

УДК 533.92:533.95

А.О. КАРАЄВ

Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна

О.О. СТРЕЛЬНИКОВА

Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна

Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України

**МОДЕЛЮВАННЯ СТАДІЇ ГІДРОДИНАМІЧНОГО РОЗШИРЕННЯ
ЦЕНТРАЛЬНОГО ЗІТКНЕННЯ ВАЖКИХ ЙОНІВ**

У роботі досліджено стадію гідродинамічного розширення центрального зіткнення важких йонів. Отримано систему диференціальних рівнянь з частинними похідними, що описує еволюцію густини внутрішньої енергії кварк-глюонної плазми в системі з аксіальною симетрією в ультрарелятивістському випадку. Наведено якісний розв'язок системи нелінійних рівнянь релятивістської гідродинаміки для випадку зіткнень важких йонів.

Ключові слова: релятивістська гідродинаміка, зіткнення важких йонів, кварк-глюонна плазма.

А.А. КАРАЕВ

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина

Е.А. СТРЕЛЬНИКОВА

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина

Институт проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАДИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО РАСШИРЕНИЯ ЦЕНТРАЛЬНОГО
СТОЛКНОВЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ**

В работе исследована стадия гидродинамического расширения центрального столкновения тяжелых ионов. Получена система дифференциальных уравнений в частных производных, описывающая эволюцию плотности внутренней энергии кварк-глюонной плазмы в системе с аксиальной симметрией в ультрарелятивистском случае. Приведено качественное решение системы нелинейных уравнений релятивистской гидродинамики для случая столкновений тяжелых ионов.

Ключевые слова: релятивистская гидродинамика, столкновения тяжелых ионов, кварк-глюонная плазма.

А.О. KARAIEV

V.N. Karazin Kharkiv National University

О.О. STRELNIKOVA

V.N. Karazin Kharkiv National University

The A.N. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems NAS of Ukraine

MODELLING HYDRODYNAMIC EXPANSION STAGE OF THE CENTRAL HEAVY-ION COLLISIONS

In the current article was studied hydrodynamic expansion stage of the central heavy-ion collisions. System of differential equations in partial derivatives, which describes evolution of the internal energy density of quark-gluon plasma in the system with axial symmetry in ultra-relativistic case, was obtained in this work. Descriptive solution of the nonlinear relativistic hydrodynamic equations was given in case of the heavy-ion collisions.

Keywords: relativistic hydrodynamics, heavy-ion collisions, quark-gluon plasma.

Формулювання проблеми

Ми живемо в епоху, коли, якщо не людське око, то принаймні людський розум здатний проникати у загадкові таємниці адронних зіткнень. Сучасний рівень прискорювачів дозволяє досліджувати зіткнення важких ультрарелятивістських йонів, що дає змогу пролити світло на загадковий стан матерії – кварк-глюонну плазму (КГП), яка була експериментально зафіксована у 2005 році. За припущеннями, саме у такому стані перебував Всесвіт через короткий (10^{-11} с) проміжок часу після Великого вибуху. Дослідження кварк-глюонної плазми відкриває нові перспективи у фізиці високих енергій та астрофізиці.

Кварк-глюонна плазма являє собою матерію з високою густиною енергії, що складається з вільних кварків та глюонів. Взаємодія кварків за допомогою глюонів називається сильною взаємодією. Теорія сильної взаємодії описується в рамках квантової хромодинаміки, в якій кожен кварк має додатковий ступінь свободи – кольоровий заряд, а сама взаємодія є взаємодією між кварками через глюонні поля.

Для дослідження множинного народження частинок та властивостей КГП на колайдерах виконують зіткнення важких йонів. На колайдері RHIC (США) це йони золота, на LHC (CERN) – свинцю. Згустки

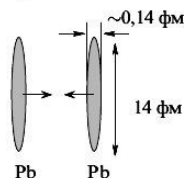
плазми на ЛНС є більш густими та довгоживучими, порівняно з RHIC, а саме: густина енергії $10 \text{ GeV} \cdot \text{fm}^{-3}$ (втричі більше за відповідну у RHIC), час життя $10 \text{ fm}/c$ (на 20% більше за відповідний на RHIC) [3, С. 573].

З теоретичної точки зору процес зіткнення можна розділити на декілька етапів (рис. 1):

- 1) Сам процес зіткнення. Зустрічний потік лоренц-стиснутих дисків наближується один до одного зі швидкістю, близькою до швидкості світла.
- 2) Утворення КГП. Після того, як йони наближуються один до одного на відстані, що відповідають характерним величинам сильної взаємодії, система починає перебудовуватися, поки не буде досягнуто стану термодинамічної рівноваги. На цій стадії відбувається фазовий перехід першого роду при температурі, близькій до 170 MeV.
- 3) Стадія гідродинамічного розширення. Система переходить у стан локальної термодинамічної рівноваги і починає розширюватися. На цьому етапі допустимо застосування макроскопічного опису процесу.
- 4) Стадія вільного розльоту. Система охолоджується і, після досягнення критичної температури, розлітається на вільні адрони.

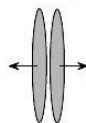
Стадії зіткнення важких йонів

1) Процес зіткнення



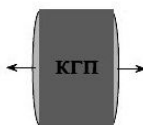
2) Утворення кварк-глюонної плазми

$$\tau \sim 1 \text{ fm}/c = 3,3 \times 10^{-24} \text{ c}$$



3) Гідродинамічне розширення

$$\tau \sim 10 \text{ fm}/c$$



4) Вільний розліт

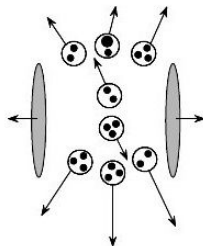


Рис. 1. Стадії зіткнення важких йонів

У представленій роботі розглядається стадія гідродинамічного розширення. Як було сказано вище, систему у цій стадії можна вважати макроскопічною і застосовувати для її розгляду гідродинаміку, звичайно, не класичну, а релятивістську. Рівняння релятивістської гідродинаміки суттєво нелінійні, навіть якщо застосувати ультрарелятивістське наближення. Для початку можна обмежитися випадком центрального зіткнення, що дозволяє нам використати присутню аксіальну симетрію.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Дослідження у даній області почали проводитися ще у 50-ті роки ХХ століття, не дивлячись на те, що тоді не існувало ні квантової хромодинаміки (КХД), ні прискорювачів, що здатні виконувати експериментальні досліди у цьому напрямку. Однак, саме результати досліджень тих часів сформулювали макроскопічну картину ультрарелятивістських зіткнень, яку справедливо використовують і в наш час, особливо з появою експериментальних установок та нових здобутків кваркової теорії.

Першим, хто усвідомив те, що процеси у мікросвіті можна ілюструвати релятивістською гідродинамікою, був відомий радянський фізик, лауреат Нобелівської премії з фізики 1962 року Лев Давидович Ландау (1908-1968), який значний час працював у стінах Харківського університету [6].

Сучасні дослідження пов'язані з узгодженням макроскопічного підходу із експериментальними даними, які останнім часом активно здобуваються на прискорювачах RHIC та LHC [1–3, 7]. Поява сучасних комп'ютерів надає змогу використовувати чисельні методи для розв'язання нелінійних рівнянь релятивістської гідродинаміки, що було не під силу обчислювальній техніці ще 40 років тому. Дослідження таких систем математичними методами може допомогти розв'язати задачі не лише у фізиці високих енергій, а й у астрономії, астрофізиці, космології тощо.

Останнім часом розробляється новий перспективний підхід в теорії КПП, заснований на голографічній дуальності квантово-польової системи з сильною взаємодією в чотиривимірному просторі Мінковського та класичної гравітації в п'ятивимірному просторі анти-де Ситтера (AdS) [3]. Існують здобутки в голографічному описанні рівноважної КПП; голографічний підхід успішно реалізується і для описання процесу формування КПП.

Формулювання мети дослідження

Як було сказано вище, динаміку КПП ефективно досліджувати, використовуючи рівняння релятивістської гідродинаміки. Перед початком дослідження було поставлено такі основні задачі:

- 1) отримати рівняння еволюції макроскопічних термодинамічних параметрів кварк-глюонної плазми у стадії гідродинамічного розширення в ультрарелятивістському наближенні;
- 2) якісно чисельно розв'язати нелінійні рівняння еволюції густини внутрішньої енергії для системи з аксіальною симетрією.

Основний матеріал дослідження

Для того щоб досягти послідовності в подальшому викладенні матеріалу, автори вважають доцільним познайомити (або нагадати) читачам базові поняття релятивістської гідродинаміки.

Тензор енергії-імпульсу

Об'єкт, що описує густину та потік енергії-імпульсу полів матерії, називається тензором енергії-імпульсу [4, С. 8]. Це абсолютно симетричний тензор другого рангу, який у макроскопічному гідродинамічному випадку можна представити у наступному вигляді:

$$T^{ik} = \varepsilon u^i u^k + q^i u^k + q^k u^i + P^{ik}, \quad (1)$$

де T^{ik} – тензор енергії-імпульсу; ε – густина енергії; u^i – 4-вектор гідродинамічної швидкості, що визначається як часоподібний власний вектор тензора енергії-імпульсу; q^i – 4-вектор Пойтінга (вектор густини потоку енергії); $P^{ik} = -P(g^{ik} - u^i u^k) + \Pi^{ik}$ – тензор напруження; $g^{ik} = \text{diag}(1; -1; -1; -1)$ – метричний тензор простору Мінковського; P – нормальний (паскалівський) тиск; Π^{ik} – тензор анізотропного тиску.

У випадку ідеальної рідини, тобто у відсутності дисипативних процесів, таких як в'язкість і теплопровідність, тензор енергії-імпульсу суттєво спрощується:

$$T^{ik} = (\varepsilon + P)u^i u^k - P g^{ik} \quad (2)$$

Якщо у системі зберігається число частинок, виконується рівняння неперервності:

$$\frac{\partial n u^k}{\partial x^k} = 0 \quad (3)$$

Рівняння руху містяться, як відомо, у рівняннях:

$$\frac{\partial}{\partial x^k} T^{ik} = 0 \quad (4)$$

Ультрарелятивістський випадок

В ультрарелятивістському випадку швидкість руху частинок наближується до швидкості світла. Це означає, що для таких систем рівняння неперервності є несправедливим, бо у рідині відбувається множинне народження нових частинок (що і підтверджується дослідями з важкими йонами). З цього випливає, що у таких системах число частинок не зберігається, і хімічний потенціал можна вважати рівним нулю, так як

хімічний потенціал – це енергія, яку необхідно надати частинці, щоб додати її в систему, яка знаходиться в стані термодинамічної рівноваги.

Для моделювання стану термодинамічної рівноваги кварк-глюонної плазми можна використовувати рівняння [5, С.1247]:

$$\varepsilon = 3P + 4B \quad (5)$$

де B – т.з. константа "мішку".

Поява константи "мішку" не випадкова – вона є наслідком непертурбативних ефектів та віддзеркалює різницю між пертурбативним вакуумом та вакуумом КХД. У випадку $B = 0$ рівняння стану стає рівнянням, що відповідає випромінюванню абсолютно чорного тіла, тобто модельного фотонного газу у ящику. Через те, що різницю кварків та антикварків прийнято вважати величиною, що зберігається (баріонне число), константа "мішку" ненульова. Загальноприйняте значення цієї константи $B = 235 \text{ MeV}$, яке отримано із спектроскопії адронів [5, с.1247].

Використовуючи рівняння (2) і (5) можна отримати явний вид тензора енергії-імпульсу:

$$T_i^k = \frac{1}{3} (4(\varepsilon - B)u_i u^k - (\varepsilon - 4B)\delta_i^k) \quad (6)$$

Для отримання рівняння руху скористаємося процедурою (4). Після цього рівняння руху матиме вигляд:

$$4\varepsilon' u^k \frac{\partial u_i}{\partial x^k} = \frac{\partial \varepsilon'}{\partial x^i} - u_i u^k \frac{\partial \varepsilon'}{\partial x^k} \quad (7)$$

де $\varepsilon' = \varepsilon - B$

Для зручності розв'язання у майбутньому, перепишемо рівняння (7) у 3-виді:

$$\begin{cases} \frac{4\varepsilon'}{c^2 - v^2} \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) \vec{v} \right) = -\nabla \varepsilon' - \frac{\vec{v}}{c^2} \frac{\partial \varepsilon'}{\partial t} \\ \frac{\partial \varepsilon'}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) \varepsilon' = -\frac{4}{3} \varepsilon' \left(\text{div } \vec{v} + \frac{\vec{v}}{c^2 - v^2} \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}, \nabla) \vec{v} \right) \right) \end{cases} \quad (8)$$

Скористаємось тим, що швидкості в системі близькі до швидкості світла. Введемо малий параметр $\alpha = 1 - v/c$. Використовуючи метод послідовних наближень, зробимо розкладання системи рівнянь (8) в околі малого параметра α :

$$\begin{cases} \frac{\partial \varepsilon'}{\partial t} + \left(1 - \frac{\alpha}{2} \right) c (\vec{v}, \nabla) \varepsilon' = -2\varepsilon' \text{div } \vec{v} \\ 2\varepsilon' \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (1 - \alpha) c (\vec{v}, \nabla) \vec{v} \right) = -\alpha c \left(\nabla \varepsilon' + \frac{\vec{v}}{c} \frac{\partial \varepsilon'}{\partial t} \right) \end{cases} \quad (9)$$

У граничному нульовому випадку при $\alpha = 0$ рівняння (9) суттєво спрощуються. Для зручності застосування в майбутньому чисельних методів, ефективно перейти до безрозмірних змінних:

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 \tilde{\varepsilon}', \quad r = r_0 \tilde{r}, \quad t = t_0 \tilde{t}, \quad X = \frac{ct_0}{r_0} \quad (10)$$

де ε_0, r_0, t_0 – визначають характерні енергію, відстань і час взаємодії у системі.

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}'}{\partial \tilde{t}} + X (\vec{v}, \nabla) \tilde{\varepsilon}' = -2X \tilde{\varepsilon}' \text{div } \vec{v} \\ \frac{\partial \vec{v}}{\partial \tilde{t}} + X (\vec{v}, \nabla) \vec{v} = 0 \end{cases} \quad (11)$$

Для того, щоб математична модель процесу набула строгості, необхідно поставити початкові та граничні умови, які будуть задаватися на границі лоренц-стиснутого циліндру, який обмежують два зустрічні лоренц-стиснуті диски перед взаємодією.

Спочатку для зручності можна обмежитися одновимірним випадком. Це наближення можна пояснити наступним аргументом: перед зіткненням швидкості частинок направлені в одну сторону і величина цієї швидкості дуже велика – в нашому наближенні за малим параметром $\alpha = 1 - v/c$ швидкість

частинок майже дорівнює швидкості світла – тому можливістю появи поперечного потоку у цьому наближенні можна нехтувати. В одномірному випадку система рівнянь буде представлена як:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{t}} + X \tilde{v} \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{z}} = 0 \\ \frac{\partial \tilde{\varepsilon}'}{\partial \tilde{t}} + X \tilde{v} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}'}{\partial \tilde{z}} = -2X \tilde{\varepsilon}' \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tilde{z}} \end{cases} \quad (12)$$

Для розв'язання системи рівнянь (12) використовувалася явна схема Ейлера. На рис. 2 і рис. 3 представлені розв'язки для енергії у різні моменти часу із гауссовими початковими умовами і фіксованим значенням 4-градієнту енергії на границі.

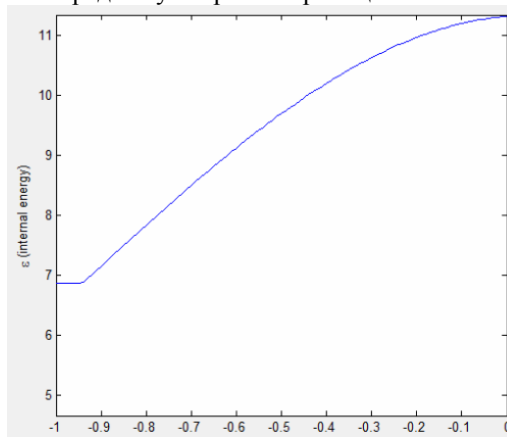


Рис. 2. Розподіл енергії з координатою

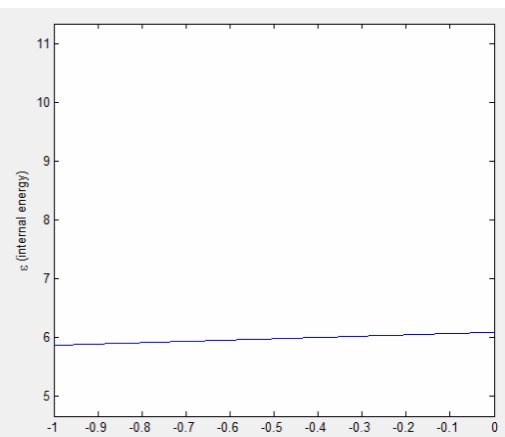


Рис. 3. Розподіл енергії з координатою

Висновки

Даний підхід є яскравим прикладом макроскопічного погляду на процеси у фізиці елементарних частинок. Не дивлячись на те, що система складається з великої кількості сильновзаємодіючих елементів, які в мікроскопічному розгляді описуються апаратом квантової хромодинаміки, загалом вона поводить себе як дуже щільна гаряча рідина, що добре підтверджується експериментами.

Експериментальне дослідження властивостей кварк-глюонної плазми відкриває нові горизонти в фізиці високих енергій. Припущення на основі деяких дослідів стверджують, що у стані кварк-глюонної плазми знаходиться субстанція всередині нейтронних зірок, її "краплі" присутні в атомних ядрах тощо. Є великі надії на успіхи у цій сфері, пов'язані, перш за все, з функціонуванням Великого адронного колайдери (ЛНС), на якому планується один місяць кожного року проводити експерименти з ультрарелятивістськими йонами свинцю.

Головний здобуток даної роботи – система рівнянь для ультрарелятивістського випадку зіткнення важких йонів свинцю на ЛНС. Практична частина роботи проілюстрована чисельними розв'язками цієї системи для конфігурації із граничними умовами на границі лоренц-стиснутого циліндру в одновимірному випадку, що розв'язані у створеній аплікації.

Список використаних джерел

1. Chojnacki M. Hydrodynamic description of particle production in relativistic heavy-ion collisions / M. Chojnacki. — Kraków, Poland: The Henryk Niewodniczański Institute of Nuclear Physics Polish Academy of Sciences, 2009. — 98 p.
2. Ollitrault J.-Y. Relativistic hydrodynamics / J.-Y. Ollitrault—Service de Physique Théorique, 2007. — 16 p.
3. Арефьева И.Я. Голографическое описание кварк-глюонной плазмы, образующейся при столкновениях тяжёлых ионов / И.Я. Арефьева // Успехи физических наук. — 2014.— Т. 184, № 6 — С. 569—596.
4. Балакин А.Б. Релятивистская теория многочастичных систем / А.Б. Балакин. — Казань: Казанский государственный университет, 2003. — 67 с.
5. Барц Х.В. Релятивистская ядерная гидродинамика и фазовый переход в состояние деконфайнмента / Х.В. Барц, Б. Кэмпфер // Физика элементарных частиц и атомного ядра. — 1987. — Т. 18, Вып. 6— С. 1234—1282.
6. Беленький С.З. Гидродинамическая теория множественного образования частиц / С.З. Беленький, Л.Д. Ландау // УФН. — 1955. — Т. LVI. — Вып. 3 — С. 309—438.
7. Розенталь И.Л. Гидродинамическая интерпретация взаимодействия частиц высоких энергий и космических всплесков / И.Л. Розенталь, А.М. Снигирев // Физика элементарных частиц и атомного ядра. — 2003. — Т. 34. — Вып.1. — С. 142—178.