

УДК 519.711.2

О.В. ПОЛИВОДА

Херсонский национальный технический университет

## ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛЕЙ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ОБЪЕКТОВ НА ОСНОВЕ НЕПРЕРЫВНЫХ ОБОЛОЧЕК

*В статье предлагается использовать пространственные модели в виде аппроксимирующих оболочек для описания территориально распределенных объектов. Непрерывные оболочки, полученные на базе двумерных функций принадлежности, позволяют описывать функционирование территориально распределенных объектов, параметры которых изменяются в зависимости от пространственных координат.*

*Ключевые слова: непрерывная модель, территориально распределенный объект, аппроксимирующая оболочка, функция принадлежности.*

O.V. POLIVODA

Kherson National Technical University

## DEVELOPMENT OF DISTRIBUTED OBJECTS MODEL BASED ON CONTINUOUS SHELLS

### Annotation

*This article is dedicated to the development of the continuous model of distributed objects. The purpose of the research was the creation of approximating models that adequately describe the state of a distributed object that is an important task in determining the control methods that improve the functioning of complex systems and the quality of the operational decisions. To create a continuous model of territorially distributed object is proposed to use different types of shells, which are formed on the basis of two-dimensional membership functions depending on the characteristic parameters of the object, as well as characteristics of the dispersed executive equipment.*

*The proposed model of continuous distribution of moisture in the topsoil as a surface using approximating shells formed on the basis of membership functions makes it possible to predict soil moisture and determine operating modes of irrigation systems on all territory of distributed farmland. Use of spatial membership functions allows to generate a model of distributed objects in the form of continuous shells under a variety of spatial coefficients affecting its condition. Continuous models of the objects state can not only improve the performance Decision Support Systems (DSS) ergonomics, but also to optimize the parameters of distributed objects monitoring subsystem.*

*Keywords: continuous model, territorially distributed object, approximating shell, membership function.*

**Постановка проблемы.** Задачи управления сложными системами возникают в связи с трудностями оперативного управления современными промышленными комплексами, вызванными территориальной распределенностью объектов и средств управления. Повышение эффективности автоматизированных систем диспетчерского управления такими объектами связано с необходимостью формализации поддержки принятия решений диспетчерами в реальном времени в условиях неполноты и неточности данных об управляемом процессе. При формировании управления состоянием территориально распределенного объекта целесообразно использовать прогнозирующие модели для оценки его будущего состояния при известном прогнозе стохастических изменений внешних и внутренних условий функционирования системы. В связи с этим поиск методов построения моделей, адекватно описывающих состояние территориально распределенного объекта является важной задачей. Возможным путем ее решения является использование аппроксимирующих оболочек, которые позволяют получить модель распределенного объекта в аналитической (непрерывной) форме.

**Анализ публикаций по теме исследования.** Типичным примером территориально распределенного объекта являются сельскохозяйственные угодия, для которых одной из важнейших задач является контроль и поддержание оптимального уровня влажности почвы. Для моделирования влажности почвы сельскохозяйственных угодий можно использовать динамическую поверхностную модель, которая позволяет воспроизвести изменение влажности почвы по всей территории за весь вегетационный период в зависимости от пространственных координат и времени, на основе уравнения Дарси [1]:

$$\frac{\partial w(x, y, z, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ k(w(x, y, z, t)) \frac{\partial \psi(w(x, y, z, t))}{\partial z} + k(w(x, y, z, t)) \right] - I(w(x, y, z, t)), \quad (1)$$

где  $w(x, y, z, t)$  – влажность почвы в точке с координатами  $(x, y)$  на глубине  $z$  в момент времени  $t$ ;  $\psi(w(x, y, z, t))$  и  $k(w(x, y, z, t))$  – пространственные функции водного потенциала и влагопроводности почвы;  $I(w(x, y, z, t))$  – объем воды, удаляемый из единицы объема почвы в единицу времени.

Начальные и граничные условия задаются в виде

$$\begin{aligned} w(x, y, z, 0) &= w_0(x, y); \\ \frac{dw(x, y, z, t)}{dz} + \frac{k(w(x, y, z, t))}{\mu} \cdot [w_1(x, y, z_0, t) - w(x, y, z_0, t)] &= 0, \quad z_0 = 0; \\ \frac{dw(x, y, z, t)}{dz} + \frac{k(w(x, y, z, t))}{\mu} \cdot [w_2(x, y, z_1, t) - w(x, y, z_1, t)] &= 0, \quad z_1 = z_{\max}, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $w_0(x, y)$  – начальный влагозапас в почве;  $z_0(z_1)$  – верхняя (нижняя) граница пахотного слоя;  $\mu$  – кинематическая вязкость воды;  $w_1(w_2)$  – параметр, характеризующий влажность почвы на верхней (нижней) границе пахотного слоя и учитывающий случайное изменение внешних воздействий.

Уравнение (1) является нелинейным, в частных производных и включает в себя гидро-почвенные коэффициенты, которые в свою очередь изменяются в зависимости от влажности и типа почвы, объема воды, потребляемого культурами и поступающего на поля за счет орошения и атмосферных осадков, что вызывает сложности вычислительного характера при моделировании состояния территориально распределенного сельхозугодия в целом. Для учета изменений различных коэффициентов в зависимости от пространственных координат в поверхностной модели можно использовать функции принадлежности [2].

Модель пространственного коэффициента  $a(x, y)$  изменяющегося по двум координатам имеет вид:

$$a(x, y) = \sum_{i=1}^n a_i(x, y) = \sum_{i=1}^n a_i \cdot f_{\Pi i}(x, y), \quad (3)$$

где  $n$  – количество областей;  $a_i$  – значение коэффициента;  $f_{\Pi i}(x, y)$  –  $\Pi$ -образная функция принадлежности для  $i$ -области с координатами  $(x, y) \in X \times Y$ .

$\Pi$ -образные пространственные функции принадлежности получают путем перемножения  $\Pi$ -образных функций принадлежности по соответствующим координатам:

$$f_{\Pi}(x, y) = f_{\Pi}(x) \cdot f_{\Pi}(y), \quad (4)$$

где функции  $f_{\Pi}(x)$  и  $f_{\Pi}(y)$  формируются на основе  $S$  и  $Z$ -образных функций принадлежности как

$$f_{\Pi}(x) = f_S(x) \cdot f_Z(x), \quad f_{\Pi}(y) = f_S(y) \cdot f_Z(y). \quad (5)$$

Типовыми функциями принадлежности  $S$  и  $Z$ -типа являются: трапециевидная, сплайн-функция, гауссова и сигмоидная. Выбор вида функции принадлежности должен основываться на геометрии областей постоянства параметров модели.

**Формулирование целей статьи.** Целью исследований является разработка непрерывной модели территориально распределенного объекта на основе двумерных функций принадлежности, которая позволит упростить оценку динамики влажности по всему сельхозугодью в зависимости характерных параметров объекта, а также характеристик рассредоточенного исполнительного оборудования.

**Основной материал.** Для моделирования влажности почвы сельхозугодий необходимо наличие карт почв и высадки культур, схем размещения поливных агрегатов и реальных геометрических размеров областей постоянства гидро-почвенных параметров.

1. Моделирование пространственных коэффициентов, зависящих от типа почвы.

Модели функций влагопроводности  $k(w(x, y, z, t))$  и водного потенциала  $\psi(w(x, y, z, t))$  существенно зависят от типа почв. Их можно представить с помощью функций принадлежности вида (3):

$$k(w(x, y, z, t)) = \sum_{i=1}^{p_1} k_i(w(z, t)) \cdot f_{\Pi i}^{(1)}(x, y), \quad \psi(w(x, y, z, t)) = \sum_{i=1}^{p_1} \psi_i(w(z, t)) \cdot f_{\Pi i}^{(1)}(x, y), \quad (6)$$

где  $k_i(w(z, t))$  – функция влагопроводности почвы  $i$ -го типа,  $\psi_i(w(z, t))$  – функция водного потенциала почвы  $i$ -го типа, которые характеризуются гидро-почвенными константами [3]:  $k_{0i}$ ,  $P_i$ ,  $w_{MGi}$ ,  $w_{NVi}$ ,  $w_{VZi}$ ;  $f_{\Pi i}^{(1)}(x, y)$  – пространственная  $\Pi$ -образная функция принадлежности, которая характеризует территориальные границы почвы  $i$ -го типа;  $p_1$  – количество типов почв в пределах исследуемой области.

На рис. 1а приведен фрагмент карты почв территориально распределенного сельхозугодия. Соответствующую модель функции влагопроводности  $k(w(x, y, z, t))$ , зависящую от коэффициента фильтрации почвы  $k_0$ , можно представить аналитическим выражением

$$k_0(x, y) = k_{01} \cdot f_{\Pi}^{(1)}(x_1, y_1) + k_{02} \cdot f_{\Pi}^{(1)}(x_2, y_2), \quad (7)$$

где  $k_{01} = 1,874 \cdot 10^{-4}$  (см/с) и  $k_{02} = 1,672 \cdot 10^{-4}$  (см/с) – коэффициенты фильтрации темно-каштановых и щелочноземельных почв соответственно;  $f_{\Pi}^{(1)}(x_1, y_1)$ ,  $f_{\Pi}^{(1)}(x_2, y_2)$  – пространственные П-образные функции принадлежности, описывающие границы соответствующих почвенных зон согласно карте почв, которые предлагается получать на основе базовой пространственной П-образной сигмоидной функции принадлежности  $f_{\Pi}^{(1)}(x, y)$ , охватывающей границы всего сельхозугодья вида:

$$f_{\Pi}^{(1)}(x, y) = f_{\Pi}^{(1)}(x) \cdot f_{\Pi}^{(1)}(y) = \left( \frac{1}{1 + e^{-\delta(x-x_{01})}} \cdot \frac{1}{1 + e^{\delta(x-x_{02})}} \right) \cdot \left( \frac{1}{1 + e^{-\delta(y-y_{01})}} \cdot \frac{1}{1 + e^{\delta(y-y_{02})}} \right), \quad (8)$$

при  $x \in (0, 100)$ ,  $y \in (0, 100)$  – нормированных координатах сельхозугодий и параметрах  $x_{01} = y_{01} = 5$ ,  $x_{02} = y_{02} = 95$ ,  $\delta = 0,8$ .

Для трансформации функции принадлежности (8) в функции  $f_{\Pi}^{(1)}(x_1, y_1)$  и  $f_{\Pi}^{(1)}(x_2, y_2)$ , которые описывают границы сельхозугодья расположенного на щелочноземельной почве (П1) как четырехугольник с вершинами (0,0), (0,60), (100,30), (100,0) и темно-каштановой почве (П2) как четырехугольник с вершинами (0,60), (0,100), (100,100), (100,30) в соответствии с рис. 1а, необходимо использовать параметрические преобразования в новые координаты  $(x_1, y_1)$  и  $(x_2, y_2)$  вида [3]:

$$\text{П1: } \begin{cases} x_1 = x, \\ y_1 = (0,6 - 0,003x)y, \end{cases} \quad \text{П2: } \begin{cases} x_2 = x, \\ y_2 = 60 + 0,4y - 0,3x + 0,003xy. \end{cases} \quad (9)$$

Непрерывная модель коэффициента фильтрации  $k_0(x, y)$ , полученная на основе уравнений (6) – (9) для всего территориально распределенного сельхозугодья, приведена на рис. 1б.

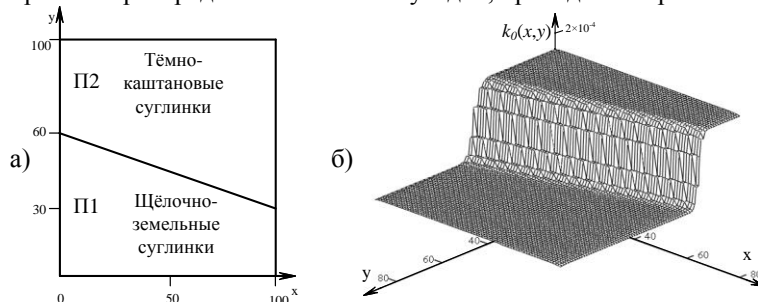


Рис.1. Моделирование коэффициента фильтрации почвы:

а) – графическое представление областей; б) – пространственная модель коэффициента фильтрации почвы  $k_0(x, y)$ :

Аналогичным образом, используя соотношения (6) – (9) строится и модель функции водного потенциала на основе формулы Павловой-Калюжного [4].

2. Моделирование пространственных коэффициентов, зависящих от типа выращиваемых культур.

От типа выращиваемой культуры зависит объем транспирации  $TR(t)$ . Так как растение поглощает влагу по глубине на разных уровнях пахотного слоя не равномерно, а в прямой зависимости от объема корней, распределение объема корней по глубине можно представить с помощью функции плотности распределения вероятности Пуассона  $p(z) = \frac{\lambda^z}{z!} e^{-\lambda}$ . Параметр  $\lambda$  для каждой культуры определяется индивидуально. Тогда объем транспирации на глубине  $z$  в момент времени  $t$  можно определить как

$$TR(z, t) = p(z) \cdot TR(t). \quad (10)$$

Пространственную функцию транспирации  $TR(x, y, z, t)$  можно представить в виде:

$$TR(x, y, z, t) = \sum_{l=1}^{p_2} TR_l(z, t) \cdot f_{\Pi}^{(2)}(x, y), \quad (11)$$

где  $TR_l(z,t) = p(z) \cdot (1 - 0,7^{L_l(t)}) \cdot PE(t) \cdot m_l$  – объем транспирации  $l$ -ой культурой;  $f_{\Pi}^{(2)}(x, y)$  – функция принадлежности, характеризующая геометрическую форму поля выращивания культуры;  $p_2$  – количество видов культур;  $m_l$  – коэффициент, зависящий от типа культуры;  $L_l(t)$  – относительная площадь листьев.

Пространственную функцию транспирации  $TR(x, y, z, t)$  согласно(11) можно представить в виде:

$$TR(x, y, z, t) = TR_1(z, t) \cdot f_{\Pi}^{(2)}(x_3, y_3) + TR_2(z, t) \cdot f_{\Pi}^{(2)}(x_4, y_4), \quad (12)$$

где  $TR_1(z, t) = \frac{2,73 \cdot 10^{(z-5)}}{z!} \cdot (1 - 0,7^{L_1(t)}) \cdot PE(t)$  и  $TR_2(z, t) = \frac{0,013 \cdot 4^z}{z!} \cdot (1 - 0,7^{L_2(t)}) \cdot PE(t)$  – объем транспирации свеклы (К1) и лука (К2) соответственно,  $PE(t)$  – потенциальная испаряемость;  $L_1(t) = \exp(48,09) \cdot t^{-8,228} \cdot \exp\left(\frac{-865,204}{t}\right)$  и  $L_2(t) = -7,7 \cdot 10^{-4} t^2 + 0,14t + 0,173$  – относительная площадь листьев свеклы и лука соответственно;  $f_{\Pi}^{(2)}(x_3, y_3)$ ,  $f_{\Pi}^{(2)}(x_4, y_4)$  – функции принадлежности, характеризующие геометрическую форму полей выращивания культур, согласно рис. 2а, полученные на основе трансформации базовой сигмоидной функции принадлежности (8). Методика получения параметров функции транспирации изложена в [4].

Выражения для вычисления координат  $(x_3, y_3)$  и  $(x_4, y_4)$ , трансформирующих функцию принадлежности (8) в функции  $f_{\Pi}^{(1)}(x_3, y_3)$  и  $f_{\Pi}^{(1)}(x_4, y_4)$ , описывающие границы поля, на котором выращивают свеклу, как четырехугольник с вершинами (0,50), (0,100), (100,100), (100,50) и лук, как четырехугольник с вершинами (0,0), (0,50), (100,50), (100,0), имеют вид

$$K1: \begin{cases} x_3 = x, \\ y_3 = 0,5y + 50, \end{cases} \quad K2: \begin{cases} x_4 = x, \\ y_4 = 0,5y. \end{cases} \quad (13)$$

Пространственная модель транспирации, полученная по уравнениям(10) – (13) для выращиваемых культур (свеклы и лука), представлена на рис. 2б.

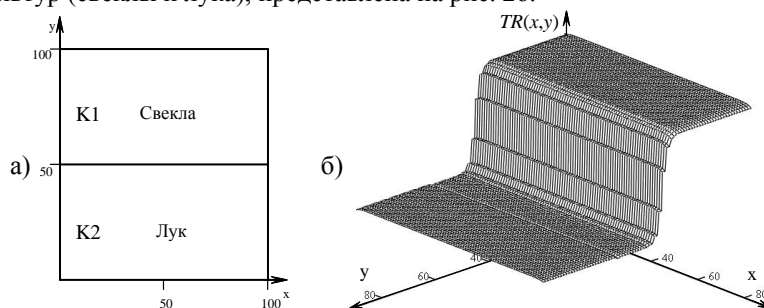


Рис.2. Моделирование функции транспирации в зависимости от типов выращиваемых культур: а) – графическое представление схемы высадки культур; б) – пространственная функция транспирации  $TR(x, y)$

### 3. Моделирование параметров, зависящих от способа поступления воды на сельхозугодья.

Существует два способа поступления воды на поля: за счет орошения, осуществляемого гидромелиоративными системами, и атмосферных осадков. С учетом схемы расположения поливных систем(рис. 3а), объем воды, подаваемый на поля, может быть представлен как

$$q_I(x, y, t) = \sum_{j=1}^{p_3} q_j(t) \cdot f_{\Pi_j}^{(3)}(x, y), \quad (14)$$

где  $q_j(t)$  – максимальный объем воды, подаваемой на поля  $j$ -ой поливной установкой,  $f_{\Pi_j}^{(3)}(x, y)$  – пространственная гауссова функция принадлежности, характеризующая границы территории, орошаемой  $j$ -ой установкой;  $p_3$  – количество поливных установок.

С учетом схемы расположения поливных систем, приведенной на рис. 3а, объем воды, который подается на поля, может быть представлен как

$$q_i(x, y, t) = \sum_{j=1}^{10} q_j(t) \cdot f_{\Pi_j}^{(3)}(x, y), \quad (15)$$

где  $q_j(t)$  – максимальный объем воды, который подается на поля в некоторый момент времени  $t$  от  $j$ -ой поливной установки  $j \in (1, 10)$ ;  $f_{\Pi_j}^{(3)}(x, y)$  – пространственная гауссова функция принадлежности, которая характеризует пределы территории, орошаемой  $j$ -ой дождевальными установкой и определяется как

$$f_{\Pi_j}^{(3)}(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} \cdot e^{-\left[\frac{(x-x_j)^2}{2\cdot\sigma_x^2} + \frac{(y-y_j)^2}{2\cdot\sigma_y^2}\right]}, \quad (16)$$

где  $\sigma_x = \sigma_y = 12$  – параметры, задаваемые типом поливных установок (в нормированной форме),

$$\left\{ \begin{pmatrix} x_j \\ y_j \end{pmatrix} \right\} = \left\{ \begin{pmatrix} 17,6 \\ 17,6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 44 \\ 2,4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 70,4 \\ 17,6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 17,6 \\ 48 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 44 \\ 32,8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 70,4 \\ 48 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 17,6 \\ 78,4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 44 \\ 63,2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 70,4 \\ 78,4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 44 \\ 93,6 \end{pmatrix} \right\} -$$

координаты расположения поливных установок.

Пространственная модель объема воды, которая подается на поля, полученная с учетом типа поливных систем и схемы их расположения представлена на рис.3б.

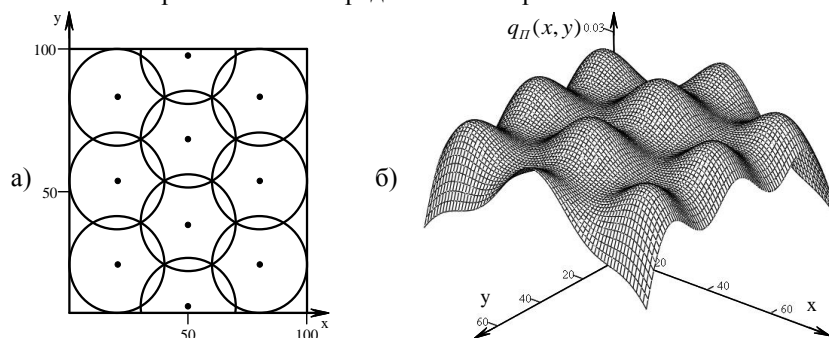


Рис.3. Моделирование объемов воды, подаваемых на поля поливными системами: а) – схема размещения поливных агрегатов; б) – пространственное представление  $q_{\Pi}(x, y)$

Объем воды, поступающий на поля в виде осадков, может быть представлен как

$$q_o(x, y, t) = q_o(t) \cdot f_{\Pi}^{(4)}(x, y) \quad (17)$$

где  $q_o(t)$  – объем воды, поступившей на поля в виде случайных осадков в некоторый момент времени  $t$ ,  $f_{\Pi}^{(4)}(x, y)$  – пространственная функция принадлежности, характеризующая область выпадения осадков.

Типовая форма полей осадков имеет овальную форму как показано на рис. 4а. Пространственная функция принадлежности  $f_{\Pi}^{(4)}(x, y)$  для таких областей (рис. 4б) в виде овала, может быть получена на основе параметрических преобразований базовой нормальной функции принадлежности, как приведено в [5].

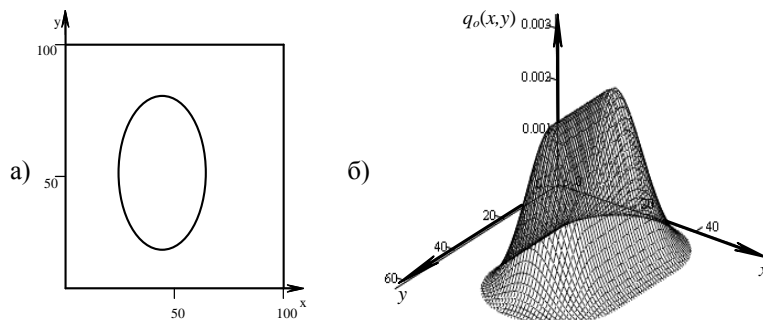
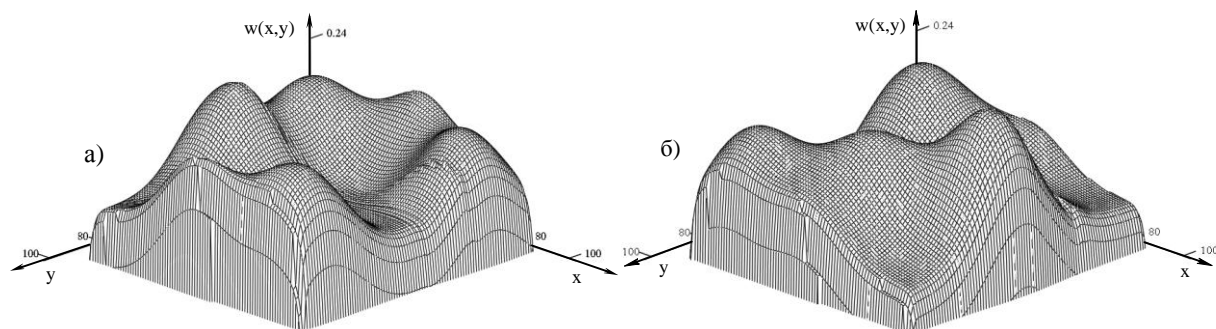


Рис.4. Моделирование объемов воды, поступающих на поля со случайными осадками: а) – геометрия поля осадков; б) – пространственное представление  $q_o(x, y)$

Предложенные методы формирования моделей пространственных коэффициентов, а также распределенных внешних воздействий с использованием функций принадлежности позволяют сформировать динамическую модель влажности почвы в виде непрерывной оболочки  $w(x, y, z, t)$ .

Результаты моделирования влажности почвы на глубине залегания корневой системы ( $z = 20$  см), которые получены на основе предложенного метода построения моделей распределенных объектов на основе непрерывных оболочек в моменты времени  $t_1 = 20$  и  $t_2 = 50$  суток от начала вегетационного периода приведены на рис. 5.



$(w_i - \gamma_{ij} w_j)^2 | w_i - \gamma_{ij} w_j |$  Рис. 5. Результаты моделирования поверхности влажности почвы: а)  $t_1 = 20$  суток; б)  $t_2 = 50$  суток

Предложенная непрерывная модель распределения влаги в пахотном слое в виде поверхности с использованием аппроксимирующих оболочек сформированных на базе функций принадлежности дает возможность прогнозировать влажность почвы и определять режимы работы поливных систем по всей территории распределенных сельскохозяйственных угодий.

**Выводы и перспективы дальнейших исследований.** Использование пространственных функций принадлежности позволяет формировать модели территориально распределенных объектов в виде непрерывных оболочек с учетом разнообразных пространственных коэффициентов, влияющих на его состояние. Непрерывные модели состояния объектов позволяют не только оптимизировать параметры подсистемы мониторинга распределенных объектов, но и улучшить эргономические характеристики показателей СППР.

### Литература

1. Поливода О.В. Использование непрерывных оболочек для моделирования влагосодержания почвы / О.В. Поливода, С.П. Шейник, А.В. Рудакова // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2009. – №2(35). – С. 357–362.
2. Шейник С.П. Использование функций принадлежности для моделирования параметров распределенных объектов / С.П. Шейник, А.В. Рудакова // Автоматика. Автоматизация. Электротехнические комплексы и системы (ААЭКС). – Херсон, 2009. – №2(24). – С. 20 – 25.
3. Шейник С.П. Трансформирующие преобразования для моделирования параметров областей произвольной формы / С.П. Шейник, А.В. Рудакова, М.Ю. Манжола // Інтелектуальні системи прийняття рішень і проблеми обчислювального інтелекту (ISDMCI-2009): міжнародна наукова конференція: матеріали конф. Т.2. – Херсон: ХНТУ, 2010. – С.190–194.
4. Поливода О.В. Динамическая модель распределения влаги в пахотном слое / О.В. Поливода, Н.И. Рыженко, А.В. Рудакова // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2010. – №3(39). – С. 374–380.
5. Поливода О.В. Использование непрерывных оболочек для моделирования влагосодержания почвы / О.В. Поливода, С.П. Шейник, А.В. Рудакова // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2009. – №2(35). – С. 357–362.