

УДК 539.3

Р.С. МУСІЙ, Х.Т. ДРОГОМИРЕЦЬКА, О.Г. ОРИЩИН
Національний університет "Львівська політехніка"**ТЕРМОМЕХАНІЧНА ПОВЕДІНКА ЕЛЕКТРОПРОВІДНОГО ПОРОЖНИСТОГО ЦИЛІНДРА ЗА ІМПУЛЬСНОЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ДІЇ ЗА ВРАХУВАННЯ ПРОЦЕСУ ТЕРМОПРУЖНОГО РОЗСІЮВАННЯ ЕНЕРГІЇ**

На основі сформульованої зв'язаної динамічної задачі термомеханіки для довгого порожнистого електропровідного циліндра за однорідної нестационарної електромагнітної дії досліджено його термомеханічну поведінку за дії електромагнітного імпульсу за врахування процесу термопружного розсіювання енергії і без такого врахування.

Ключові слова: електропровідний порожнистий циліндр, однорідна нестационарна електромагнітна дія, електромагнітний імпульс, термомеханічна поведінка, термопружне розсіювання енергії.

R.S. MUSIY, H.T. DROHOMYRETSKA, O.H. ORYSHCHYN
Lviv Polytechnic National University**THERMOMECHANICAL BEHAVIOUR OF ELECTROCONDUCTIVE HOLLOW CYLINDER UNDER THE IMPULSE ELECTROMAGNETIC ACTION CONSIDERING THERMOELASTIC ENERGY DISSIPATION**

The dynamic problem of thermomechanics for long hollow electroconductive cylinder under the homogeneous non-stationary electromagnetic action was considered. Based on this, thermomechanical behaviour of the cylinder under the action of electromagnetic impulse accounting the process of thermoelastic energy dissipation or without such consideration was numerically investigated.

Keywords: hollow electroconductive cylinder, homogeneous nonstationary electromagnetic action, electromagnetic impulse, thermomechanic behaviour, thermoelastic energy dissipation.

Постановка задачі. Аналіз сучасних досліджень і публікацій

В процесі роботи та експлуатації багатьох приладів і пристроїв, конструктивним елементом яких є порожнистий електропровідний циліндр, такий циліндр зазнає впливу нестационарних електромагнітних полів (ЕМП), зокрема імпульсного характеру дії [1]. Імпульсне ЕМП створює в циліндрі об'ємні нестационарні джерела джоулевого тепла Q і пондеромоторні сили \vec{F} [2]. Ці два фізичні чинники зумовлюють виникнення нестационарних температурного поля T і поля механічних переміщень \vec{U} . Вказані поля в загальному випадку є взаємопов'язані.

В літературі [3-5] наведено дослідження термонапруженого стану (ТНС) шару з плоскопаралельними межами за дії теплового удару, за індукційного нагріву усталеним ЕМП та за дії імпульсного ЕМП за врахування процесу термопружного розсіювання енергії. Проте вплив імпульсних ЕМП на термомеханічну поведінку порожнистого циліндра за врахування процесу термопружного розсіювання енергії вивчений недостатньо.

Мета дослідження

Основною метою даної роботи є дослідження термомеханічної поведінки електропровідного порожнистого циліндра за дії електромагнітного імпульсу (ЕМИ) за врахування процесу термопружного розсіювання енергії і без такого врахування.

Опис основних матеріалів дослідження

Розглянемо довгий порожнистий електропровідний циліндр, віднесений до циліндричної системи координат (r, φ, z) , вісь Oz якої співпадає з віссю симетрії циліндра. Матеріал циліндра однорідний, ізотропний і неферромагнітний, а його фізико-механічні характеристики є сталими.

Циліндр знаходиться за дії нестационарного ЕМП, яке задається значеннями осьової компоненти H_z вектора напруженості магнітного поля $\vec{H}(r, t)$ на внутрішній $r = r_0$ і зовнішній $r = r_1$ поверхнях циліндра

$$H_z(r_0, t) = H_z^-(t), \quad H_z(r_1, t) = H_z^+(t). \quad (1)$$

Тут $H_z^\pm(t)$ - задані функції часу t . Поверхні циліндра $r = r_0$ і $r = r_1$ теплоізовані і вільні від силового навантаження.

За таких умов розрахункова модель визначення термонапруженого стану циліндра складається з двох етапів [4-5]: на першому етапі з рівнянь електродинаміки визначається вектор напруженості магнітного поля \vec{H} в циліндрі та зумовлені ним джоулеві тепловиділення Q і пондеромоторні сили \vec{F} ; на другому - з рівнянь зв'язаної динамічної задачі термопружності визначаються температурне поле T і радіальна компонента $U_r(r,t)$ вектора переміщень $\vec{U} = \{U_r(r,t); 0; 0\}$ та відповідні компоненти σ_{jj} ($j = r, \varphi, z$) тензора напружень \mathcal{E} .

Відмінну від нуля осьову компоненту $H_z(r,t)$ вектора напруженості магнітного поля $\vec{H} = \{0; 0; H_z(r,t)\}$ на основі співвідношень Максвелла визначаємо з рівняння

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial r} - \sigma \mu \frac{\partial H_z}{\partial t} = 0 \quad (2)$$

за граничної умови (1) та нульової початкової умови

$$H_z(r,0) = 0. \quad (3)$$

Тут σ - коефіцієнт електропровідності, μ - магнітна проникливість матеріалу циліндра.

За знайденою функцією $H_z(r,t)$ питомі густини джоулевих тепловиділень $Q(r,t)$ та пондеромоторної сили $\vec{F} = \{F_r(r,t); 0; 0\}$ подаються співвідношеннями:

$$Q = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial H_z}{\partial r} \right)^2, \quad F_r = -\mu H_z \frac{\partial H_z}{\partial r}. \quad (4)$$

Температуру $T(r,t)$ і радіальну компоненту $U_r(r,t)$ вектора переміщень знаходимо зі системи рівнянь зв'язаної динамічної задачі термомеханіки для циліндра

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1 + \varepsilon_*}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} - \varepsilon_* \frac{1 + 2\nu}{\kappa \alpha E} \cdot \frac{\partial^2 U_r}{\partial t \partial r} &= -\frac{1}{\lambda} Q, \\ \frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial r} - \frac{U_r}{r^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 U_r}{\partial t^2} &= \alpha \frac{1 + \nu}{1 - \nu} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}{E(1 - \nu)} F_r. \end{aligned} \quad (5)$$

Тут κ , λ , ν , α - коефіцієнти температуро- і теплопровідності, Пуассона, лінійного теплового розширення, E - модуль Юнга, ρ - густина матеріалу циліндра; $c = \sqrt{E(1 - \nu) / (\rho(1 + \nu)(1 - 2\nu))}$ - швидкість пружної хвилі розширення; ε_* - параметр, що характеризує зв'язаність полів деформації та температури.

Систему (5) розв'язуємо за граничних умов:

$$\frac{\partial T(r_0, t)}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial T(r_1, t)}{\partial r} = 0, \quad (6)$$

теплоізоляції поверхонь $r = r_0$ і $r = r_1$ та умов

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_r(r_0, t)}{\partial r} + \frac{\nu}{1 - \nu} \frac{U_r(r_0, t)}{r_0} &= \alpha \frac{1 + \nu}{1 - \nu} T(r_0, t), \\ \frac{\partial U_r(r_1, t)}{\partial r} + \frac{\nu}{1 - \nu} \frac{U_r(r_1, t)}{r_1} &= \alpha \frac{1 + \nu}{1 - \nu} T(r_1, t) \end{aligned} \quad (7)$$

відсутності силового навантаження на цих поверхнях, а також нульових початкових умов

$$T(r, 0) = 0, \quad U_r(r, 0) = 0, \quad \frac{\partial U_r(r, 0)}{\partial r} = 0. \quad (8)$$

За знайденими функціями $T(r,t)$, $U_r(r,t)$ радіальну σ_{rr} , колову $\sigma_{\varphi\varphi}$ та осьову σ_{zz} компоненти тензора напружень визначаємо за формулами:

$$\sigma_{rr} = \frac{2E}{1 - 2\nu} \left[(1 - \nu) \frac{\partial U_r}{\partial r} + \nu \frac{U_r}{r} - \alpha(1 + \nu)T \right],$$

$$\sigma_{\varphi\varphi} = \frac{2E_n}{1-2\nu} \left[(1-\nu) \frac{U_r}{r} + \nu \frac{\partial U_r}{\partial r} - \alpha(1+\nu)T \right],$$

$$\sigma_{zz} = \nu(\sigma_{rr} + \sigma_{\varphi\varphi}) - \alpha E(1+\nu)T. \tag{9}$$

Для побудови розв'язків сформульованих вище початково-крайових задач електродинаміки (1) - (3) та зв'язаної термопружності (5)-(8) використовуємо апроксимацію ключових функцій $\Phi(r, t) = \{H_z(r, t), T(r, t), U_r(r, t)\}$ за радіальною змінною кубічними поліномами [6]:

$$\Phi(r, t) = \sum_{i=0}^3 a_i(t) r^i. \tag{10}$$

Коефіцієнти $a_i(t)$ апроксимаційних поліномів (10) подаємо у вигляді лінійної комбінації

$$a_i(t) = a_{i1}\Phi_1(t) + a_{i2}\Phi_2(t) + a_{i3}\Phi^+(t) + a_{i4}\Phi^-(t) + a_{i5}\Phi_0(t) \tag{11}$$

граничних значень $\Phi^\pm(t)$ шуканих функцій на поверхнях $r = r_0$ і $r = r_1$ та інтегральних характеристик

$$\Phi_s(t) = \int_{r_0}^{r_1} \Phi(r, t) r^s dr, \quad s = 2, 3 \tag{12}$$

ключових функцій $\Phi(r, t)$.

Рівняння на інтегральні характеристики $\Phi_s(t)$ отримуємо інтегруванням вихідних рівнянь (2), (5) згідно формули (12) та використовуючи вирази (10), (11) при аналітичних перетвореннях.

Для побудови розв'язку розглянутої вище задачі термомеханіки за дії електромагнітного імпульсу цю дію математично описуємо функцією [2;6]

$$H_z^\pm(t) = kH_0(e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta_2 t}). \tag{13}$$

Тут k - нормувальний коефіцієнт, H_0 - максимальне значення напруженості магнітного поля на поверхнях $r = r_0$ і $r = r_1$, β_1 і β_2 - параметри, що відповідають часам фронтів наростання t_{iner} і спадання t_{decr} ЕМІ. Підставляючи вираз (13) в отримані згідно запропонованої методики вирази інтегральних характеристик ключових функцій, записуємо розв'язок задачі термомеханіки для даного циліндра за дії ЕМІ.

Числовий аналіз отриманого розв'язку виконано для довгого електропровідного порожнистого циліндра, виготовленого з нержавіючої сталі Х18Н9Т, з радіусами поверхонь $r_0 = 8 \cdot 10^{-3}$ м, $r_1 = 1 \cdot 10^{-2}$ м. Тривалість t_i ЕМІ приймалась рівною $t_i = 10^{-4}$ с. Параметри β_1 і β_2 вибирались таким чином, що $t_{iner}/t_i \approx 0.1$.

Результати проведеного числового дослідження термомеханічної поведінки даного циліндра подано на рис. 1.-4. Рис. 1. а- 4.а відповідають зміні в часі досліджуваних величин $T, \sigma_{rr}^F, \sigma_{\varphi\varphi}^F, \sigma_{rr}^Q, \sigma_{\varphi\varphi}^Q$ за врахування процесу термопружного розсіювання енергії, а рис. 1 б - 4.б - зміні цих величин без такого врахування.

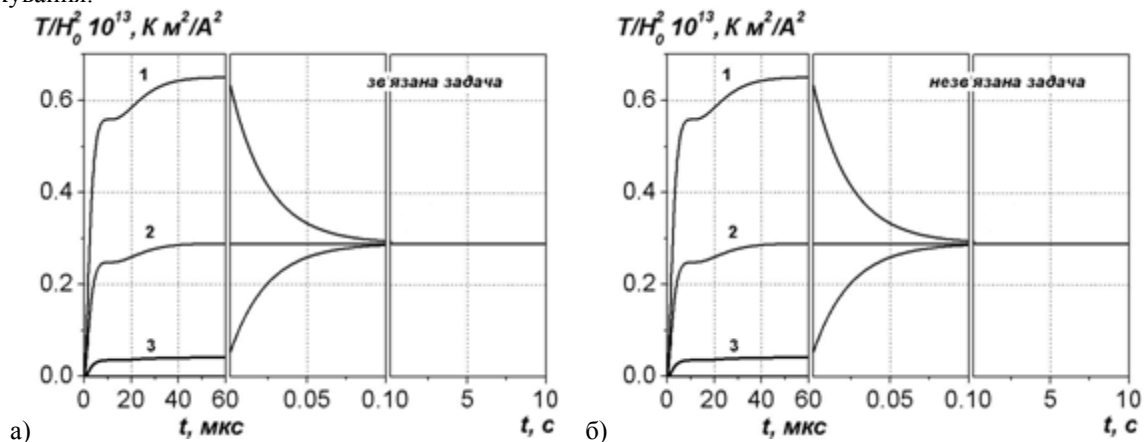


Рис. 1. Зміна в часі температури T на різних поверхнях циліндра

Лінії 1–3 на рис. 1. а– 1.б відповідають поверхням $r = r_0; (r_1 - r_0)/4; (r_1 - r_0)/2$ циліндра. Максимальне значення температура досягає на внутрішній поверхні циліндра, а мінімальне – на його серединній поверхні. Максимальні значення температури на розглядуваних поверхнях циліндра (лінії 1–3) за врахування процесу термопружного розсіювання енергії приблизно на 1-3% більші за такі ж значення температури без врахування цього процесу.

Значення температури на всіх розглядуваних поверхнях циліндра за час $t \geq 0,5t_i$ стають максимальними, а за час $t \geq 1000t_i$ виходять на постійне значення, величина якого відповідає кількості джоулевого тепла, створеного в циліндрі дією ЕМІ розглядуваної тривалості t_i .

Радіальні напруження σ_{rr}^F (рис. 2), зумовлені пондеромоторною силою та колові напруження $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$ (рис.4) внаслідок дії джоулевого тепла, є найбільшими за величиною. Відповідно напруження $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$ приблизно в 3 рази більші за напруження σ_{rr}^F .

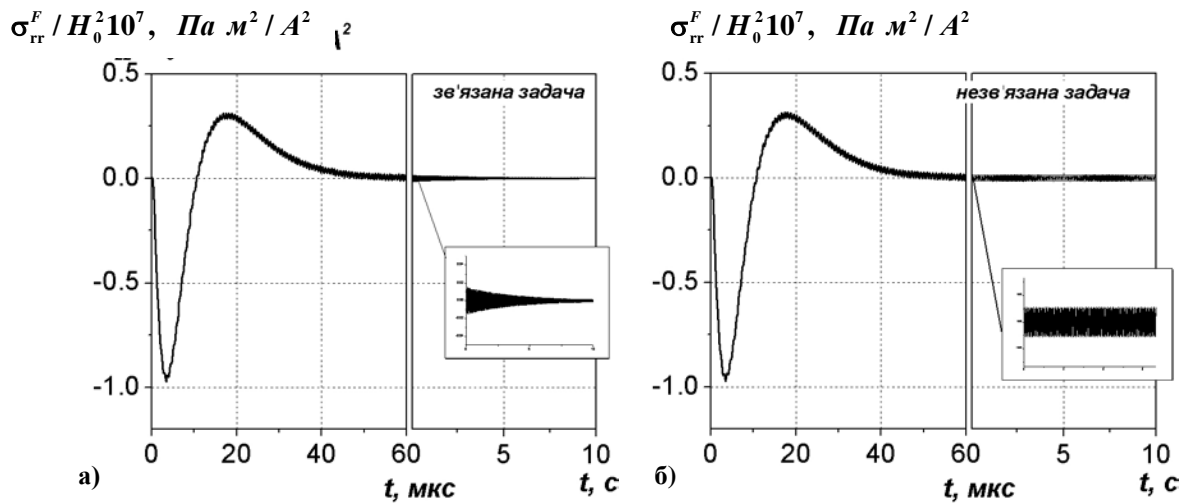


Рис. 2. Зміна в часі напружень σ_{rr}^F на серединній поверхні $r = (r_1 - r_0)/2$

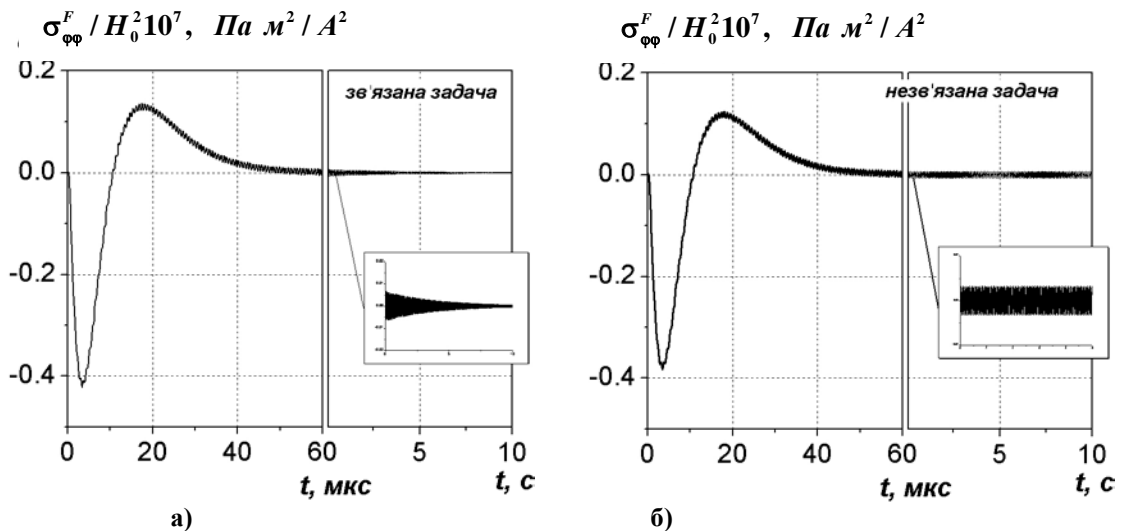


Рис. 3. Зміна в часі напружень $\sigma_{\varphi\varphi}^F$ на серединній поверхні $r = (r_1 - r_0)/2$

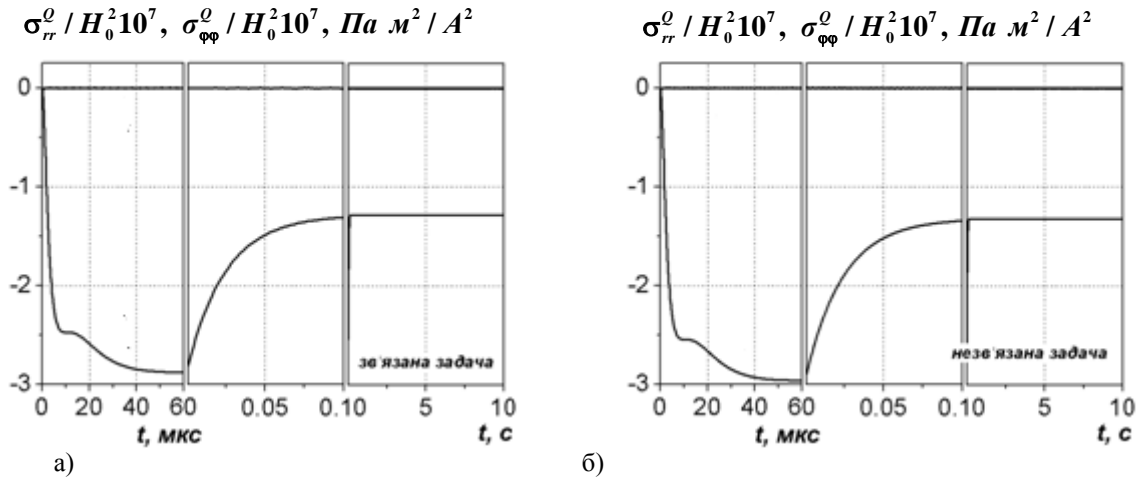


Рис. 4. Зміна в часі напружень σ_{rr}^O на серединній поверхні $r = (r_1 - r_0) / 2$ та напружень $\sigma_{\phi\phi}^O$ на внутрішній поверхні $r = r_0$

Значення всіх компонент тензора напружень як за врахування процесу термопружного розсіювання енергії, так і без врахування цього процесу, практично співпадають, а напруження $\sigma_{rr}^F, \sigma_{\phi\phi}^F, \sigma_{rr}^O$ досягають максимуму на серединній поверхні циліндра і напруження $\sigma_{\phi\phi}^O$ – на його внутрішній поверхні.

За врахування процесу термопружного розсіювання енергії осциляції всіх розглядуваних компонент тензора напружень за тривалості ЕМІ рівної $t_i = 10^{-4} c$ згасають до нуля за час, що не перевищує $5c$. Без врахування цього процесу напруження виходять на режим власних механічних коливань за час $t \geq 0,5t_i$.

Висновки

Проведені дослідження термомеханічної поведінки електропровідного порожнистого циліндра за дії ЕМІ показали, що максимальні значення температури і складників всіх компонент тензора динамічних напружень, зумовлених джоулевым теплом і пондеромоторною силою, як за врахування процесу термопружного розсіювання енергії, так і без врахування цього процесу, практично співпадають. Це дозволяє визначати термонапружений стан розглядуваного циліндра в постановці незв'язаної задачі термомеханіки.

Список використаної літератури

1. Батыгин Ю.В. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. / Ю.В. Батыгин, В.И. Лавинский, Л.Т. Хищенко. – Харьков: МОСТ – Торнадо, 2003. – 288 с.
2. Мусій Р.С. Термопружний стан електропровідного циліндра під дією поверхневих електромагнітних імпульсів / Р.С.Мусій // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2004. – № 2. – С. 45-52.
3. Грибанов В.Ф. Связанные и динамические задачи термоупругости / В.Ф. Грибанов, Н.Г.Паничкин. - М.: Машиностроение, 1984. - 184 с.
4. Подстригач Я.С. Термоупругость электропроводных тел / Я.С. Подстригач, Я.И. Бурак, А.Р. Гачкевич, Л.В. Чернявская. – К.: Наукова думка, 1977. – 247 с.
5. Гачкевич О.Р. Зв'язана задача термомеханіки для електропровідного шару за однорідної імпульсної електромагнітної дії / О.Р.Гачкевич, Р.С.Мусій, Г.Б.Стасюк. // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2009. – №4. – С.60-66.
6. Мусій Р. С. Динамічні задачі термомеханіки електропровідних тіл канонічної форми. – Львів.: РАСТР-7, 2010. – 211с.