования произвольной матрицы $\widetilde{C} = GC_1 = D_1^{1/2} C_2$ для элементов с $b_{j,i} \neq 0$ C_2 – нижнетреугольной используем уравнение $l_k^2 = l_{k-1}^2 + d_{N-k} b_{N-k,M}^2$, $k = 2, \dots, N-1$, элементы α_i и $\beta_{j,i}$ матрицы C_2 для j строки вычисляются по формулам:

$$\alpha_i = (\widetilde{b}_{N,i}^{(N-2)} l_{N-2}^2 + d_j b_{j,M} b_{j,i}) / l_{N-1}^2, \tag{18}$$

для j-й строки вычисляем

$$\beta_{j,i} = b_{j,i} - b_{j,M}\widetilde{b}_{N,i}^{(N-1-j)},$$
$$\beta_{N-1,i} = b_{N,M}b_{N-1,i} - b_{N,i}b_{N-1,M}. \qquad (19)$$

Точка минимума θ_i^* определяется при известном λ_i

$$\theta_i^* = \hat{\theta}_k + U_k D_k U_k^T A_i \lambda_i.$$

Для вычисления λ_i используем соотношение

$$G_i^T\left[D_k^{1/2}U_k^T A_i\right] = \begin{pmatrix} 0 \\ \widetilde{D}_i^{1/2}\widetilde{R}_i^T \end{pmatrix}, \widetilde{D}_i, \widetilde{R}_i \in R^{r,r} \qquad (20)$$
$$\lambda_i = \widetilde{R}_i^{-T}\widetilde{D}_i^{-1}\widetilde{R}_i^{-1}(b_i - A_i^T\hat{\theta}_k) \quad .$$

Полученные алгоритмы имеют оптимальное время счета, повышенную точность и устойчивость.

ВЫВОДЫ. Исследована сходимость модифицированных рекуррентных методов для случая изменяющегося во времени параметрического вектора. Развиваются устойчивые методы, минимизирующие вычислительные затраты.

Созданы модифицированные методы наименьших квадратов с учетом априорных знаний о процессе, позволяющие получать более точные оценки. Для увеличения точности предлагается метод ортогонального разложения, основанный на быстрых преобразованиях Гивенса без квадратных корней.

Полученные алгоритмы имеют оптимальное время счета, повышенную точность и устойчивость.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gritsyuk V.I., Petrov E.G. Recursive stable algorithms for identification of time-varying systems // AMSE-ISIS'97 Proceedings, IOS Press. – 1997. – P. 508–509.

2. Goodwin G.C. A perspective on convergence of adaptive control algorithms / G.C. Goodwin, D.J. Hill, M. Palaniswami // Automatica. – 1984. – Vol. 20, № 5. – P. 519–532.

3. Halwass M. Least squares - Modifikationen zur schat-zung zeitvarianter Parameter / M. Halwass // Messen Stenern Regeln, – 1990. – Vol. 33, № l. – P. 8–14.

4. Hotop H.J. Neue stabile und vektorisierbare Kalmanfliter - Algorithmen auf der Grundlage von Orthogonal Transformationen // DFVLR-FB – Report No. DFVLR-FB-87-52, 1987, – 206 s.

5. Грицюк В.И. Идентификация изменяющихся во времени систем с использованием устойчивых методов // Розвиток науки на сучасному етапі: Міжнародна заочна конференція: матеріали. – Київ, 2012. – Ч. 3. – С. 51–52.

STABLE METHODS FOR TIME-VARYING PARAMETERS ESTIMATION

V. Gritsyuk

Kharkov National University of Radioelectronics

prosp. Lenina, 14, Kharkov, 61166, Ukraine. E-mail: astra_kk12@mail.ru

The author has studied the modified recursive methods used in adaptive control and considered their convergence in the case of the time-varying parametric vector. It was shown what properties should have the evaluation method for the parameters changing. Within the frame of research it was developed the stable methods of factorization that allow minimizing the computational costs, and it was studied the modified least squares methods based on a priori knowledge about the process. The correction necessary in certain cases are to be introduced in such a way as to preserve the initial properties of the estimation algorithm convergence. As a domain of finding of the time-varying parametrical vector it was considered polyhedral region. The author has proposed the method of orthogonal decomposition based on the fast Givens transformations without square roots.

Key words: numerical stability, convergence, adaptive control.

REFERENCES

1. Gritsyuk, V.I., Petrov, E.G. (1997), “Recursive stable algorithms for identification of time-varying systems”, *AMSE-ISIS'97 Proceedings*, IOS Press, pp. 508–509.

2. Goodwin, G.C., Hill, M.J., Palaniswami, M. (1984), “A perspective on convergence of adaptive control algorithms”, *Automatica,* vol. 20, no. 5, pp. 519–532.

3. Halwass, M. (1990), “Least squares – Modifikationen zur schat-zung zeitvarianter Parameter”, *Messen Stenern Regeln*, vol. 33, no. l, pp. 8–14.

4. Hotop, H.J. (1987), “Neue stabile und vektorisierbare Kalmanfliter-Algorithmen auf der Grundlage von Orthogonal Transformationen“, DFVLR-FB – Report No. DFVLR-FB-87-52, 206 p.

5. Gritsyuk, V.I. (2012), “The identification of time-varying systems with using of stable methods”, *Materials of the International correspondence conference “The development of science at the present stage”*, Kyiv, Ukraine, Part 3, pp. 51–52.

Стаття надійшла 30.10.2013.