

УДК 519.6

Д. О. ТОПЧИЙ

Чорноморський державний університет імені Петра Могили, м. Миколаїв

КОМП'ЮТЕРНЕ ТЕСТУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ТРИКУТНОЇ ПЛАСТИНИ З ШІСТЬМА ТЕРМОЕЛЕМЕНТАМИ

У статті, на основі трикутника другого порядку, запропонований метод знаходження температури у будь-який момент часу.

Ключові слова: трикутник другого порядку, базисна функція, температурне поле, динамічні термоелементи.

D. O. TOPCHYI

Petro Mohyla Black Sea State University, c. Mykolaiv

COMPUTER TESTING OF A NON-STATIONARY TEMPERATURE FIELD OF A TRIANGULAR PLATE WITH SIX THERMOELEMENTS

Annotation

Based on a triangle of the second degree, the method of temperature finding at any point of time is proposed in the article. Recently, while solving boundary value problems engineering practice has used discrete simulation that leads to widespread use of numeral methods, focused on computers. An important role is played by serendipity finite elements that approximate areas of complex configuration in combination with elements of a triangular shape. As it is known the effect of a base on the studied field of an element is very important: in particular points some bases reduce the field and some bases increase it. Computer testing has helped to detect the occurrence of stability (invariability) of serendipity surfaces related to the base. There has been formulated stability conditions of the field as to the base on serendipity elements of the 2nd, 3rd and 4th degree, both in two-dimensional and three-dimensional spaces. In fact, the precursors studied aspects of stationary temperature field. The main purpose of the article is to find temperatures at any point of the triangular plate at random time. Our problem is to study the effect of thermoelements, that work in their temperature conditions, on the formation (relief) of the temperature field. In fact, we start to study the aspects of a non-stationary temperature field. The proposed method is integrated to 2D and 3D elements of higher degree.

Keywords: a triangle of the second degree, basic function, temperature field, dynamic thermoelements.

Вступ. Останнім часом в інженерній практиці при розв'язуванні граничних задач усе частіше застосовується дискретне моделювання, що відкриває шлях до широкого використання чисельних методів, орієнтованих на ЕОМ. При цьому важливу роль відіграють серендипові скінченні елементи, які в комбінації з елементами трикутної форми добре апроксимують області складної конфігурації. Як відомо, вплив базису на досліджуване поле елемента дуже великий: деякі базиси в окремих точках занижують поле, а деякі – завищують його. За допомогою комп'ютерного тестування вдалось виявити явище стійкості (незмінності) серендипових поверхонь по відношенню до базису. Було сформульовано умови стійкості поля щодо базису на серендипових елементах 2-го, 3-го та 4-го порядків, як в двовимірному, так і в тривимірному просторах. Фактично, попередники розглядали аспекти стаціонарного температурного поля [1-7].

Поставимо задачу: дослідити вплив термоелементів, які працюють у своїх температурних режимах, на формування (рельєф) температурного поля.

Аналіз досліджень і публікацій. Дана робота має витоки досліджень з робіт [1-7].

Ціль статті. Основна ціль статті – знаходження температури у будь-якій точці трикутної пластини у довільний момент часу.

Основна частина. Наявність трикутного скінченного елемента (без внутрішніх вузлів) дає можливість сформулювати крайову задачу на трикутнику з дискретними умовами Діріхле на границі. Задамо температурні режими термоелементів у шістьох вузлах скінченного елемента:

$$T_1(t) = \cos t; \quad T_2(t) = \sin\left(2t + \frac{\pi}{2}\right); \quad T_3(t) = \cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right); \quad T_4(t) = \sin\left(3t + \frac{\pi}{4}\right);$$

$$T_5(t) = \cos\left(4t + \frac{\pi}{6}\right); \quad T_6(t) = \sin\left(5t + \frac{\pi}{2}\right).$$
(1)

Температура у будь-якій точці трикутної пластини і у будь-який момент часу визначається наступною формулою:

$$T(x, y, t) = \sum_{i=1}^6 N_i(x, y) \cdot T_i(t)$$
(2)

де $N_i(x, y)$ – базисні функції трикутника другого порядку, $T_i(t)$ – температурні режими термоелементів.

Базисні функції трикутника другого порядку мають відомий вигляд:

$$\begin{aligned} N_1(x, y) &= L_1 \cdot (2L_1 - 1); & N_2(x, y) &= L_2 \cdot (2L_2 - 1); & N_3(x, y) &= L_3 \cdot (2L_3 - 1); \\ N_4(x, y) &= 4L_1 \cdot L_2; & N_5(x, y) &= 4L_2 \cdot L_3; & N_6(x, y) &= 4L_1 \cdot L_3. \end{aligned} \quad (3)$$

де L_1, L_2, L_3 – барицентричні координати симплекса.

З урахуванням (1) і (3) запишемо формулу (2) у розгорнутому вигляді:

$$\begin{aligned} T(x, y, t) &= L_1 \cdot (2L_1 - 1) \cdot \cos t + L_2 \cdot (2L_2 - 1) \cdot \sin\left(2t + \frac{\pi}{2}\right) + L_3 \cdot (2L_3 - 1) \cdot \cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right) + \\ &+ 4L_1 \cdot L_2 \cdot \sin\left(3t + \frac{\pi}{4}\right) + 4L_2 \cdot 2L_3 \cdot \cos\left(4t + \frac{\pi}{6}\right) + 4L_1 \cdot L_3 \cdot \sin\left(5t + \frac{\pi}{2}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

За допомогою систем автоматизованого проектування Mathcad 14 і Компас 11 були створені поверхні температурних полів (4). Продемонструємо скріншоти (рис.1, рис.2) у наступні моменти часу: $t=10$ с, 100 с.

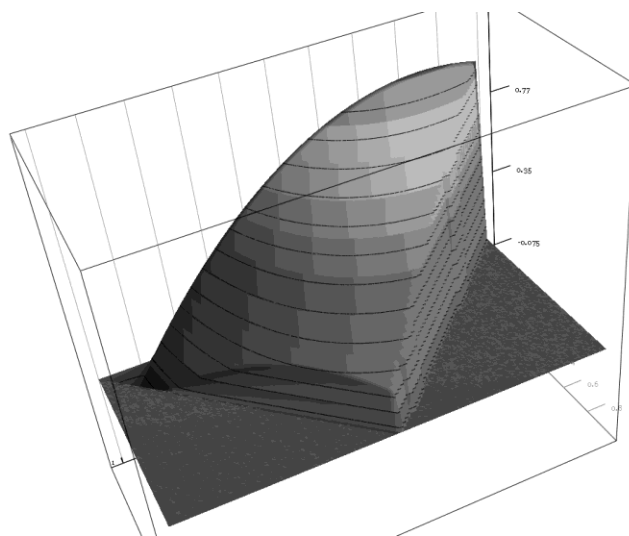


Рис. 1. Поверхня температурного поля у момент часу $t=10$ с

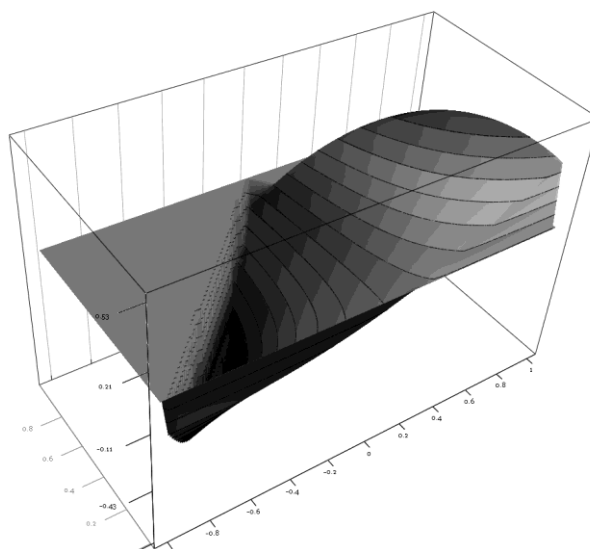


Рис. 1. Поверхня температурного поля у момент часу $t=100$ с

Висновки. Запропонована методика узагальнюється на елементи 2D і 3D вищих порядків.

Література

1. Хомченко А.Н. Конструювання серендипових поверхонь, нечутливих до змін функцій форми / А. Н. Хомченко, С. О. Камаєва // Наукові нотатки. Міжвуз. зб. — Луцьк: ЛДТУ, 2008. — Вип. 22. — С. 366-371.
2. Хомченко А. Н. Дискретні моделі температурних полів в областях складної форми / А. Н. Хомченко, С. О. Камаєва // Крайові задачі для диференціальних рівнянь : зб. наук. пр. / Чернів. нац. ун-т ім. Ю. Федьковича. — Чернівці, 2008. — Вип. 16. — С. 293–311.
3. Хомченко А. Н. Геометричне моделювання стаціонарних теплових полів в областях складної форми / А. Н. Хомченко, С. О. Камаєва // Прикладна геометрія та інженерна графіка. — Мелітополь, 2008. — С. 34–43. — (Праці / Тавр. держ. агротехнол. ун-т ; т. 38, вип. 4).
4. Пат. на винахід 85889 Україна, МПК G 01 K 7/00, G 01 K 7/42. Спосіб визначення температурного поля / Хомченко А. Н., Камаєва С. О.; заявники та патентовласники Хомченко А. Н., Камаєва С. О. — № 200701524 ; заявл. 13.02.07 ; опубл. 10.03.09, Бюл. № 5. — 4 с.
5. Хомченко А. Н. Критерій інваріантності температурних полів серендипових елементів щодо альтернативних функцій форми / А. Н. Хомченко, С. О. Камаєва // Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації: Міжнар. наук. конф., Кам'янець-Подільський, 5-6 черв. 2008 р. : матеріали. — Кам'янець-Подільський, 2008. — Вип. 1. — С. 191–196.
6. Камаєва С. О. Відновлення температурного поля пластини неопуклої форми / С. О. Камаєва // Эффективные инструменты современных наук — 2009 : V Междунар. науч.-практ. конф., Дніпропетровськ, 27 квіт. - 5 трав. 2009 р. : тез. докл. — Прага ; Дніпропетровськ, 2009. — Т. 14. — С.23–26.
7. Камаєва С. О. Ансамблювання скінченних елементів з альтернативними базисами / С. О. Камаєва // Актуальные проблемы современных наук — 2009 : V Междунар. науч.-практ. конф., Дніпропетровськ, 7-15 черв. 2009 р. : тез. докл. — Польща ; Дніпропетровськ, 2009. — Т. 21.— С. 74–76.