УДК 539.3:519.6

Л.А. Фильштинський, Ю.В. Шрамко, Г.Ф. Бурнатна, Дм.М. Носов

МОДЕЛЮВАННЯ МАГНІТНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ГІБРИДНИХ ВОЛОКНИСТИХ ФЕРОМАГНІТНИХ КОМПОЗИТІВ РЕГУЛЯРНОЇ СТРУКТУРИ

Постановка проблеми. Розв'язання найважливіших задач, які стоять перед наукою та промисловістю з метою підвищення надійності, зниження матеріаломісткості конструкцій та споруд тісно пов'язано з розробленням та використанням композитних матеріалів. Композитні матеріали (КМ) дозволяють шляхом зміни розміщення та об'ємного вмісту компонентів, їх геометричних параметрів та фізико-механічних властивостей, забезпечити оптимальність структури виробу, що задовольняє всі необхідні експлуатаційні вимоги. Пошук нових сполучень компонентів у композитах, спрямований на отримання необхідних якостей, призводить до розширення спектру структур матеріалів та збільшення фазності (кількості армуючих матрицю включень). У зв'язку з цим для розроблення ефективного методу проектування складу та структури КМ, що забезпечують задані макроскопічні властивості виробів з цих матеріалів, необхідні аналітичні співвідношення, які описують залежність макровластивостей КМ від геометричних параметрів та фізико-механічних властивостей компонентів. Зокрема під час розгляду волокнистих композитів із феромагнітними компонентами структури необхідно отримати макромодулі такої структури.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В механіці композиційних матеріалів (КМ) можна виділити два головних напрямки – механіка стохастичних [1,2,3] та механіка регулярних структур [4,5,6].

Сучасне виробництво волокнистих КМ дозволяє отримувати двоперіодичні структури або близькі до них. Тому при побудові макромоделей таких матеріалів природно припустити двоперіодичність розподілу відповідних польових величин, які виникають у композиті, і для опису використовувати двоперіодичні функції. Саме ця ідея лежить в основі методу регулярних структур [5]. Необхідно відмітити, що для конструктора, який проектує конструкції з КМ, важливо не тільки знати їх ефективні характеристики [3,6,8], але й володіти інформацією про розподіл польових величин у реальній структурі волокнистого КМ, що необхідно для розрахунків на міцність, надійність та довговічність конструкцій. Метод регулярних структур разом з побудовою макромоделі композиту дає вичерпну інформацію про локальні поля в околі неоднорідностей [5,6].

Мета статті. В даній роботі, яка базується на результатах дослідження [9], із використанням методу регулярних структур проведемо осереднення магнітних властивостей гібридних волокнистих феромагнітних композитів з двоперіодичною укладкою волокон. Ці задачі цікаві ще й тому, що є основою для розв’язку більш складних проблем зв’язаної магнітопружності [8].

Основна частина.

Розглянемо однорідне віднесене до декартової системи координат $0x_1x_2x_3$, ізотропне з точки зору магнітних властивостей середовище, армоване регулярною (двоперіодичною) системою однакових груп з двох різнорідних волокон (рис. 1). Будемо вважати, що поперечний переріз кожного волокна представляє однозв’язну область D_j, обмежену достатньо гладким замкненим контуром Γ_j $\left(\Gamma_j \cap \Gamma_i = 0\right)$ $j,i=\overline{1,2}$, кривизна яких задовольняє умові Гельдера [10].

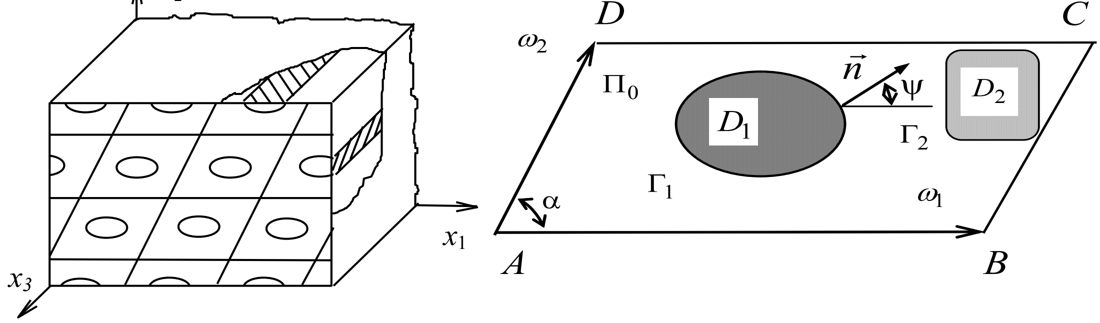


Рис. 1 Структура фундаментальної комірки

Припускається наступне:

1) у межах кожної групи відповідні волокна володіють однаковими розмірами і властивостями; напрям армування вздовж вісі $0x_3$; 2) волокна неперервно скріплені з матрицею по всій поверхні контакту; 3) у структурі задані середні значення компонент вектора магнітної індукції $\langle B_1 \rangle$ і $\langle B_2 \rangle$.

Внаслідок геометричної і фізичної симетрії у структурі можна виділити деякий трансляційний елемент (фундаментальну комірку), у якості якого можна прийняти паралелограм $ABCD$, побудований на періодах ω_1 і ω_2 $\left(\operatorname{Im}\omega_1 = 0,\ \operatorname{Im}(\omega_2/\omega_1) > 0\right)$. Властивості армованого середовища (композиту) достатньо вивчити в межах вказаної фундаментальної комірки.

Розглядаються феромагнітні композити з магнітом'яких матеріалів, які знаходяться у слабких магнітних полях, тоді мають місце рівняння магнітостатики [11]:

$$\partial_j B_j^{(k)} = 0; \quad H_j^{(k)} = \partial_j \varphi^{(k)};$$
$$\mathrm{B}_j^{(k)} = \mu_0 \mu_r^{(k)} \mathrm{H}_j^{(k)}; \ \partial_j = \partial / \partial x_j \quad (k = 0,1,2,\ j = 1,2); \tag{1}$$

Тут та нижче величини з верхнім індексом 0 відносяться до матриці, з верхнім індексом $j = 1,2$ – до волокна.

У даному випадку зручно ввести комплексні подання польових величин:

$$\varphi^{(k)} = \operatorname{Re}\left(\frac{if^{(k)}(z)}{\mu_0 \mu_r^{(k)}}\right) \quad (k = 0,1,2);\ z = x_1 + ix_2$$
$$\mathrm{B}_1^{(k)} - i\mathrm{B}_2^{(k)} = iF^{(k)}(z); \quad \mathrm{H}_1^{(k)} - i\mathrm{H}_2^{(k)} = \frac{i}{\mu_0 \mu_r^{(k)}} F^{(k)}(z); \tag{2}$$
$$\int_{AB} B_n^{(k)} ds = \operatorname{Re} f^{(k)}(z)\Big|_A^B; \quad B_n^{(k)} = B_1^{(k)} \cos\psi + B_2^{(k)} \sin\psi; \quad F^{(k)}(z) = \frac{d}{dz} f^{(k)}(z),$$

де $F^{(k)}(z)$ – функції, аналітичні у відповідних областях [10]; ψ – кут додатної нормалі.

Умови спряження магнітних полів на контурі Γ_j ($j = 1,2$), які полягають у неперервному продовженні нормальної компоненти вектору індукції і дотичної компоненти вектору напруженості магнітного поля [9], запишемо у вигляді:

$$\operatorname{Im}\left\{F^{(0)}(z)e^{i\psi}\right\} = \operatorname{Im}\left\{F^{(j)}(z)e^{i\psi}\right\}$$
$$\frac{1}{\mu_r^{(0)}} \operatorname{Re}\left\{F^{(0)}(z)e^{i\psi}\right\} = \frac{1}{\mu_r^{(j)}} \operatorname{Re}\left\{F^{(j)}(z)e^{i\psi}\right\} \tag{3}$$

Умови (3) поставлені лише на границі волокно-матриця в основній комірці. Для того, щоб вони виконувались на всіх волокнах, необхідно накласти певні умови на функцію $f^{(0)}(z)$. Припустимо

$$f^{(0)}(z + \omega_k) - f^{(0)}(z) = c_k \quad (k = 1,2) \tag{4}$$

В силу (2), (4) середні значення компонент вектора індукції магнітного поля на гранях комірки *AB* та *AD* визначаються наступним чином

$$\langle B_2 \rangle = -\frac{1}{\omega_1} \int_z^{z+\omega_1} B_n ds = -\frac{1}{\omega_1} \operatorname{Re} f^{(0)}(z)\Big|_z^{z+\omega_1} = -\frac{1}{\omega_1} \operatorname{Re} c_1;$$
$$\langle B_2 \rangle \cos\alpha - \langle B_1 \rangle \sin\alpha = -\frac{1}{|\omega_2|} \int_z^{z+\omega_2} B_n ds = -\frac{1}{|\omega_2|} \operatorname{Re} c_2, \alpha = \arg\omega_2 \tag{5}$$

Звідси випливає, що $f^{(0)}(z)$ – квазіперіодична функція [5,10], а функція $F^{(0)}(z)$ – двоперіодична [5,10]. Тоді згідно з (2) потенціал магнітного поля – квазіперіодична функція, а компоненти векторів магнітної індукції і напруженості магнітного поля будуть двоперіодичними.

Введемо наступні подання шуканих функцій:

$$Az + \frac{1}{2\pi} \int_\Gamma \nu(t - z) p(t) ds = \begin{cases} f^{(0)}(z), & z \in \Pi_0 / \left(\overline{D}_1 \cup \overline{D}_2\right) \\ f^{(j)}(z), & z \in D_j \end{cases} \tag{6}$$
$$\frac{d\nu(z)}{dz} = \zeta(z); \quad \operatorname{Im} p(t) = 0.$$

де $\zeta(z)$ – дзета-функція Вейерштрасса [10]; $p(t)=\left\{p^{(j)}(t),\ t\in\Gamma_j\right\}$ – шукана "густина", ds – елемент контуру $\Gamma=\Gamma_1\cup\Gamma_2$; напрям інтегрування – проти годинникової стрілки; стала A підлягає визначенню з умови існування в структурі заданих середніх значень компонент вектора індукції магнітного поля $\langle B_1\rangle$, $\langle B_2\rangle$.

Ядро інтегрального подання (6) в основній комірці можна подати у вигляді [5,10]

$$\nu(z)=\ln z-\sum_{j=1}^{\infty}\frac{g_{2j+2}}{(2j+2)}\left(\frac{z}{2}\right)^{2j+2};\qquad \ln 1=0;$$
$$g_{2k}=\sum_{m,n}{}'(2/P)^{2k};\qquad g_2=0;\ P=m\omega_1+n\omega_2\quad(m,n=0,\pm1,\pm2,...)\tag{7}$$

де штрих над символом підсумовування означає, що член, який відповідає $m=0,\quad n=0$ відкидається. З (2) та (6) з урахуванням (7), отримуємо умову рівності нулю потоку вектора індукції магнітного поля через довільний замкнений контур, що охоплює включення:

$$\int_\Gamma p(t)ds=0.\tag{8}$$

Мають місце співвідношення [5,10]

$$\nu(z+\omega_k)-\nu(z)=\pi i+\delta_k(z+\omega_k/2),\ \delta_k=2\zeta(\omega_k/2)\quad(k=1,2).\tag{9}$$

Звідси з урахуванням (8) знаходимо

$$c_k=A\omega_k-b\delta_k,\ b=\frac{1}{2\pi}\int_\Gamma tp(t)ds\quad(k=1,2).\tag{10}$$

Сталу A, що фігурує в (6), визначимо з рівностей (5), (10). З урахуванням співвідношення Лежандра [5,10] запишемо $\delta_1\omega_2-\delta_2\omega_1=2\pi i$. Тоді

$$A=-\left(\langle B_2\rangle+i\langle B_1\rangle\right)-\frac{2\pi i}{F}\operatorname{Im}b+\frac{H\delta_1 b}{F},\tag{11}$$

де $F=H\omega_1$ – площа фундаментальної комірки, $\omega_2=h+iH$.

Таким чином, інтегральні подання (6) при виконанні рівностей (8) і (11) забезпечують двоперіодичний характер розподілу компонент векторів магнітної індукції та існування у структурі заданих середніх значень $\langle B_1\rangle$, $\langle B_2\rangle$, а також не залежать від вибору "густини" $p(t)$.

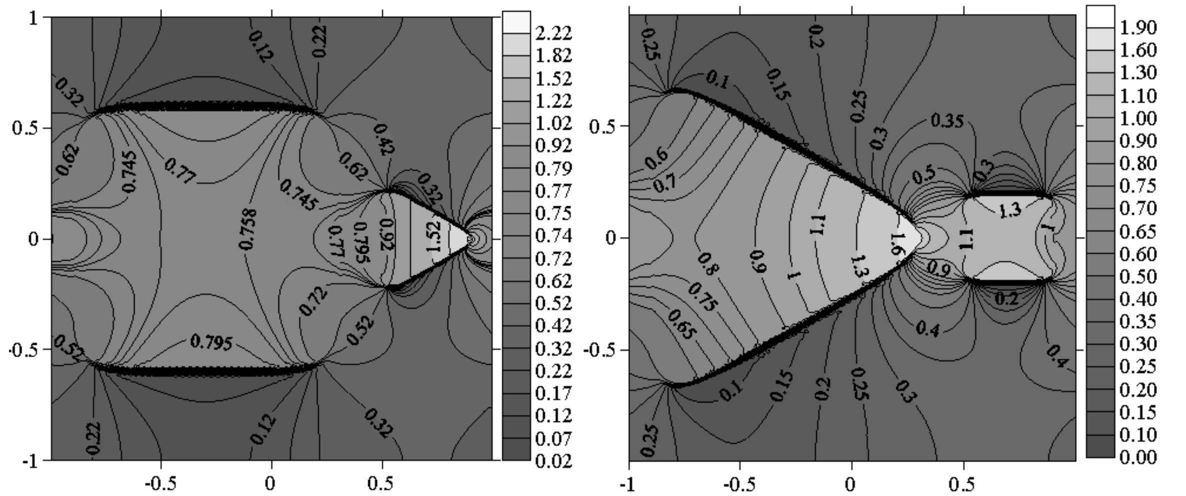
Повертаючись до граничної задачі (3), відмітимо, що перша умова спряження виконується автоматично, а друга – приводить до системи регулярних інтегральних рівнянь відносно $p(t)$.

$$p_k(t_{0k})-\frac{\mu_k^*}{\pi F}\operatorname{Re}\int_\Gamma p(t)G(t,t_{0k})ds=N(t_{0k}),\ (k=1,2)$$
$$p(t)=\left\{p_j(t),\ t\in\Gamma_j\right\}\ (j=1,2),\ G(t,t_{0k})=\left\{G_{kj}(t,t_{0k}),\ t\in\Gamma_j\right\}\tag{12}$$
$$G_{kj}(t,t_{0k})=\{\delta_1 Ht-i2\pi\operatorname{Im}t-\zeta(t-t_{0k})F\}e^{i\psi_{0k}},$$
$$N(t_{0k})=2\mu_k^*\left(\langle B_1\rangle\sin\psi_{0k}-\langle B_2\rangle\cos\psi_{0k}\right),\ \psi_{0k}=\psi(t_{0k}),\ t_{0k}\in\Gamma_k$$
$$\mu_k^*=\frac{\mu_r^{(0)}-\mu_r^{(k)}}{\mu_r^{(0)}+\mu_r^{(k)}}.$$

Процедура знаходження магнітних полів у волокнистому композиті така: чисельно за допомогою метода механічних квадратур [10] розв'язується система (12), потім з використанням (2), (6), визначаються вирази для компонент вектора індукції магнітного поля у структурі.

Звернемось до результатів розрахунків. Розглядається композит тетрагональної будови ($\omega_1=2$, $\omega_2=2i$) з волокнами, поперечні перерізи яких, обмежені контурами виду $t=a_r(a_0+e^{i\theta}+a_1e^{-i\theta}+a_2e^{-2i\theta}+a_3e^{-3i\theta})e^{i\gamma}$, де для волокон еліптичного перерізу: $a_r=0.5(R_1+R_2)$, $a_1=(R_1-R_2)(R_1+R_2)^{-1}$, $a_0=a_2=a_3=0$; $R_1,\ R_2$ – піввісі еліпса; – для «трикутних» (з заокругленими кутами) волокон: $a_0 = -0.25$, $a_2 = 0.25$, $a_1 = a_3 = 0$, $a_r = 2l_h$ – висота "трикутника"; для «квадратних» (з заокругленими кутами) волокон: $a_0 = a_1 = a_2 = 0$, $a_3 = -0{,}12036$, $a_r = 1{,}1353 \cdot 2l$, $2l$ – середня лінія.

Матеріал матриці – ферит F-107 з відносною магнітною проникністю $\mu_r^{(0)} = 110$. На границях комірки задане магнітне поле $\langle B_1 \rangle = 0.5\,Тл$, $\langle B_2 \rangle = 0$.



а) B_1, Тл б) B_1, Тл

Рис.2 Лінії рівня компоненти B_1 вектора магнітної індукції для різних конфігурацій фундаментальної комірки композиту

На рисунках 2 (а,б) побудовані лінії рівня компонент вектора магнітної індукції B_1 для гібридного композита. Для всіх рисунків матеріал першого волокна має відносну магнітну проникність $\mu_r^{(1)} = 2500$, другого матеріалу – $\mu_r^{(2)} = 5000$; координати центра першого волокна (-0,3;0), другого – (0.7;0). На рис. (2,а) – перше волокно "квадратного" поперечного перерізу ($l = 0.6$), друге – "трикутного" ($l_h = 0.2$), на рис. (3) –перше волокно "трикутного" поперечного перерізу ($l_h = 0.6$), а друге "квадратного" поперечного перерізу ($l = 0.2$).

При оцінюванні полів в елементах конструкцій з композиційного матеріалу звичайно цей матеріал замінюють деяким гомогенним матеріалом, еквівалентним (у певному розумінні) середовищу з мікроструктурою. Питання такого типу зводяться до так званої проблеми осереднення властивостей композиційних матеріалів [1-7].

Надалі під макромоделлю регулярно армованого феромагнітного середовища будемо розуміти однорідне феромагнітне середовище, рівняння стану якого співпадають із законом зв‘язку між середніми значеннями компонент вектора магнітної індукції з одного боку та вектора напруженості магнітного поля - з іншого.

Таким чином, так як модельне середовище однорідне, то усереднене значення потенціалу магнітного поля - лінійна функція комплексної змінної z, тобто квазіперіодична. Дві квазіперіодичні функції подібні, якщо їх прирости у відповідних конгруентних точках рівні. Цей факт лежить в основі метода регулярних структур [5,7,9]. Тоді волокнистий феромагнітний композит із двоперіодичною укладкою волокон та змодельоване однорідне середовище будуть еквівалентними, якщо при однакових заданих середніх значеннях компонент вектора індукції (напруженості) в структурі магнітні потенціали в композиті та в макромоделі - подібні квазіперіодичні функції. Тоді маємо

$$\begin{aligned} \langle \Delta\varphi \rangle\Big|_z^{z+\omega_1} &= \omega_1 \langle H_1 \rangle = \varphi^{(0)}(z+\omega_1) - \varphi^{(0)}(z) = -\frac{\operatorname{Im} c_1}{\mu_0 \mu_r^{(0)}}; \\ \langle \Delta\varphi \rangle\Big|_z^{z+\omega_2} &= H\langle H_2 \rangle + h\langle H_1 \rangle = \varphi^{(0)}(z+\omega_2) - \varphi^{(0)}(z) = -\frac{\operatorname{Im} c_2}{\mu_0 \mu_r^{(0)}}. \end{aligned} \qquad (13)$$

Вводячи тепер стандартні розв'язки $p_n(t)$ інтегрального рівняння (12) за формулами $p(t)=\langle B_1\rangle p_1(t)+\langle B_2\rangle p_2(t)$ та враховуючи співвідношення (10), (11) и (13), отримуємо рівняння стану для волокнистого феромагнітного композиту

$$\begin{cases} <B_1>=<\mu_{11}><H_1>+<\mu_{12}><H_2>, \\ <B_2>=<\mu_{21}><H_1>+<\mu_{22}><H_2>, \end{cases}$$

$$\langle\mu_{11}\rangle=\frac{\langle\nu_{22}\rangle}{\Delta},\ \langle\mu_{12}\rangle=\frac{\langle\nu_{21}\rangle}{\Delta},\ \langle\mu_{21}\rangle=\frac{\langle\nu_{12}\rangle}{\Delta},\ \langle\mu_{22}\rangle=\frac{\langle\nu_{11}\rangle}{\Delta}, \tag{14}$$

$$<\nu_{11}>=\frac{1}{\mu_0\mu_r^{(1)}}(1+\frac{2\pi}{F}\operatorname{Im}b^{(1)}),\ \ <\nu_{12}>=\frac{1}{\mu_0\mu_r^{(1)}}\frac{2\pi}{F}\operatorname{Im}b^{(2)},$$

$$<\nu_{21}>=-\frac{1}{\mu_0\mu_r^{(1)}}\frac{2\pi}{F}\operatorname{Re}b^{(1)},\qquad <\nu_{22}>=\frac{1}{\mu_0\mu_r^{(1)}}(1-\frac{2\pi}{F}\operatorname{Re}b^{(2)});$$

$$b^{(n)}=\frac{1}{2\pi}\int_\Gamma tp_n(t)ds,\ \ \Delta=\langle\nu_{11}\rangle\langle\nu_{22}\rangle-\langle\nu_{12}\rangle\langle\nu_{21}\rangle;$$

Отже, матеріал володіє анізотропією магнітних властивостей, величини $\langle\mu_{ij}\rangle$ мають зміст ефективних магнітних проникностей [7,9].

Розглянемо гібридний феромагнітний композит тетрагональної будови $(\omega_1=2,\ \omega_2=2i)$ з волокнами першої групи, які виготовлені з технічного заліза, та другої групи – з феромагнетику із відносною магнітною проникністю $\mu_r^{(2)}=5000$. Матеріал матриці – ферит F-107. Координати центра першого волокна у фундаментальній комірці (3;0), другого – (0.7;0). На рис. 3 наведені відносні макропараметри композита $\langle\mu_{22}\rangle/\mu^{(0)}$, $\langle\mu_{11}\rangle/\mu^{(0)}$ у функції параметра $\lambda=2R^{(1)}/\omega_1$: криві 2,4 и 3,5 відповідають композиту з волокнами другої групи еліптичного поперечного перетину $\left(R_1^{(2)}=0.2,\ R_2^{(2)}=0.5R_1^{(2)}\right)$ і «квадратного» поперечного перетину $(l=0.2)$ відповідно. Крива 1, наведена для порівняння, відповідає композиту з одним круговим волокном.

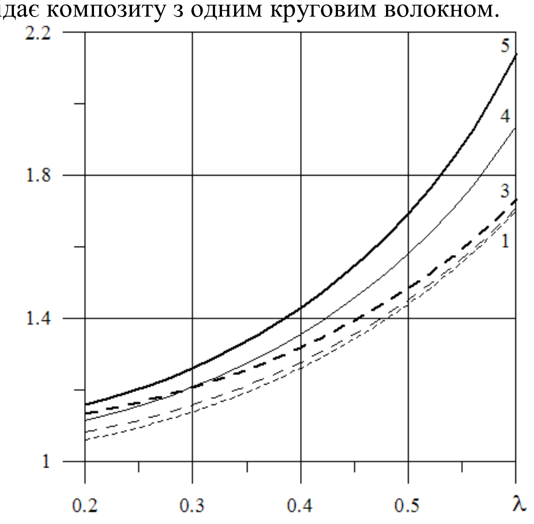


Рис. 3 Макромодулі композиту $\langle\mu_{ii}\rangle/\mu_{11}$ у функції параметру $\lambda=2R^{(1)}/\omega_1$

Висновки.

У роботі досліджено властивості феромагнітних матеріалів, армованих регулярною двоперіодичною системою груп циліндричних волокон, перерізи яких довільні досить гладкі замкнуті контури. Передбачається, що в структурі задані середні значення компонент вектора магнітної індукції.

Загальне представлення розв'язку розшукувалося в класі квазіперіодичних функцій та описувалось дзета-функцією Вейерштрасса. Гранична задача магнітостатики зведена до системи регулярних інтегральних рівнянь, яка реалізована чисельно за схемою метода механічних квадратур.

Схема розв'язання проблеми осереднення була узагальнена на регулярно армовані феромагнітні середовища. Побудовано алгоритм для знаходження макроскопічних параметрів структури через функціонали, які визначені на розв'язках системи регулярних інтегральних рівнянь другого роду відповідної граничної задачі та містять повну інформацію про мікроструктуру комірки.

Як випливає з приведених результатів, у випадку, коли в модельованому феромагнітному середовищі діє однорідне магнітне поле, в структурі композиту магнітне поле неоднорідне: мають місце градієнти в околі включень. При цьому для розглянутих конфігурацій фундаментальних комірок максимальні за значенням компоненти вектора магнітної індукції, що виникають в матриці і волокнах, діють у випадку армування матриці «трикутними» волокнами.

Алгоритм осереднення магнітних властивостей композиту був поширений на феромагнітні гібридні волокнисті композити. Встановлено, що наявність другого волокна приводить до істотного зростання значень макропараметрів модельного середовища у порівнянні із композитом, в комірці якого лише одне волокно. Крім того такий матеріал буде ортотропним з точки зору магнітних властивостей.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Соколкин Ю.В. Электроупругость пьезокомпозитов с нерегулярными структурами / Ю.В. Соколкин, А.А. Паньков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 176 с.
2. Хорошун Л.П. Нелинейные свойства композитных материалов стохастической структуры / Л.П.Хорошун, Б.П. Маслов – Киев: Наук. думка, 1993. – 131 с.
3. Milton G.W. The theory of composite. / G.W. Milton – Camb. Univ. Press, 2004. – 719 p.
4. Бардзокас Д.И. Математическое моделирование физических процессов в композиционных материалах периодической структуры / Д.И. Бардзокас, А.И. Зобнин. — М.: Едиториал УРСС, 2003. — 376 с.
5. Григолюк Э. И. Регулярные кусочно-однородные структуры с дефектами / Э.И. Григолюк, Л.А.Фильштинский – М.: «Физико-матем. лит.», 1994. – 335 с.
6. Manevitch L.I. Mechanics of periodically heterogeneous structures / L.I. Manevitch, I.V. Andrianov I.V., V.G. Oshmyan. — Berlin; Heidelberg; New York; Barcelona; Hong Kong; London; Milan; Paris; Tokyo: Springer., 2002 — 264 p.
7. Фільштинський Л. А. Усереднення магнетних властивостей волокнистих феромагнетних композитів / Л. А. Фільштинський, Ю. В. Шрамко, Д. С. Коваленко // Фізико-хімічна механіка матеріалів, 2010. – №6 – С. 82 – 90.
8. Yang F. The effective properties of smart composites with linear coupling behaviors./ F Yang, D.Zhang, L. Li, X. Han // Int. J. Mech. Mater Des, 2008 - 4 – P. 255 - 263.
9. Фильштинский Л.А. Усереднення магнітних властивостей пористих феромагнітних волокнистих композитів / Л.А. Фильштинский, Ю.В. Шрамко, Ю.В. Сіренко // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій, 2012 –Вип. 20. С. 343 – 349
10. Фильштинский Л. А. Актуальные проблемы связанных физических полей в деформируемых телах. Математический аппарат физических и инженерных наук. Т. 1. / Л.А. Фильштинский, Д.И. Бардзокас, М. Л. Фильштинский – М., Ижевск,, НИЦ РХД, 2010г. - 864 с.
11. Новацкий В. Электромагнитные эффекты в твердых телах. / В. Новацкий – М.: Мир, 1986. – 159с.

ФИЛЬШТИНСЬКИЙ Леонід順Аншелович - д.ф.м.н, проф., завідувач кафедри прикладної та обчислювальної математики Сумського державного університету.

Наукові інтереси:

– математичні моделі механіки деформівного тіла.

ШРАМКО Юрій Вікторович - к.ф.м.н., старший викладач кафедри прикладної та обчислювальної математики Сумського державного університету

Наукові інтереси:

– математичні моделі механіки деформівного тіла.

БУРНАТНА Галина Федірівна - аспірант кафедри прикладної та обчислювальної математики Сумського державного університету.

Наукові інтереси:

– математичні моделі механіки деформівного тіла.

НОСОВ Дмитро Миколайович - студент факультету електронних систем та інформаційних технологій Сумського державного університету

Наукові інтереси:

– математичні моделі механіки деформівного тіла.