

## ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ НАУКИ

УДК 518.81

Ю.Н. Бардачев, В.В. Крючковский, Э.Г. Петров

### КОМПАРАТОРНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ И ЭКСПЕРТНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ: СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

*Розв'язується задача структурно-параметричної ідентифікації моделі багатокритеріального оцінювання з використанням методу, який базується на ідеях компараторної ідентифікації. Показано, що метод компараторної ідентифікації і метод експертного оцінювання взаємно доповнюють один одного та мають області як сумісного, так і преференційного альтернативного використання.*

**Введение.** Одной из важнейших современных проблем теории искусственного или, по более осторожной терминологии, вычислительного интеллекта является конструктивная формализация процессов принятия решений. Эти решения (бытовые, профессиональные, социальные, экономические и т.д.) разнородны, имеют различную значимость, но независимо от проблемной ориентации процесс принятия решений (ПР) можно структурировать на следующие этапы: определение цели, которую необходимо достичь; формирование множества возможных способов (решений) достижения цели  $X^B$  и выделение из него подмножества допустимых решений  $X \subset X^B$ ; обоснование критерия оценки эффективности решений  $K(x)$ , т.е. метрики, в которой можно сравнивать допустимые решения  $x \in X$  по «качеству»; вычисление оптимального, т.е. наиболее эффективного решения

$$x^0 = \arg \operatorname{extr}_{x \in X} K(x). \quad (1)$$

Формирование критериальной оценки  $K(x)$  связано с необходимостью формализации понятия «эффективность». По определению В.М.Глушкова [1] эффективное решение должно быть своевременным; полным (комплексным); оптимальным.

При этом каждый из перечисленных аспектов в свою очередь описывается несколькими характеристиками, т.е. частными критериями  $k_i(x)$ . В результате эффективность решения в общем случае характеризуется кортежем разнородных, измеренных в различных шкалах, частных критериев, т.е.

$$K(x) = \langle k_i(x) \rangle, \quad i = \overline{1, n},$$

а задача оптимизации (1) соответственно трансформируется в вид

$$x^0 = \arg \operatorname{extr}_{x \in X} \langle k_i(x) \rangle, \quad \forall i = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Если допустимое множество  $X$  включает в себя подмножество противоречивых (компромиссных, парето-оптимальных) решений, то задача (2) решения не имеет, т.е. является некорректной по Адамару [2]. Общий подход к решению таких задач основан на их регуляризации [3], путем учета некоторой дополнительной информации или регуляризирующих формальных правил, которые в данном случае называются схемами компромисса [4]. Все они основаны на скаляризации тем или иным способом исходной задачи многокритериального выбора (2). При этом наиболее конструктивным методом скаляризации задачи (2) является формирование обобщенной скалярной оценки на множестве частных критериев, известной как функция полезности [5]

$$P(x) = F[k_i(x), A], \quad (3)$$

где  $F$  – оператор, определяющий структуру модели;  $A$  – кортеж параметров модели.

Корректная реализация этого подхода связана с необходимостью решения задачи синтеза модели многокритериального оценивания [4].

**Анализ исследований и публикаций.** Синтез любой математической модели связан с необходимостью решения двух взаимосвязанных задач: структурной (определение вида оператора  $F$ ) и параметрической (определение численных значений элементов кортежа параметров  $A$ ) идентификации.

В настоящее время хорошо развита теория и методология идентификации математических моделей, описывающих натурные (физические, экономические, социальные и т.д.) процессы [6]. В основе этой методологии лежит концепция о наблюдаемости процесса, т.е. возможности измерения значений входных и выходных переменных [7].

В отличие от натуральных процессов процедуры многокритериального оценивания являются интеллектуальным процессом. Это обстоятельство предопределяет ряд специфических особенностей задачи идентификации модели (3).

Во-первых, в силу ограниченности знаний о характере функционирования мозга [8,9], отсутствуют как методология, так и инструментальные средства непосредственного измерения результатов оценивания допустимых решений, т.е. значения функции  $P(x)$ . Это означает, что идентифицируемый процесс является ненаблюдаемым по выходу, что делает полностью непригодными классические методы идентификации.

Вторая особенность заключается в том, что процесс оценивания в значительной степени субъективен, так как на конечный результат влияют знания, опыт, индивидуальные предпочтения. Это однозначно подтверждается результатами экспертного оценивания.

Преодоление указанных особенностей связано с необходимостью разработки более объективных формальных методов идентификации интеллектуальной деятельности. Для этого можно воспользоваться идеями компараторной идентификации [10]. Метод впервые был предложен И. Ньютоном для идентификации модели цветового зрения и в настоящее время активно развивается Ю.П. Шабановым-Кушнаренко и его школой для идентификации моделей сенсорных органов и моделей интеллектуальной деятельности, связанных с пониманием текстов и обучением языку [11]. Однако, он ориентирован на проведение активных экспериментов и требует дальнейшего развития с тем, чтобы решать задачи идентификации, основываясь только на результатах пассивных экспериментов.

**Интроспективный метод синтеза модели интеллектуальной деятельности.** В связи с тем, что процедура оценивания является интеллектуальным ненаблюдаемым по выходу процессом, единственным носителем информации и ее потенциальным источником выступает человек. Задача заключается в получении этой информации. В настоящее время основным и широко распространенным методом идентификации моделей интеллектуальной деятельности вообще и моделей оценивания в частности, является интроспективный анализ. Он заключается в том, что внешний наблюдатель-когнитолог с помощью анкетирования, интервьюирования и другими методами побуждает носителя информации (экспертов, лиц, принимающих решения, покупателей, избирателей) к познанию, структуризации и оцениванию параметров процесса принятия решений и выдачи ее наблюдателю. Такая процедура известна как метод экспертного оценивания. Многие ее проблемно ориентированные разновидности широко и плодотворно используются в социологии, маркетинге и других областях, связанных с оцениванием. Что же касается проблемы модели синтеза оценивания, то метод имеет ряд особенностей, граничащих с недостатками.

К таким особенностям прежде всего относится субъективизм получаемых оценок. В конечном счете это приводит к плохой воспроизводимости оценок, особенно количественных. Это означает, что различные группы экспертов дают отличающиеся результаты. При этом лучшая воспроизводимость, как правило, наблюдается, если оценивание производится не в количественных, а в качественных шкалах [12]. Это объясняется склонностью людей к нечетким оценкам с достаточно широким интервалом, покрывающим субъективный разброс точечных оценок. Эта особенность послужила отправной точкой создания теории нечетких множеств [13].

Другая особенность связана с ограниченным объемом краткосрочной памяти. Человек уверенно может анализировать около семи понятий. В сложных многомерных ситуациях когнитологу необходимо структурировать проблему на последовательности процедур экспертного оценивания. При этом на каждом этапе в результате субъективизма экспертов образуется интервальная погрешность оценивания, которая последовательно накапливается.

Еще одна особенность экспертного подхода заключается в том, что он не позволяет производить синтез структуры модели многофакторного оценивания. Крайне трудно умозрительно оценивать латентные взаимосвязи критериев, нелинейный характер зависимости полезности от абсолютного значения критерия и т.д.

Совокупность перечисленных особенностей привела к тому, что экспертным путем решаются в основном задачи параметрической идентификации простейших структур таких как:

аддитивная

$$P(x) = \sum a_i k_i(x), \tag{4}$$

мультипликативная

$$P(x) = \prod_{i=1}^n k_i(x), \tag{5}$$

или Кобба-Дугласа

$$P(x) = \prod_{i=1}^n [k_i(x)]^{a_i}. \tag{6}$$

Вместе с этим эксперты с высоким уровнем согласованности решают даже в сложных многомерных ситуациях задачу установления отношения порядка: превосходства

$$x_1 \succ x_2 \tag{7}$$

или эквивалентности

$$x_1 \sim x_2 \tag{8}$$

на множестве альтернативных решений. Это открывает перспективу использования альтернативного экспертному оцениванию метода, основанного на идеях компараторной идентификации [14,15].

**Компараторная структурно-параметрическая идентификация модели многофакторного оценивания.** Теоретической основой метода является теория полезности [16], утверждающая, что для любого решения  $x \in X$  существует обобщенная скалярная оценка «полезности»  $P(x)$ , для которой выполняются условия:

$$\text{если } x_1, x_2 \in X \text{ и } x_1 \succ x_2, \text{ то } P(x_1) > P(x_2). \tag{9}$$

Из  $x_1 \sim x_2$  соответственно следует, что

$$P(x_1) = P(x_2).$$

Для решения задачи структурно-параметрической идентификации модели (3) примем следующие допущения.

1. Задано множество допустимых решений  $X$ , при этом для каждого решения  $x \in X$  априорно известен кортеж частных характеристик (критериев)  $K(x) = \langle k_i(x) \rangle, i = 1, n$ , достаточно полно описывающих эффективность решений в целом.

2. Существует компаратор, который способен установить отношение порядка вида (7) или (8) на любой паре решений  $x_1, x_2 \in X$ . В качестве такого компаратора могут выступать: лицо, принимающее решение (ЛПР), эксперт, группа экспертов и т.д. Принципиальным является то, что сравнение решений производится в качественных шкалах (лучше, хуже, предпочтительнее и т.д.). Это означает, что от экспертов не требуется количественных оценок. Компараторное оценивание может проводиться в режиме активного или пассивного эксперимента. В первом случае специально выбранному эксперту или группе экспертов предъявляется для анализа множество решений  $X$  с целью установления отношения на нем строгого

$$x_1 \succ x_2 \succ x_3 \succ \dots \succ x_n \tag{10}$$

или нестрогого

$$x_1 \succ x_2 \sim x_3 \succ x_4 \sim \dots \succ x_n \tag{11}$$

порядка.

Во втором случае в режиме нормального функционирования регистрируется только решение  $x_n \in X$ , выбранное ЛПР.

Так как каждый индивидум стремится выбрать наилучшее решение из доступных, это означает

$$x_n \succ x_i, \forall i = \overline{1, m-1}. \tag{12}$$

В дальнейшем, для определенности, но без потери общности, рассмотрим ситуацию (12).

С учетом (9) систему отношений (12) можно представить в виде

$$P(x_n) > P(x_j), \forall j = \overline{1, m-1} \quad l \neq j. \tag{13}$$

Подставляя в (13) соотношения (4), получим систему неравенств

$$F[k_i(x_n), A] - F[k_i(x_j), A] < 0; \forall j = \overline{1, n-1}, \tag{14}$$

на основе которой необходимо решить задачу структурно-параметрической идентификации модели многокритериального оценивания, т.е. определить вид оператора  $F$  и численные значения элементов кортежа параметров  $A$ . Это взаимосвязанные задачи, которые решаются итерационно: выдвигается гипотеза о виде структуры модели, затем на основе экспериментальных данных для фиксированной структуры определяются оценки параметров модели и оценивается ее точность и адекватность. По результатам анализа корректируется структура, и цикл повторяется до тех пор, пока будет достигнута удовлетворительная точность модели.

Таким образом, первый этап синтеза модели состоит в обосновании класса структур. При этом возможны два подхода: функциональный и аппроксимационный. Первый используется в том случае, если исследователь располагает достаточно полной априорной информацией о структуре моделируемой системы. В этом случае синтезируется математическая модель, которая отражает реальные функциональные связи между входными и выходными переменными. В противном случае задача синтеза модели заключается в идентификации некоторого полинома (ряда), который достаточно хорошо аппроксимирует экспериментально измеренную зависимость между входными и выходными переменными, но не претендует на содержательную функциональную интерпретацию [17].

Теоретическая корректность полиномиально аппроксимационного подхода основана на теореме [18] о возможности представления любой функции многих переменных суперпозицией и суммой функций одной переменной. Как отмечено выше, в настоящее время отсутствует информация для синтеза функциональной модели интеллектуального процесса многокритериального оценивания. Поэтому будем идентифицировать структуру функции полезности в классе полинома Колмогорова-Габора вида

$$P(x) = \sum_{i=1}^n a_i k_i(x) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} k_i(x) k_j(x) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n a_{ijl} k_i(x) k_j(x) k_l(x). \tag{15}$$

Аргументом в пользу использования именно этого полинома является то, что он включает в себя фрагменты, традиционно применяемые для многокритериального оценивания: аддитивные (4) и мультипликативные (5), (6) оценки. По определению, частные критерии  $k_i(x)$ ,  $i = \overline{1, n}$  имеют различную семантику, размерность, измерены в различных шкалах, имеют различное направление доминирования. Поэтому параметры  $A$  должны выполнять роль коэффициентов изоморфизма, что неудобно с точки зрения идентификации модели. Для преодоления этой трудности приведем разнородные частные критерии к безразмерному нормализованному виду по правилу [14]:

$$k_i^n(x) = \frac{k_i(x) - k_i^{hx}}{k_i^{hl} - k_i^{hx}}, \tag{16}$$

где  $k_i^{hx}$ ,  $k_i^{hl}$  – соответственно наихудшее и наилучшее значения  $k_i(x)$  на множестве допустимых значений  $X$ . Эти значения определяются по правилу

$$k_i^{hx} = \begin{cases} \max_{x \in X} k_i(x), & \text{если } k_i(x) \rightarrow \min_x, \\ \min_{x \in X} k_i(x), & \text{если } k_i(x) \rightarrow \max_x; \end{cases} \tag{17}$$

$$k_i^{hl} = \begin{cases} \min_{x \in X} k_i(x), & \text{если } k_i(x) \rightarrow \min_x, \\ \max_{x \in X} k_i(x), & \text{если } k_i(x) \rightarrow \max_x. \end{cases}$$

С учетом принятой нормировки частных критериев параметры  $A$  превращаются в безразмерные коэффициенты, которые должны удовлетворять следующим ограничениям:

$$0 \leq a_{ijl} \leq 1, \quad \forall i, j, l; \tag{18}$$

$$\sum_{i=1}^n a_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n a_{ijl} + \dots = 1.$$

Полином (15) в общем случае является нелинейным по входным переменным  $k_i^n(x)$ ,  $i = \overline{1, n}$ , так как содержит произведения частных критериев, но путем расширения пространства переменных введением новых переменных вида [19]

$$z_i = k_i^n(x); \quad z_{ij} = k_i^n(x) \cdot k_j^n(x); \quad z_{ijl} = k_i^n \cdot k_j^n \cdot k_l^n(x) \\ i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, n}, \quad l = \overline{1, n},$$

он трансформируется в линейную по параметрам функцию вида

$$P(x) = \sum_{i=1}^n a_i z_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} z_{ij} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^n a_{ijl} z_{ijl} + \dots, \tag{19}$$

которая формально соответствует аддитивной линейной оценке (4).

Если в системе неравенств (14) строгое неравенство заменить на нестрогое, то она в пространстве параметров  $A$ , т.е. в положительном ортанте описывает выпуклый гиперконус с вершиной в начале координат. Его пересечение с гиперплоскостью (18) определяет выпуклый многоугольник, ограничивающий допустимое множество параметров модели. Это означает, что для каждой фиксированной структуры, т.е. конкретного вида полинома (19), существует некоторое множество допустимых значений элементов кортежа параметров  $A$ , каждое из которых удовлетворяет систему ограничений (14). Таким образом, в описанной постановке задача параметрической идентификации модели многокритериального оценивания (19) является некорректной по Адамару [2], так как не имеет единственного точечного решения. Параметры модели можно определить в классе интервальных оценок  $a_i = [a_i^{\min}, a_i^{\max}]$  или в виде точечных оценок путем введения эвристического регуляризирующего правила.

Замена в (14) строгого неравенства на нестрогое означает, что границы многогранника не принадлежат множеству допустимых значений параметров модели. Это означает, что точечную оценку необходимо выбирать «внутри» допустимой области из решений наиболее устойчивых к вариациям положения границ многогранника. Такими оценками являются центр тяжести многогранника допустимых значений (средняя точка) или чебышевское решение, т.е. точка максиминно (минимаксно) удаленная от границ многогранника. В связи с тем, что все ограничения линейные, задача определения оценок параметров сводится к стандартной задаче линейного программирования [20].

Следующей задачей является идентификация структуры модели. Очевидно, что компараторная модель (14) определяет не только множество различных вариантов значений параметров модели оценивания, но и множество возможных вариантов ее структуры. Для конструктивного синтеза

структуры необходим критерий выбора единственного варианта. Воспользуемся для обоснования такого критерия идеями, изложенными в работах [21-23]. В них предложено в качестве критерия выбора структуры модели использовать минимум сложности, т.е. выбирать полином с минимальным количеством членов и, при прочих равных условиях, с минимальным значением показателя степени при условии, что он удовлетворяет сформированным требованиям к адекватности и точности.

Применение принципа внешнего дополнения к методу компараторной идентификации заключается в том, что из множества неравенств, мощность которого  $(n-1)$ , где  $n$  – число анализируемых альтернатив, выделяется некоторое подмножество, которое не участвует в синтезе, а на нем только проверяется «качество» модели. Критерием «качества» является количество удовлетворенных проверочных неравенств.

В качестве генератора структур можно использовать схему последовательного усложнения, метод группового учета аргументов (МГУА) [24] или генетические алгоритмы (ГА) [25].

**Выводы.** Тестовые вычислительные эксперименты [24,25] подтвердили работоспособность и адекватность метода компараторной идентификации моделей многокритериального оценивания и перспективность использования его при решении широкого круга задач оценки качества, маркетинга, многомерной классификации, управления поведением социальных групп и т. д.

Вместе с этим необходимо подчеркнуть, что метод компараторной идентификации не является альтернативой экспертному оцениванию. Эти методы взаимно дополняют друг друга и имеют области как совместного, так и предпочтительного альтернативного использования.

Кроме того, проведенный анализ показал, что получаемые обоими методами оценки параметров моделей, а, следовательно, и вычисляемая на их основе обобщенная скалярная оценка, имеют принципиально интервальный характер. Это обстоятельство должно обязательно учитываться при решении задач принятия решений в многокритериальных ситуациях, тогда как широко распространенная практика неких точечных «средних» значений параметров моделей оценивания без учета их интервальной неопределенности приводит к неадекватным решениям.

#### ЛИТЕРАТУРА:

1. Глушков В.М. Введение в АСУ / В.М.Глушков – Киев: Техника, 1972. – 312 с.
2. Математический энциклопедический словарь / Под редакцией Прохорова Ю.В. – М.: Сов. энциклопедия, 1988. – 848 с.
3. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач / А.Н. Тихонов, В.Я. Арсенин. – М.: Наука, 1986. – 288 с.
4. Петров Э.Г. Методы и средства принятия решений в социально-экономических и технических системах / Э.Г.Петров, М.В.Новожилова, И.В.Гребенник, Н.А.Соколова. – Херсон: Олди-плюс, 2003. – 380 с.
5. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений / П. Фишберн. – М.: Наука, 1978. – 352 с.
6. Льюниг Л. Идентификация систем. Теория для пользователей. / Л.Льюниг. – М.: Наука, 1991. – 432 с.
7. Налимов В.В. Логические основания планирования эксперимента / В.В.Налимов, Т.И.Голикова. – М.: Металлургия, 1981. – 152 с.
8. Каштанова Ю.В. О некоторых работах по формированию и развитию идей искусственного интеллекта в статье В.М. Глушкова / Ю.В.Каштанова. // Кибернетика и системный анализ. – 2005. – №1. – С. 3-24.
9. Бехтерева Н.П. Магия мозга и лабиринты жизни / Н.П.Бехтерева. – С-Пб.: Нотабене, 1999. – 298 с.
10. Овезгельдыев А.О. Компараторная идентификация моделей интеллектуальной деятельности / А.О.Овезгельдыев, К.Э.Петров. // Кибернетика и системный анализ. – 1996. – № 5. – С. 48-58.
11. Шабанов-Кушнаренко Ю.П. Теория интеллекта. Проблемы и перспективы / Ю.П.Шабанов-Кушнаренко. – Харьков: Изд. ХГУ, 1987. – 160 с.
12. Ларичев О.И. Качественные методы принятия решений / О.И.Ларичев, Е.М.Мошкович. – М.: Физматлит, 1996. – 276 с.
13. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию решений / Л.Заде. – М.: Мир, 1976. – 128 с.
14. Овезгельдыев А.О. Синтез и идентификация моделей многофакторного оценивания и оптимизации / А.О.Овезгельдыев, Э.Г.Петров, К.Э.Петров. – Киев: Наукова думка, 2002. – 164 с.

15. Петров К.Э. Компараторная структурно-параметрическая идентификация моделей скалярного многофакторного оценивания : Монография / К.Э.Петров, В.В.Крючковский. – Херсон : Олди-плюс, 2009. – 294 с.
16. Нейман Дж. Теория игр и экономическое поведение / Дж.Нейман, О.Моргенштерн. – М.: Наука, 1970. – 124 с.
17. Гроп Д. Методы идентификации систем / Д.Гроп. – М.: Мир, 1979. – 302 с.
18. Колмогоров А.Н. О представлении непрерывных функций нескольких переменных в виде суперпозиции непрерывных функций одного переменного и сложения / А.Н.Колмогоров. // Доклады АН СССР. – 1957. – Т.114. – №5 – С.953-956.
19. Cover T.M. Geometrical and statistical of systems of linear inequalities with applications in pattern recognition / T.M.Cover. // IEFЕ Trans / On Electronic Computers – 1965 – Vol. 14. – P. 326-334.
20. Зуховицкий С.И. Линейное и выпуклое программирование / С.И.Зуховицкий, Л.И.Авдеева. – М.: Наука, 1967. – 460 с.
21. Колесник Л.В. Идентификация интервальных групповых предпочтений критериев / Л.В.Колесник. // Вестник Херсонского государственного технического университета. – 2004. – № 1 (19) – С. 74-78.
22. Ивахненко А.Г. Принятие решений на основе самоорганизации / А.Г.Ивахненко, Ю.П.Зайченко, В.Д.Димитров. – М.: Сов. радио, 1976. – 280 с.
23. Ивахненко А.Г. Самоорганизующиеся системы распознавания и автоматического управления / А.Г. Ивахненко. – К.: Техніка, 1969. – 391 с.
24. Овезгельдыев А.О. Структурно-параметрическая идентификация модели индивидуального многофакторного оценивания методом группового учета аргументов / А.О.Овезгельдыев, К.Э.Петров. // Кибернетика и системный анализ. – 2007. – № 1. – С. 151-160.
25. Петров Э.Г. Использование генетических алгоритмов для решения задачи структурно-параметрической идентификации модели индивидуального многофакторного оценивания / Э.Г.Петров, Д.А.Булавин, К.Э.Петров. // Бионика интеллекта. – 2004. – № 60. – С.17-27.

БАРДАЧЕВ Юрий Николаевич – д.т.н., профессор, зав.кафедрой высшей математики Херсонского национального технического университета.

Научные интересы:

– теория принятия решений.

КРЮЧКОВСКИЙ Виктор Владимирович – к.ф.-м.н., профессор кафедры прикладной математики и математического моделирования Херсонского национального технического университета.

Научные интересы:

– теория принятия решений.

ПЕТРОВ Эдуард Георгиевич – д.т.н., профессор, зав.кафедрой системотехники Харьковского национального университета радиотехники.

Научные интересы:

– методы и средства принятия решений.