УДК 534.1:539.3

О.М. ШУПІКОВ, Н.В. СМЕТАНКІНА, С.В.УГРІМОВ, Н.В.ДОЛГОПОЛОВА, Є.В.СВЕТ Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ДЕФОРМУВАННЯ БАГАТОШАРОВОГО ОСКЛІННЯ ПРИ НЕСТАЦІОНАРНИХ ТЕПЛОВИХ ТА СИЛОВИХ НАВАНТАЖЕННЯХ

У статті запропоновано метод дослідження напружено-деформованого і теплового станів багатошарових елементів оскління літаків, який враховує вплив різних експлуатаційних факторів. Метод грунтується на уточненій моделі оскління та методі занурення області складної форми у плані в область канонічної форми. Теоретичні результати дослідження добре узгоджуються з експериментальними даними. Ключові слова: багатошарове оскління, удар птиці, електрообігрів, метод занурення.

> O.M. SHUPIKOV, N.V. SMETANKINA, S.V. UGRIMOV, N.V. DOLGOPOLOVA, Ye.V. Svet A.N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of NAS of Ukraine

MATHEMATICAL MODELLING OF DEFORMATION PROCESS OF MULTILAYER GLAZING AT NONSTATIONARY THERMAL AND FORCE LOADINGS

Annotation

The research is devoted to modeling of multilayer airplane glazing deformation at nonstationary loadings. The purpose of this paper is development of the method for analysis of stresses and temperature fields in multilayer airplane glazing under different operation factors for glazing resource prolongation under extreme conditions. The method includes a technique for strength analysis of the multilayer airplane glazing at the bird impact, and also a technique for investigation of temperature fields and thermal stresses in glazing at electrical heating.

The model of multilayer glazing is based on the refined theory of the first-order accounting transverse shear strains, thickness reduction and normal element rotation inertia each layer. The mathematical model of pressure impulse authentically reproducing bird impact is based on the experimental researches. Electrical heating influence is modelled by a film heat source.

The analytical solutions of problem about nonstationary vibrations of multilayer glazing under bird impact, and thermal transfer and thermoelasticity problems is obtained by using the immersion method and reduced to integration of systems of the integral-differential singular equations.

Theoretical results are in good agreement with experimental data that allows recommending the method for working out new airplane glazing elements.

Keywords: multilayer glazing, bird impact, electrical heating, immersion method.

Постановка проблеми. Розвиток авіаційної техніки потребує удосконалення матеріалів, конструкцій і технологій виробництва оскління для кабін пілотів. Одним з найбільш важливих конструктивних елементів літальних апаратів є лобове оскління (ліхтарі й кабіни пілотів), тому що від його міцності залежить безпека екіпажа.

Збільшення швидкості й розмірів літаків, розширення мережі маршрутів і інтенсивності авіаційних вантажних і пасажирських перевезень приводять до зростання кількості зіткнень літальних апаратів із птахами [1].

Велике значення для забезпечення нормального польоту в складних метеорологічних умовах, особливо при посадці літака, має надійний і високоефективний захист від зледеніння оскління кабіни пілотів [2]. Обігрів оскління захищає від зледеніння лобові стекла кабіни й запобігає їх запотіванню. Також установлено [2], що підігрів лобового скла значною мірою збільшує його стійкість щодо руйнування при зіткненні із птахами за рахунок підвищення піддатливості клейових шарів.

Аналіз публікацій за темою дослідження. У більшості випадків проектування птахостійких елементів конструкцій літака здійснюється на основі експериментальних даних шляхом емпіричного підбору композиції пакета [3]. Теоретичне обгрунтування конструкторських рішень практично відсутнє. Це пояснюється складністю розв'язання задач нестаціонарної динаміки багатошарових конструкцій при імпульсному й ударному навантаженні, а також складністю опису процесу зіткнення із птахом [4].

Таким чином, розробка ефективних методів розрахунку нестаціонарних коливань та теплового стану багатошарового оскління, що дозволяють врахувати всі експлуатаційні навантаження, залишається актуальною задачею.

Мета статті. Метою роботи є розробка методу розрахунку параметрів напруженодеформованого та теплового стану елементів багатошарового оскління при впливі різних експлуатаційних факторів з метою продовження ресурсу багатошарового оскління літаків з підвищеними параметрами термосилового навантаження в екстремальних умовах тривалої експлуатації. **Математична модель багатошарового оскління.** Будемо розглядати багатошарове скло як незамкнену шарувату циліндричну оболонку радіуса R, яка складена з I ізотропних шарів сталої товщини. На координатній поверхні xOy оболонка займає область Ω , обмежену довільним контуром $\Gamma: x_{\Gamma} = x_{\Gamma}(s), y_{\Gamma} = y_{\Gamma}(s)$ (s – поточна довжина дуги). За координатну поверхню приймається зовнішня поверхня першого шару. На оболонку діють нестаціонарні навантаження $\mathbf{P} = \{p_j(x, y, t)\}, j = \overline{1, 3I + 3}$. Динамічна поведінка оболонки описується на основі кінематичних гіпотез, які враховують деформації поперечного зсуву, обтиснення вздовж товщини та інерції обертання нормального елемента у межах кожного шару [5]

$$u_{k}^{i} = u_{k} + \sum_{j=1}^{i-1} h_{j} u_{3+I(k-1)+j} + (z - \delta_{i-1}) u_{3+I(k-1)+i}, \quad k = 1, 2, 3, \ i = \overline{1, I},$$
(1)

де
$$\delta_i = \sum_{j=1}^l h_j$$
, $\delta_{i-1} \le z \le \delta_i$; h_i – товщина *i* -го шару; $u_k = u_k(x, y, t)$ $(k = 1, 2, 3)$ – переміщення точки

координатної поверхні в напрямку координатних осей; $u_{3+I(k-1)+i} = u_{3+I(k-1)+i}(x, y, t)$ (k = 1, 2) – кути повороту нормального елемента в *i*-му шарі навколо координатних осей Ox та Oy; $u_{3+2I+i} = u_{3+2I+i}(x, y, t)$ – обтиснення нормального елемента в *i*-му шарі; t – час.

Деформації шарів визначаються відповідно до формул Коші [5]. Напруження і деформації в шарах зв'язані законом Гука. Рівняння руху багатошарової оболонки та граничні умови виводяться на основі варіаційного принципу Остроградського-Гамільтона з урахуванням гіпотез (1).

Систему рівнянь руху оболонки та граничні умови на контурі Г можна подати в матричному вигляді

$$\mathbf{MU}_{,tt} + \mathbf{\Lambda U} = \mathbf{P}, \mathbf{U} = \mathbf{U}_{,t} = 0, \quad t = 0,$$
(2)

$$\mathbf{B}^{\Gamma} \mathbf{U} = \mathbf{P}^{\Gamma},\tag{3}$$

де U – вектор, компонентами якого є шукані функції переміщень (1); M, Λ – квадратні матриці порядку 3*I* + 3 [5, 6]; P – вектор навантажень. Вигляд елементів матриці **B**^Г та вектора граничних навантажень **P**^Г залежить від граничних умов на контурі оболонки [5, 6].

Метод розв'язання. Розв'язання отриманої системи рівнянь (2) здійснюється методом занурення [5, 6]. Згідно з цим методом замість вихідної оболонки складної форми у плані розглядається допоміжна шарнірно оперта циліндрична оболонка прямокутної форми у плані того ж радіуса кривини, з тією ж композицією шарів. В області Ω допоміжна оболонка навантажена так само, як і вихідна оболонка. Тотожність напружено-деформованого стану в області Ω допоміжної оболонки складної оболонки сану вихідної оболонки забезпечується шляхом додавання компенсуючих навантажень $q_i^{comp}(\varphi, t), j = \overline{1,3I+3}$, які неперервно розподілені вздовж контуру Γ .

Компенсуючі навантаження визначаються з розв'язку системи інтегро-диференціальних рівнянь, в основі якої лежать граничні умови вихідної оболонки (3). Метод розв'язання цієї системи полягає в тому, що переміщення **U** й навантаження розвиваються в тригонометричні ряди по функціях, що задовольняють умови шарнірного опирання допоміжної прямокутної оболонки

$$u_{j}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \phi_{jmn}(t) B_{jmn}(x, y), \quad p_{j}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} p_{jmn}(t) B_{jmn}(x, y), \quad j = \overline{1, 3I + 3},$$

$$B_{1mn} = \cos\alpha_{m} x \sin\beta_{n} y, \quad B_{2mn} = \sin\alpha_{m} x \cos\beta_{n} y, \quad B_{3mn} = \sin\alpha_{m} x \sin\beta_{n} y,$$

$$B_{3+imn} = B_{1mn}, \quad B_{3+I+imn} = B_{2mn}, \quad B_{3+2I+imn} = B_{3mn}, \quad \alpha_{m} = m\pi/A, \quad \beta_{n} = n\pi/B, \quad i = \overline{1, I}, \quad (4)$$

де А – довжина твірної допоміжної оболонки; В – довжина дуги цієї оболонки.

Крім того, функції компенсуючих навантажень і граничних переміщень розвиваються в ряд уздовж контуру Γ [5, 6]

$$q_{j}^{\text{comp}}(s,t) = \sum_{\alpha=1,2} \sum_{\mu=0}^{\infty} f_{j\alpha\mu}(t) d_{\alpha\mu}(s), \ u_{j}(s,t) = \sum_{\alpha=1,2} \sum_{\mu=0}^{\infty} u_{j\alpha\mu}(t) d_{\alpha\mu}(s), \ j = \overline{1,3I+3},$$
(5)

 $\text{de } d_{1\mu} = \sin[\mu\gamma(s)], \ d_{2\mu} = \cos[\mu\gamma(s)], \ \gamma(s) = 2\pi \int_0^s d\tilde{s} / \int_0^{s^*} d\tilde{s} , \ 0 \le \gamma(s) \le 2\pi .$

У результаті розвинення переміщень і зовнішніх навантажень у ряди (4) та (5) система (2) зводиться до інтегрування системи звичайних диференціальних рівнянь другого порядку зі сталими коефіцієнтами і нульовими початковими умовами. Ця система інтегрується за допомогою однокрокового методу [5, 6], який ґрунтується на розвиненні розв'язку в ряд Тейлора.

Математична модель ударного імпульсу. У роботі пропонується математична модель імпульсу тиску, що виникає при зіткненні багатошарового оскління зі птахом. Птах моделюється еліпсоїдом обертання з півосями a, b і c. Експериментально встановлено, що область взаємодії птаха з елементом оскління являє собою еліптичну площадку [4], а компоненти вектора навантаження **Р** в системі (2) можна подати у вигляді

$$p_1 = p_2 = p_{3+i} = p_{3+I+i} = p_{3+2I+i} = 0, \quad i = \overline{1, I}, \quad p_3 = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{sign} \left(\tau_b - t \right) \right] F(t),$$

де τ_b – час дії імпульсу; $F(t) = P_0 \left[1 - \frac{(x - x_1)^2}{u_b^2} - \frac{(y - y_1)^2}{v_b^2} \right]^{1/2};$

 u_b и v_b – півосі площадки навантаження, які встановлюються на основі експериментальних даних; x_1 и y_1 – координати точки перетинання траєкторії центра маси птаха з елементом оскління.

Залежність $P_0 = P_0(t)$ також встановлюється на основі експериментальних даних [4, 6].

Моделювання електрообігрівання. Електрообігрівне скло літака складається із шарів силікатного скла, які з'єднуються між собою шарами із прозорого полімеру й зовнішнього силікатного скла з нанесеним на внутрішню поверхню нагрівальним елементом. На зовнішній і внутрішній поверхнях елементів оскління відбувається конвективний теплообмін. Між першим і другим шарами елементів оскління знаходиться плівкове джерело тепла. Розташування джерела тепла надалі показано на рисунках штриховою лінією.

Систему рівнянь теплопровідності та граничні умови для багатошарової оболонки одержано з варіаційного рівняння теплового балансу [7]. Метод розв'язання системи полягає у тому, що температура в шарах T^i , на бічній поверхні T^i_{Γ} , а також питомі потужності внутрішніх джерел тепла Q^i подаються у вигляді розвинення в ряд по поліномах Лежандра [6, 7]

$$T^{i}(x, y, z, t) = \sum_{r=0}^{\infty} T^{i}_{r}(x, y, t) f^{i}_{r}(z), \ (x, y) \in \Omega, \ z \in [\delta_{i-1}, \delta_{i}],$$

$$T^{i}_{\Gamma}(x, y, z, t) = \sum_{r=0}^{\infty} T^{i}_{\Gamma r}(x, y, t) f^{i}_{r}(z), \ (x, y) \in \Gamma,$$

$$Q^{i}(x, y, z, t) = \sum_{r=0}^{\infty} Q^{i}_{r}(x, y, t) f^{i}_{r}(z), \ (x, y) \in \Omega^{i}_{\Gamma},$$
(6)
$$T^{i}_{r} f^{i}_{r} dz \quad T^{i}_{r} = \int_{0}^{\delta_{i}} T^{i}_{r} f^{i}_{r} dz \quad O^{i}_{r} = \int_{0}^{\delta_{i}} O^{i}_{r} f^{i}_{r} dz \quad i, k = \overline{0}, x^{*}, \ i = \overline{1}, \overline{1}, t \in f^{i}(z), \text{ parimet}$$

де $T_r^i = \int_{\delta_{i-1}}^{\delta_i} T^i f_r^i dz$, $T_{\Gamma r}^i = \int_{\delta_{i-1}}^{\delta_i} T_{\Gamma}^i f_r^i dz$, $Q_r^i = \int_{\delta_{i-1}}^{\delta_i} Q^i f_r^i dz$, $j, k = \overline{0, r^*}, i = \overline{1, I}; f_r^i(z)$ – поліном

Лежандра степеня *r*.

У розвиненнях (6) враховуються перші чотири члени ряду $(r = \overline{0,3})$, що забезпечує достатню точність розв'язання.

Для розв'язання задачі теплопровідності оболонки зі складною формою плану застосовується метод занурення [6, 7]. Далі на основі раніше побудованої математичної моделі оскління (1)–(3) розв'язується задача про термопружний стан оболонки під впливом отриманих температурних полів у шарах оболонки.

Аналіз результатів чисельних досліджень. Теоретично й експериментально досліджено реакцію елемента оскління ліхтаря кабіни літака АН-24 на удар птаха. Оскління являє собою пружно оперту циліндричну оболонку з радіусом 1,1 м. Шари оболонки виконані з матеріалів з наступними характеристиками: $E_i = 6,12 \cdot 10^4$ МПа (модуль пружності), $v_i = 0,22$ (коефіцієнт Пуассона), i = 1,3,5; $E_2 = 1$ МПа, $E_4 = 280$ МПа, $v_i = 0,39$, i = 2,4; $\rho_i = 2500$ кг/м³, i = 1,3,5, $\rho_i = 1200$ кг/м³, i = 2,4 (густина матеріалу); $h_1 = 5$ мм, $h_2 = 5$ мм, $h_3 = 6$ мм, $h_4 = 2$ мм, $h_5 = 10$ мм (товщини шарів).

Удар наносився в середину зовнішньої поверхні оскління паралельно осі фюзеляжу літака. Експериментальне дослідження проводилося методом динамічної широкосмугової тензометрії [5].

На рис. 1 показана розрахункова схема елемента оскління і позначена точка C, у якій досліджувалися деформації. Геометричні параметри елемента оскління такі: $l_1 = 0,36$ м, $l_2 = 0,39$ м, $l_3 = 0,34$ м, $l_4 = 0,45$ м, $R_i = 0,04$ м, $i = \overline{1,4}$.

На рис. 2 наведена залежність від часу головної деформації ε_1^5 в точці *C* при ударі птаха 1,74 кг зі швидкістю 99,07 м/с. Результатам розрахунку відповідає суцільна лінія, результатам експерименту – пунктирна. Добре узгодження розрахункових і експериментальних даних підтверджує вірогідність результатів, одержаних за допомогою розробленої методики, що застосовується для розрахунку напружень в елементах оскління.

Також досліджено поле температур з урахуванням впливу плівкового джерела в шарах оскління. Припускається, що силові навантаження відсутні.



Рис. 1. Розрахункова схема елемента оскління

Рис. 2. Реакція елемента оскління на удар птаха

На рис. З наведена розрахункова схема оскління з такими геометричними параметрами: $l_1 = 0,74$ м, $l_2 = 0,16$ м, $l_3 = 0,75$ м, $l_4 = 0,26$ м, $R_k = 0,03$ м, $k = \overline{1,4}$, R = 2,5 м. Шари виконані з матеріалів з наступними характеристиками: $E_i = 6,8 \cdot 10^4$ МПа, $v_i = 0,22$, $\alpha_i^t = 9 \cdot 10^{-6} \, \text{cC}^{-1}$ (коефіцієнт лінійного температурного розширення), i = 1,3,5; $E_i = 2,2 \cdot 10^2$ МПа, $v_i = 0,38$, $\alpha_i^t = 8,3 \cdot 10^{-5} \, \text{cC}^{-1}$, i = 2,4; $h_1 = 5$ мм, $h_2 = 3$ мм, $h_3 = 12$ мм, $h_4 = 2$ мм, $h_5 = 8$ мм. Плівкове джерело тепла потужністю $q = 6 \, \text{кВт/м}^2$ розташоване між першим і другим шарами оскління. Розташування джерела показане штриховою лінією. Бічна поверхня оскління вважається ідеально теплоізольованою. Задача теплопровідності розв'язана з такими вихідними даними: $k_i = 1,08 \, \text{Вт/(M} \cdot ^\circ\text{C})$, i = 1,3,5; $k_i = 0,22 \, \text{Вт/(M} \cdot ^\circ\text{C})$, i = 2,4 (коефіцієнти теплопровідності матеріалу *i*-го шару); $H_1 = 433 \, \text{Вт/(M}^2 \cdot ^\circ\text{C})$, $H_2 = 20 \, \text{Вт/(M}^2 \cdot ^\circ\text{C})$ (коефіцієнти конвективного теплообміну на верхній і нижній поверхнях оскління); $T_1 = -30^\circ \text{C}$, $T_2 = 20^\circ\text{C}$ (температура середовища на границі з верхньою й нижньою поверхнями).

На рис. 4 показано композицію шарів, розподіл температури в момент, коли температура на поверхні із джерелом тепла досягає максимального значення, та розподіл головного напруження σ_1^i $(i=\overline{1,I})$ вздовж товщини оскління в точці D. Напруження також отримані для температурного розподілу в момент часу, коли температура на поверхні із джерелом тепла досягає найбільшого значення. На поверхні розділу першого й другого шарів оскління спостерігається різке змінення температури й

напружень, викликане наявністю джерела тепла, але при цьому напруження не перевищують допустимих значень.



Рис. 3. Розрахункова схема Рис. 4. Розподіл температури та напруження у шарах оскління

Висновки й перспективи подальших досліджень. Створено метод дослідження напруженодеформованого і теплового станів багатошарових елементів оскління літаків, який базується на уточненій моделі оскління і враховує вплив різних експлуатаційних факторів. Метод включає в себе метод розрахунку на міцність багатошарового електрообігрівного оскління кабін пілотів літальних апаратів при ударі птахом та метод визначення температурних полів і температурних напружень в шарах елементів оскління при впливі електрообігріву. Оскління розглядається як багатошарова незамкнена циліндрична оболонка складної форми в плані. Проведено дослідження напружено-деформованого стану та температурних полів в шарах елементів оскління сучасних літаків. Запропонований підхід дозволяє скоротити витрати і час на передпроектні дослідження і натурні випробування.

Робота виконана у рамках Цільової комплексної програми наукових досліджень НАН України «Проблеми ресурсу і безпеки експлуатації конструкцій, споруд та машин» («Ресурс»).

Література

- Эндерс Г. Столкновения с птицами постоянная угроза / Г. Эндерс // Аэропорт.– 2001.– № 5.– С.29-31.
- 2. Мазин И.П. Физические основы обледенения самолетов / И.П. Мазин.– М.: Гидрометеоиздат, 1957.– 216 с.
- 3. An impact dynamics investigation on some problems in bird strike on windshields od high speed aircrafts / L. Wang, X. Zhu, S. Shi, H. Bao // Acta Aeronaut. et Astronaut. Sin. B.– 1991.– V. 12, № 2.– P. 27-33.
- Онгирский Г.Г. Влияние кинематических факторов на реакцию деформируемой преграды при столкновении с птицей / Г.Г. Онгирский, А.Н. Шупиков, С.В. Угримов // Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов. – 2008. – Вып. 5(56). – С. 54-62.
- 5. Нестационарные колебания многослойных пластин и оболочек и их оптимизация / А.Н. Шупиков, Я.П. Бузько, Н.В. Сметанкина, С.В. Угримов. – Харьков: Изд-во ХНЭУ, 2004. – 252 с.
- 6. Сметанкина Н.В. Нестационарное деформирование, термоупругость и оптимизация многослойных пластин и цилиндрических оболочек / Н.В. Сметанкина. Харьков: Міськдрук, 2011.– 376 с/
- 7. Shupikov A.N. Nonstationary heat conduction in complex-shape laminated plates / A.N. Shupikov, N.V. Smetankina, Ye.V. Svet // Trans. ASME. J. Heat Transfer.– 2007. V. 129, № 3. P. 335-341.