УДК 539.3

В. Б. РУДНИЦКИЙ, Н. А. ЯРЕЦКАЯ

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СЛОЯ И УПРУГОГО ЦИЛИНДРА С НАЧАЛЬНЫМИ (ОСТАТОЧНЫМИ) НАПРЯЖЕНИЯМИ

Постановка проблемы. В статье в рамках линеаризованной теории упругости [1-4] приводится решение смешанной задачи о давлении упругого цилиндрического штампа на слой с начальными (остаточными) напряжениями.

Основная часть. Рассмотрим случаи, когда слой лежит на жестком основании без трения и слой скреплен с жестким основанием. Исследования выполнены в общем виде для теорий больших (конечных) начальных деформаций и различных вариантов теорий малых начальных деформаций при произвольной структуре упругого потенциала. Предполагается, что упругие потенциалы – дважды непрерывно-дифференцируемые функции алгебраических инвариантов тензора деформации Грина, и начальное состояние в слое – однородное. Все исследования проведены в координатах начального деформированного состояния y_i, которые связаны с лагранжевыми координатами (естественного состояния) отношениями $y_i = \lambda_i x_i \quad (i = 1,2,3)$, где λ_i – коэффициенты удлинения, что определяют перемещения начального состояния.

Кроме того, предположим, что действие штампа вызывает в слое малое возмущение основного напряженно-деформированного состояния, для которого выполняются условия

$$S_0^{11} = S_0^{22} \neq 0; \quad S_0^{33} = 0; \quad \lambda_1 = \lambda_2 \neq \lambda_3$$

Величины, относящиеся к упругому штампу, записываем в принятых обозначениях теории упругости, а величины, относящиеся к предварительно напряженному слою, с начальными (остаточными) напряжениями в обозначениях [1,2].

Пусть в упругий слой с начальными напряжениями (которые возникают до контакта) вдавливается упругий цилиндричный штамп высотой H под действием силы P. Сила приложена к упругому штампу так, что его свободный торец деформируется в направлении оси Oy_3 на одинаковую величину ε, а поверхности вне области контакта остаются свободными от напряжений. В системе круговых цилиндрических координат $(r, \;\; \theta, \;\; z_i)$ такой постановке соответствуют граничные условия.

На торце упругого штампа $z_i = n_i^{-1/2} H$

$$u_z = -\varepsilon; \quad \tau_{rz} = 0 \quad (0 \leq r \leq R). \tag{1}$$

На границе упругого слоя в области контакта $z_i = 0$

$$u_3 = u_z; \quad \tilde{Q}_{33} = \sigma_{zz} \quad \tilde{Q}_{3r} = \tau_{rz} = 0 \quad (0 \leq r \leq R). \tag{2}$$

На границе упругого слоя вне области контакта $z_i = 0$

$$\tilde{Q}_{33} = 0 \quad \tilde{Q}_{3r} = 0 \quad (R \leq r < \infty). \tag{3}$$

На боковой поверхности упругого штампа $r = R$

$$\sigma_{rr} = 0; \quad \tau_{rz} = 0 \quad (0 \leq z_i \leq H). \tag{4}$$

На нижней поверхности слоя, лежащего на жестком основании и скрепленного с основанием, $z_i = -\dfrac{\lambda_3 H_2}{\sqrt{n_i}} = -\dfrac{H_i}{\sqrt{n_i}}$

$$u_3 = 0 \quad \tilde{Q}_{3r} = 0 \quad (0 \leq r < \infty). \tag{5}$$

$$u_3 = 0 \quad u_r = 0 \quad (0 \leq r < \infty). \tag{6}$$

где $z_i = n_i^{-1/2} y_3$; H_2 – толщина слоя в естественном (недеформированном) состоянии; H_1 – толщина слоя в начальном деформированном состоянии; R – радиус штампа; n_i – корни разрешающего уравнения [3, формула (2,12)].

Для определения напряженно-деформированного состояния осесимметрической статической задачи в упругом цилиндре используем линеаризованные уравнения [2,3] из которых следуют выражения для компонент вектора перемещения и тензора напряжения.

Тогда для равных корней $n_1 = n_2$ компоненты вектора перемещения имеют вид:

$$\begin{gathered}
U_r = \frac{1}{v_1}\left(2D_0 r(2z_1+1) + \sum_{k=1}^{\infty} I_1(v_1\gamma_k r) v_1\gamma_k (B_k S_1(v_1\gamma_k z_1) + (A_k + z_1 B_k) v_1\gamma_k S_6(v_1\gamma_k z_1)) - \right. \\
\left. - \sum_{k=1}^{\infty} B_k J_1(\alpha_k r)\alpha_k (S_3(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_4(\alpha_k z_1) + z_1\alpha_k S_5(\alpha_k z_1))\right) \\
U_3 = a_1\left(4D_0 z_1(z_1+1) + \sum_{k=1}^{\infty}(A_k + z_1 B_k) I_0(v_1\gamma_k r) v_1^{\,2}\gamma_k^{\,2} S_1(v_1\gamma_k z_1) - \right. \\
\left. \sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r)\alpha_k^{\,2}(S_2(\alpha_k z_1) + z_1 S_3(\alpha_k z_1))\right) + a_2\left(2A_0 - 4D_0 z_1(2z_1+1) + \right. \\
+ 2D_0 r^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_0(v_1\gamma_k r) v_1\gamma_k (2B_k S_1(v_1\gamma_k z_1) - (A_k + z_1 B_k) v_1\gamma_k S_6(v_1\gamma_k z_1)) + \\
\left. + \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r)\alpha_k (2S_5(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_2(\alpha_k z_1) + z_1\alpha_k S_3(\alpha_k z_1))\right)
\end{gathered} \qquad (7)$$

где $a_1 = \begin{cases} \dfrac{w_{1111}}{w_{1133} + w_{1313}}, & \text{сжимаемые тела;} \\ \dfrac{x_{1111}}{x_{1133} + x_{1313}}, & \text{несжимаемые тела.} \end{cases}$ $\quad a_2 = \begin{cases} \dfrac{w_{3113}}{n_1\left(w_{1133} + w_{1313}\right)}, & \text{сжимаемые тела;} \\ \dfrac{x_{3113}}{n_1\left(x_{1133} + x_{1313}\right)}, & \text{несжимаемые тела.} \end{cases}$

Из (7) получаем выражения для определения составляющих вектора напряжений при $r = const$ в круговых цилиндрических координатах

$$\begin{gathered}
Q_{rr} = a_3\left(2D_0(2z_1+1) + \sum_{k=1}^{\infty}(v_1\gamma_k (A_k + z_1 B_k) S_6(v_1\gamma_k z_1) + B_k S_1(v_1\gamma_k z_1))\left(I_0(v_1\gamma_k r) - \frac{I_1(v_1\gamma_k r)}{v_1\gamma_k r}\right) v_1^{\,2}\gamma_k^{\,2} - \right. \\
\left. - \sum_{k=1}^{\infty}\left(J_0(\alpha_k r) - \frac{J_1(\alpha_k r)}{\alpha_k r}\right)\alpha_k^{\,2}(S_3(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_4(\alpha_k z_1) + z_1\alpha_k S_5(\alpha_k z_1))\right) + a_4\left(4D_0(2z_1+1) + \right. \\
+ \sum_{k=1}^{\infty} I_0(v_1\gamma_k r) v_1^{\,2}\gamma_k^{\,2}(B_k S_1(v_1\gamma_k z_1) + (A_k + z_1 B_k) v_1\gamma_k S_6(v_1\gamma_k z_1)) - \\
- \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r)\alpha_k^{\,2}(S_3(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_4(\alpha_k z_1) + z_1\alpha_k S_5(\alpha_k z_1)) + \frac{a_2}{a_1}\left(-4D_0(4z_1+1) - \right. \\
- \sum_{k=1}^{\infty} I_0(v_1\gamma_k r) v_1^{\,2}\gamma_k^{\,2}(3B_k S_1(v_1\gamma_k z_1) + (A_k + z_1 B_k) v_1\gamma_k S_6(v_1\gamma_k z_1)) + \\
\left.\left. + \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r)\alpha_k^{\,2}(3S_3(\alpha_k z_1) + \alpha_k S_4(\alpha_k z_1) + z_1\alpha_k S_5(\alpha_k z_1))\right)\right) + a_0'.
\end{gathered} \qquad (8)$$

$$Q_{r3}=a_5\left(4D_0r+\sum_{k=1}^{\infty}I_1(v_1\gamma_kr)v_1^{\ 2}\gamma_k^{\ 2}(2B_kS_6(v_1\gamma_kz_1)-v_1\gamma_k(A_k+z_1B_k)S_1(v_1\gamma_kz_1))-\right.$$
$$\left.-\sum_{k=1}^{\infty}J_1(\alpha_kr)\alpha_k^{\ 2}(2S_5(\alpha_kz_1)+\alpha_kS_2(\alpha_kz_1)+z_1\alpha_kS_3(\alpha_kz_1))\right)+ \tag{9}$$
$$+a_6\left(\sum_{k=1}^{\infty}(A_k+z_1B_k)I_1(v_1\gamma_kr)v_1^{\ 3}\gamma_k^{\ 3}S_1(v_1\gamma_kz_1)+\sum_{k=1}^{\infty}J_1(\alpha_kr)\alpha_k^{\ 3}(S_2(\alpha_kz_1)+z_1S_3(\alpha_kz_1))\right),$$

где $a_0{}'=\begin{cases}0, & \text{сжимаемые тела;}\\ p\lambda_1q_1, & \text{несжимаемые тела.}\end{cases}$ $\quad a_0{}''=\begin{cases}0, & \text{сжимаемые тела;}\\ p\lambda_3q_3, & \text{несжимаемые тела.}\end{cases}$

$$a_3=\begin{cases}-\dfrac{w_{1111}}{v_1}, & \text{сжимаемые тела;}\\ -\dfrac{x_{1111}}{v_1}, & \text{несжимаемые тела.}\end{cases}\qquad a_4=\begin{cases}\dfrac{w_{1111}w_{1133}}{v_1\left(w_{1133}+w_{1313}\right)}, & \text{сжимаемые тела;}\\ \dfrac{x_{1111}x_{1133}}{v_1\left(x_{1133}+x_{1313}\right)}, & \text{несжимаемые тела.}\end{cases}$$

$$a_5=\begin{cases}-\dfrac{w_{1313}}{n_1}+\dfrac{w_{3131}w_{3113}}{n_1(w_{1133}+w_{1313})}, & \text{сжимаемые тела;}\\ -\dfrac{x_{1313}}{n_1}+\dfrac{x_{3131}x_{3113}}{n_1(x_{1133}+x_{1313})}, & \text{несжимаемые тела.}\end{cases}\qquad a_6=\begin{cases}\dfrac{w_{1111}w_{1331}}{\left(w_{1133}+w_{1313}\right)}, & \text{сжимаемые тела;}\\ \dfrac{x_{1111}x_{1331}}{\left(x_{1133}+x_{1313}\right)}, & \text{несжимаемые тела.}\end{cases}$$

При $y_3=const$ в круговых цилиндрических координатах:

$$Q_{33}=\frac{1}{v_1}\left(a_7\left(2D_0(2z_1+1)+\sum_{k=1}^{\infty}(v_1\gamma_k(A_k+z_1B_k)S_6(v_1\gamma_kz_1)+B_kS_1(v_1\gamma_kz_1))\left(I_0(v_1\gamma_kr)-\frac{I_1(v_1\gamma_kr)}{v_1\gamma_kr}\right)v_1^{\ 2}\gamma_k^{\ 2}-\right.\right.$$
$$\left.-\sum_{k=1}^{\infty}\left(J_0(\alpha_kr)-\frac{J_1(\alpha_kr)}{\alpha_kr}\right)\alpha_k^{\ 2}(S_3(\alpha_kz_1)+\alpha_kS_4(\alpha_kz_1)+z_1\alpha_kS_5(\alpha_kz_1))\right)+a_8\left(4D_0(2z_1+1)+\right.$$
$$+\sum_{k=1}^{\infty}I_0(v_1\gamma_kr)v_1^{\ 2}\gamma_k^{\ 2}(B_kS_1(v_1\gamma_kz_1)+(A_k+z_1B_k)v_1\gamma_kS_6(v_1\gamma_kz_1))- \tag{10}$$
$$\left.-\sum_{k=1}^{\infty}J_0(\alpha_kr)\alpha_k^{\ 2}(S_3(\alpha_kz_1)+\alpha_kS_4(\alpha_kz_1)+z_1\alpha_kS_5(\alpha_kz_1))\right)-a_9\left(4D_0(4z_1+1)+\right.$$
$$+\sum_{k=1}^{\infty}I_0(v_1\gamma_kr)v_1^{\ 2}\gamma_k^{\ 2}(3B_kS_1(v_1\gamma_kz_1)+(A_k+z_1B_k)v_1\gamma_kS_6(v_1\gamma_kz_1))-$$
$$\left.\left.-\sum_{k=1}^{\infty}J_0(\alpha_kr)\alpha_k^{\ 2}(3S_3(\alpha_kz_1)+\alpha_kS_4(\alpha_kz_1)+z_1\alpha_kS_5(\alpha_kz_1))\right)\right)+a_0{}''$$

$$Q_{3r}=a_5\left(4D_0r+\sum_{k=1}^{\infty}I_1(v_1\gamma_kr)v_1^{\ 2}\gamma_k^{\ 2}(2B_kS_6(v_1\gamma_kz_1)-v_1\gamma_k(A_k+z_1B_k)S_1(v_1\gamma_kz_1))-\right.$$
$$\left.-\sum_{k=1}^{\infty}J_1(\alpha_kr)\alpha_k^{\ 2}(2S_5(\alpha_kz_1)+\alpha_kS_2(\alpha_kz_1)+z_1\alpha_kS_3(\alpha_kz_1))\right)+$$
$$+a_{10}\left(\sum_{k=1}^{\infty}(A_k+z_1B_k)I_1(v_1\gamma_kr)v_1^{\ 3}\gamma_k^{\ 3}S_1(v_1\gamma_kz_1)+\sum_{k=1}^{\infty}J_1(\alpha_kr)\alpha_k^{\ 3}(S_2(\alpha_kz_1)+z_1S_3(\alpha_kz_1))\right),$$

где $a_7 = \begin{cases} -w_{3311}, & \text{сжимаемые тела;} \\ -x_{3311}, & \text{несжимаемые тела.} \end{cases}$ $a_8 = \begin{cases} \dfrac{w_{1111}w_{3333}}{\left(w_{1133}+w_{1313}\right)}, & \text{сжимаемые тела;} \\ \dfrac{x_{1111}x_{3333}}{\left(x_{1133}+x_{1313}\right)}, & \text{несжимаемые тела.} \end{cases}$

$a_9 = \begin{cases} \dfrac{w_{3333}w_{3113}}{n_1\left(w_{1133}+w_{1313}\right)}, & \text{сжимаемые тела;} \\ \dfrac{x_{3333}x_{3113}}{n_1\left(x_{1133}+x_{1313}\right)}, & \text{несжимаемые тела.} \end{cases}$ $a_{10} = \begin{cases} \dfrac{w_{1111}w_{3131}}{\left(w_{1133}+w_{1313}\right)}, & \text{сжимаемые тела;} \\ \dfrac{x_{1111}x_{3131}}{\left(x_{1133}+x_{1313}\right)}, & \text{несжимаемые тела.} \end{cases}$

$$\begin{aligned} p = a_{11}\Bigg(& 4D_0(2z_1+1)+\sum_{k=1}^{\infty} I_0(v_1\gamma_k r)v_1^{\,2}\gamma_k^{\,2}(B_k S_1(v_1\gamma_k z_1)+v_1\gamma_k(A_k+z_1B_k)S_6(v_1\gamma_k z_1))- \\ & -\sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r)\alpha_k^{\,2}(S_3(\alpha_k z_1)+\alpha_k S_4(\alpha_k z_1)+z_1\alpha_k S_5(\alpha_k z_1))-\frac{x_{3113}}{n_1}\Bigg(4D_0(4z_1+1)+ \\ & +\sum_{k=1}^{\infty} I_0(v_1\gamma_k r)v_1^{\,2}\gamma_k^{\,2}(3B_k S_1(v_1\gamma_k z_1)+v_1\gamma_k(A_k+z_1B_k)S_6(v_1\gamma_k z_1))- \\ & -\sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r)\alpha_k^{\,2}(3S_3(\alpha_k z_1)+\alpha_k S_4(\alpha_k z_1)+z_1\alpha_k S_5(\alpha_k z_1))\Bigg)\Bigg); \end{aligned} \tag{11}$$

$a_{11} = \dfrac{1}{v_1}\left(\dfrac{x_{1111}}{\lambda_1 q_1}-\dfrac{x_{1133}-x_{1313}}{\lambda_3 q_3}\right), \qquad z_i = n_i^{-1/2}y_3, \quad (i=\overline{1,3})\,,.$

Для неравных корней $n_1 \neq n_2$ компоненты вектора перемещения будут:

$$\begin{aligned} U_r = \Bigg(& 4D_0 r+\sum_{k=1}^{\infty} A_k I_1(v_1\gamma_k r)v_1^2\gamma_k^2 S_6(z_1 v_1\gamma_k)-\sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r)\alpha_k^2 S_4(z_1\alpha_k)+ \\ & +\sum_{k=1}^{\infty} B_k I_1(v_2\gamma_k r)v_2^2\gamma_k^2 S_6(z_2 v_2\gamma_k)-\sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r)\alpha_k^2 S_5(z_2\alpha_k)\Bigg); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_3 = {} & \frac{m_1}{v_1}\left(4D_0 z_1+\sum_{k=1}^{\infty} A_k I_0(v_1\gamma_k r)v_1^{\,2}\gamma_k^{\,2}S_1(v_1\gamma_k z_1)-\sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r)\alpha_k^{\,2}S_2(\alpha_k z_1)\right)+ \\ & +\frac{m_2}{v_2}\left(4D_0 z_2+\sum_{k=1}^{\infty} B_k I_0(v_2\gamma_k r)v_2^{\,2}\gamma_k^{\,2}S_1(v_2\gamma_k z_2)-\sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r)\alpha_k^{\,2}S_2(\alpha_k z_2)\right). \end{aligned} \tag{12}$$

Из (12) получаем выражения для определения составляющих вектора напряжений при $y_3 = const$ и $r = const$ в круговых цилиндрических координатах

$$\begin{aligned} Q_{33} = C_{44}\Bigg(& (1+m_1)l_1\left(4D_0+\sum_{k=1}^{\infty} A_k I_0(v_1\gamma_k r)v_1^{\,3}\gamma_k^{\,3}S_6(v_1\gamma_k z_1)-\sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r)\alpha_k^{\,3}S_4(\alpha_k z_1)\right)+ \\ & +(1+m_2)l_2\left(4D_0+\sum_{k=1}^{\infty} B_k I_0(v_2\gamma_k r)v_2^{\,3}\gamma_k^{\,3}S_6(v_2\gamma_k z_2)-\sum_{k=1}^{\infty} J_0(\alpha_k r)\alpha_k^{\,3}S_5(\alpha_k z_2)\right)\Bigg)+a_0''; \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} Q_{3r} = C_{44}\Bigg(& \frac{(1+m_1)}{v_1}\left(\sum_{k=1}^{\infty} A_k I_1(v_1\gamma_k r)v_1^{\,3}\gamma_k^{\,3}S_1(v_1\gamma_k z_1)+\sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r)\alpha_k^{\,3}S_2(\alpha_k z_1)\right)+ \\ & +\frac{(1+m_2)}{v_2}\left(\sum_{k=1}^{\infty} B_k I_1(v_2\gamma_k r)v_2^{\,3}\gamma_k^{\,3}S_1(v_2\gamma_k z_2)+\sum_{k=1}^{\infty} J_1(\alpha_k r)\alpha_k^{\,3}S_3(\alpha_k z_2)\right)\Bigg). \end{aligned}$$

$$Q_{r3}=a_{13}^{1}\left(\sum_{k=1}^{\infty}A_kI_1(v_1\gamma_kr)v_1^3\gamma_k^3S_1(v_1\gamma_kz_1)+\sum_{k=1}^{\infty}J_1(\alpha_kr)\alpha_k^3S_2(\alpha_kz_1)\right)+$$
$$+a_{13}^{2}\left(\sum_{k=1}^{\infty}B_kI_1(v_2\gamma_kr)v_2^3\gamma_k^3S_1(v_2\gamma_kz_2)+\sum_{k=1}^{\infty}J_1(\alpha_kr)\alpha_k^3S_3(\alpha_kz_2)\right); \qquad (14)$$

$$Q_{rr}=-v_1a_3\left(4D_0+\sum_{k=1}^{\infty}A_k\left(I_0(v_1\gamma_kr)-\frac{I_1(v_1\gamma_kr)}{v_1\gamma_kr}\right)v_1^3\gamma_k^3S_6(v_1\gamma_kz_1)-\right.$$
$$-\sum_{k=1}^{\infty}\left(J_0(\alpha_kr)-\frac{J_1(\alpha_kr)}{\alpha_kr}\right)\alpha_k^3(S_4(\alpha_kz_1)+S_5(\alpha_kz_2))+\sum_{k=1}^{\infty}B_k\left(I_0(v_2\gamma_kr)-\frac{I_1(v_2\gamma_kr)}{v_2\gamma_kr}\right)v_2^3\gamma_k^3S_6(v_2\gamma_kz_2)\Bigg)+$$
$$+\frac{a_{12}}{r}\left(4D_0r+\sum_{k=1}^{\infty}A_kI_1(v_1\gamma_kr)v_1^2\gamma_k^2S_6(v_1\gamma_kz_1)-\sum_{k=1}^{\infty}J_1(\alpha_kr)\alpha_k^2(S_4(\alpha_kz_1)+S_5(\alpha_kz_2))+\right.$$
$$+\left.\sum_{k=1}^{\infty}B_kI_1(v_2\gamma_kr)v_2^2\gamma_k^2S_6(v_2\gamma_kz_2)\right)+\lambda_3v_1\frac{a_4}{a_1}\left(\frac{m_1}{n_1}\left(4D_0+\sum_{k=1}^{\infty}A_kI_0(v_1\gamma_kr)v_1^3\gamma_k^3S_6(v_1\gamma_kz_1)-\right.\right.$$
$$\left.-\sum_{k=1}^{\infty}J_0(\alpha_kr)\alpha_k^3S_4(\alpha_kz_1)\right)+\frac{m_2}{n_2}\left(4D_0+\sum_{k=1}^{\infty}B_kI_0(v_2\gamma_kr)v_2^3\gamma_k^3S_6(v_2\gamma_kz_2)-\sum_{k=1}^{\infty}J_0(\alpha_kr)\alpha_k^3S_4(\alpha_kz_2)\right)\Bigg)+a_0',$$

где $a_{12}=\begin{cases}w_{1122}, & \text{сжимаемые тела;}\\ x_{1122}, & \text{несжимаемые тела.}\end{cases}$ $a_{13}^{i}=\begin{cases}\dfrac{\lambda_3w_{1313}+w_{1331}m_i}{v_i}, & \text{сжимаемые тела;}\\[2mm] \dfrac{\lambda_3x_{1313}+x_{1331}m_i}{v_i}, & \text{сжимаемые тела.}\end{cases}$

$$S_1=C_k\sin(\gamma_kv_iz_i)+D_k\cos(\gamma_kv_iz_i),\ S_2=E_ksh(\alpha_kz_i)+F_kch(\alpha_kz_i),$$
$$S_3=N_ksh(\alpha_kz_i)+M_kch(\alpha_kz_i),\ S_4=E_kch(\alpha_kz_i)+F_kch(\alpha_kz_i), \qquad (15)$$
$$S_5=N_kch(\alpha_kz_i)+M_ksh(\alpha_kz_i),\ S_6=C_k\cos(\gamma_kv_iz_i)-D_k\sin(\gamma_kv_iz_i).$$

Выводы. Таким образом, в работе получены аналитические зависимости, которые отображают влияние начальных напряжений на напряженно-деформированное состояние системы упругого штампа и слоя с начальными напряжениями. Исследован вопрос о влиянии начальных напряжений на закон распределения контактных усилий в слое с начальными напряжениями и упругом штампе. Отмечено значительное влияние начальных напряжений на характер и величину распределения напряжений и перемещений в области контакта и упругого штампа.

ЛІТЕРАТУРА

1. Guz A.N. Fundamentals of the contact interaction theory of elastic bodies with initial (residual) stresses/ A.N. Guz, V.B. Rudnitsky. – Khmelnitskiy, Software the Miller "Scientific editions", 2006. – P. 710.
2. Guz A.N. Contact problems for elastic bodies with initial (residual) stresses / A.N. Guz, V.B. Rudnitsky. – Khmelnitskiy, Software the Miller "Scientific editions", 2004. – P. 682.
3. Гузь А. Н. Механика хрупкого разрушения материалов с начальными напряжениями / А. Н. Гузь. – Киев: Наук. думка, 1983. – 286 с.
4. Rudnitsky V. B. Contact interaction of resilient die and cylindrical die with initial (residual) tension. / V. B. Rudnitsky, N. O. Yaretska // Вісник Хмельницького національного університету. Науковий журнал: Технічні науки. – Хмельницький: ХНУ, 2007. – №5. – С. 136–137.

РУДНИЦЬКИЙ Вячеслав Брониславович – д. т. н., профессор, заведующий кафедры высшей математики Хмельницкого национального университета.

Научные интересы:

– механика твердого деформируемого тела.

ЯРЕЦКАЯ Наталия Александровна – аспирантка, преподаватель кафедры высшей математики Хмельницкого национального университета.

Научные интересы:

– механика твердого деформируемого тела.