

УДК 539.3

С.І. ГОМЕНЮК, С.М. ГРЕБЕНЮК, М.І. КЛИМЕНКО

Запорізький національний університет

О.Л. МІЗЕРНА

Запорізький національний технічний університет

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В'ЯЗКОПРУЖНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ВІБРОІЗОЛЯТОРА ІЗ ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИЦІЙНОГО МАТЕРІАЛУ

Метою роботи є визначення напружено-деформованого стану гумового віброізолятора з композитною вставкою з врахуванням схеми армування, об'ємного вмісту волокна та реологічних властивостей гуми. Для різних конструктивних модифікацій віброізоляторів визначено напружено-деформований стан при осьовому статичному навантаженні. Гумовокордний матеріал моделюється однорідним транстропним матеріалом. Підходи до визначення напружено-деформованого стану базуються на модифікації методу скінченних елементів – моментній схемі скінченного елемента. Ця модифікація дозволяє врахувати слабку стисливість гуми. Визначено напружено-деформований стан з урахуванням реологічних характеристик гуми. Проведено аналіз впливу схеми армування, об'ємного вмісту волокна та реологічних властивостей гуми на параметри деформування віброізолятора.

Ключові слова: напружено-деформований стан, віброізолятор, гума, гумовокордний матеріал, в'язкопружність, моментна схема скінченного елемента, армування.

С.И. ГОМЕНЮК, С.Н. ГРЕБЕНЮК, М.И. КЛИМЕНКО

Запорожский национальный университет

Е.Л. МИЗЕРНАЯ

Запорожский национальный технический университет

ЧИСЛЕННЕ МОДЕЛЮВАННЯ В'ЯЗКОПРУЖНОГО ДЕФОРМУВАННЯ ВІБРОІЗОЛЯТОРА ІЗ ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИЦІЙНОГО МАТЕРІАЛУ

Целью работы является определение напряженно-деформированного состояния резинового виброизолятора с композитной вставкой с учетом схемы армирования, объемного содержания волокна и реологических свойств резины. Для различных конструктивных модификаций виброизоляторов определено напряженно-деформированное состояние при осевом статическом нагружении. Резинокордный материал моделируется однородным транстропным материалом. Подходы к определению напряженно-деформированного состояния базируются на модификации метода конечных элементов – моментной схеме конечного элемента. Эта модификация позволяет учесть слабую сжимаемость резины. Определено напряженно-деформированное состояние с учетом реологических характеристик резины. Проведен анализ влияния схемы армирования, объемного содержания волокна и реологических свойств резины на параметры деформирования виброизолятора.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, виброізолятор, резина, резинокордный материал, вязкопружность, моментная схема конечного элемента, армирование.

S.I. HOMENIUK, S.M. GREBENIUK, M.I. KLIMENKO

Zaporizhzhya National University

E.L. MIZERNAYA

Zaporizhzhya National Technical University

NUMERICAL MODELING OF VISCOELASTIC DEFORMATION OF VIBROINSULATOR FROM FIBROUS COMPOSITE MATERIAL

The purpose of the work is to determine the stress-strain state of a rubber vibroinsulator with composite insertion, taking into account the reinforcement scheme, the volume content of the fiber and the rheological properties of the rubber. Stress-strained state under axial static load is determined for various constructive modifications of vibroinsulators. Two types of vibroinsulators – with one and two rubber-cord layers – are considered. The reinforcement is carried out by parallel fibers. In the case of two layers, their direction of reinforcement is mutually perpendicular. Rubber and the materials on its basis have a number of specific characteristics due to what classical methods of calculation are not applicable to them. Rubber-cord is modeled with a homogeneous transtropic material. Its effective elastic constants are the functions of elastic constants rubber and cord and the volumetric content of the cord in the composite. The approaches to determination of the stress-strained state are based on the modification of the finite element method – the moment scheme of the finite element that contains triple approximation of displacement fields, components of deformations tensor, and volume change function. This modification lets taking into account weak compressibility of rubber. A viscoelastic problem is solved for the rubber vibroinsulator. The stress-strained state is determined with consideration of rheological

characteristics of rubber. Boltzmann -Volterra's hereditary theory with residual kernel of exponential type is used for description of the mechanical behavior of the material. In this kernel, instant and long elastic constants are used as parameters. Finding of the solution to this problem is brought to the iterative solution of the equation system by method of Newton-Kantorovich. In so doing, the global stiffness matrix is formed for rubber and rubber-cord materials separately because of difference of their elastic constants. Influence of the reinforcement scheme, the volume content of the fiber and the rheological properties of the rubber on the parameters of the vibroinsulator deformation is analyzed.

Key words: stress-strained state, vibroinsulator, rubber, rubber-cord, viscoelasticity, moment scheme of the finite element, reinforcement.

Постановка проблеми

Проектування нових і удосконалення існуючих конструкцій неможливе без застосування композиційних матеріалів. Одним із найбільш поширених видів композитів є волокнистий композиційний матеріал, що знаходить застосування у різних виробничих сферах. Так, розвиток сучасного будівництва, машинобудування, транспорту та інших галузей потребує створення нових та удосконалення існуючих методів віброзахисту. Вібрації та ударні навантаження негативно впливають на будівлі та споруди, роботу машин та механізмів і нерідко є причиною виходу з ладу та руйнування. Одним із перспективних методів віброзахисту є застосування гумових та гумовокордних віброізоляторів, які ефективно захищають споруди та обладнання від вібрацій як техногенного (транспорт, метро тощо), так і природного характеру (сейсмічна активність). Конструкції віброізоляторів мають низку модифікацій: гумові, гумометалеві, гумовокордні.

Застосування гумовокордних матеріалів дозволяє зменшити матеріаломісткість конструкції, надає широкі можливості до керування жорсткостними характеристиками. При створенні таких віброізоляторів необхідно визначити напружено-деформований стан, для чого необхідно врахувати механічні властивості матеріалу. При використанні гумовокордного матеріалу треба врахувати низку специфічних характеристик, таких як неоднорідність матеріалу, в'язкопружність гуми та інші. Одним із ефективних способів представлення механічних характеристик неоднорідного матеріалу є їх гомогенізація. Врахування всіх цих властивостей приводить до громіздких моделей, тому для розв'язання задач механіки деформівного твердого тіла використовують чисельні методи, такі як метод скінченних елементів. Актуальним є визначення напружено-деформованого стану гумовокордних віброізоляторів при різних схемах армування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Проблемою моделювання в'язкопружних властивостей волокнистого композиту та визначенням напружено-деформованого стану конструкцій із таких матеріалів займалася низка науковців. Так, асимптотичний підхід до визначення в'язкопружних характеристик волокнистого композита на комірці періодичності використано в роботі [1].

Застосування статистичних та ймовірнісних підходів при розв'язанні задачі гомогенізації композиційних матеріалів, у тому числі односпрямованих неперервно-волокнистих композитів, проведено в монографії [2]. Охарактеризовано основні методи знаходження та отримано співвідношення для ефективних механічних характеристик у випадку в'язкопружних властивостей компонентів.

У монографії Kwon Y.W., Allen D.H., Talreja R. [3] представлено широкий спектр методів із застосуванням імовірнісних та статистичних підходів, які дозволяють описувати механічну поведінку композитів, у тому числі волокнистих при наявності реологічних процесів.

В статті Куїмової С.В., Труфанова Н.А. [4] на основі сумісного застосування методу квазіконстантних операторів та методу скінченних елементів чисельно визначені ефективні термов'язкопружні характеристики односпрямованих армованих полімерних композитів за властивостями компонентів. Для опису в'язкопружних властивостей армований композит представлявся однорідним трансверсально-ізотропним матеріалом із механічними сталими у вигляді різницевих інтегральних операторів. Значення механічних сталих знаходились із розв'язання крайової задачі термов'язкопружності на комірці періодичності. Досліджено вплив об'ємної релаксації зв'язувального матеріалу на властивості односпрямованого композита.

Для визначення в'язкопружних сталих волокнистого композиційного матеріалу в поперечному щодо волокна напрямі запропонована лінійна в'язкопружна модель поверхні розділу волокна та матриці у статті Gosz M., Moran B., Achenbach J.D. [5]. За допомогою гомогенізації для елементарної комірки методом скінченних елементів досліджені в'язкопружні властивості волокнистого композита.

У роботі [6] запропоновано мікромеханічну модель односпрямованих волокнистих полімерних композитів з урахуванням наявності тріщини. За допомогою методу скінченних елементів досліджено процеси руйнування в тривимірній періодичній комірці для в'язкопружної матриці та пружного волокна.

Інтегральне рівняння, розв'язання якого дозволяє отримати механічні характеристики композитного матеріалу із в'язкопружними матрицею та включенням, наведено у роботі [7].

Основні положення та математичний апарат методу орієнтаційного осереднення на основі розкладання функцій у ряд Фур'є викладені у [8]. За мікромеханічними характеристиками отримано

осередненні тензори деформацій та напружень, що характеризують в'язкопружні властивості композита при різних схемах армування волокнами.

Вплив взаємодії корду гумовокордного композита при скінченних деформаціях на напружено-деформований стан досліджується на основі методу Колосова-Мухелішвілі [9, 10]. Задача розв'язується у випадку плоскої деформації. Корд вважається абсолютно жорстким, гума – нестисловою та в'язкопружною. В'язкопружні властивості описуються інтегральним оператором з різницею ядром. За ядро релаксації прийнято ядро Колтунова [9]. Нелінійна задача розв'язується методом послідовних наближень.

У [11] наведено методи, що дозволяють моделювати поведінку композиційних матеріалів у різних умовах деформування. Наведено відомості про застосування різних методів опису композиційних матеріалів на мікрорівні. Розглянуті моделі в'язкопружної поведінки композитів.

В роботі Barbero E.J. [12] розглянуті особливості моделювання ряду ефектів, притаманних композиційним матеріалам, у тому числі в'язкопружності.

Мета дослідження

Метою даної роботи є моделювання та аналіз напружено-деформованого стану гумовокордного віброізолятора з врахуванням в'язкопружних властивостей та різних схем армування волокнами.

Викладення основного матеріалу дослідження

Розглянемо циліндричний віброізолятор (рис. 1). Розміри віброізолятора: $h = 0,1$ м, $h_1 = 0,035$ м, $h_2 = 0,03$ м, $d = 0,6$ м. Механічні характеристики гуми: коефіцієнт Пуассона $\nu_0^* = \nu_\infty^* = 0,49$, миттєвий модуль зсуву $G_0^* = 1,76$ МПа, тривалий модуль зсуву $G_\infty^* = 0,74$ МПа. В гумовокордному матеріалі матрицею виступає гума з тими ж механічними характеристиками, а корд волокна має такі механічні характеристики: коефіцієнт Пуассона $\nu^\circ = 0,4$, модуль пружності $E^\circ = 1240$ МПа. Тут символом $^\circ$ позначені пружні сталі, які належать до матеріалу волокна, а символом $*$ – до матеріалу матриці. Сумарне навантаження приймемо $F = 100$ кН.

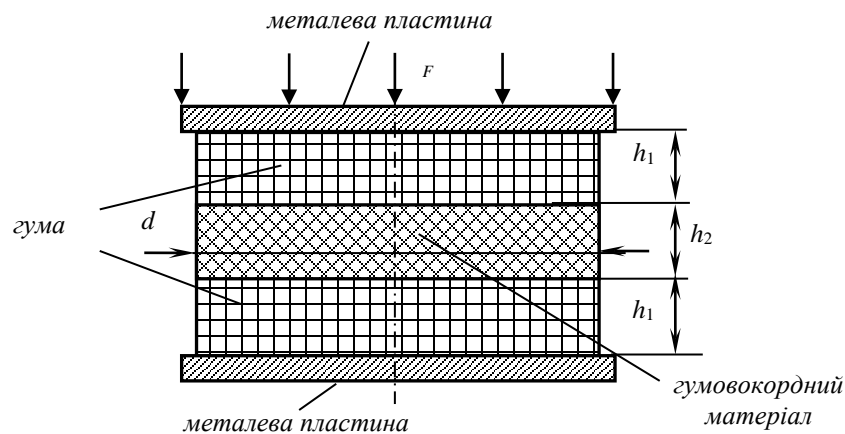


Рис. 1. Розрахункова схема віброізолятора

При розрахунках конструкцій із волокнистих композитів врахувати вплив кожного волокна на напружено-деформований стан практично неможливо. Тому, як правило, при розв'язанні задач механіки деформівного твердого тіла неоднорідний композит гомогенізується, тобто моделюється однорідним анізотропним матеріалом. Для розрахунку пружних сталей такого матеріалу розроблено низку теорій. Скористаємося наступними співвідношеннями, які моделюють композит трансропним однорідним матеріалом [13]:

$$E_1 = \frac{(\alpha - 2\nu^\circ\beta)E^*(1-f) + (\alpha - 2\nu^*\beta)E^\circ f}{\alpha - 2\beta\nu^\circ + 2f\nu^*E^\circ(\nu^\circ - \nu^*)}, E_2 = \frac{2\alpha E^*E^\circ}{(E^\circ(\delta_1 + \eta_1\eta_2) + \alpha\delta_2)},$$

$$\nu_{12} = \frac{(\alpha - 2\beta\nu^\circ)\nu^* + 2E^\circ f(\nu^\circ - \nu^*)}{\alpha - 2\beta\nu^\circ + 2f\nu^*E^\circ(\nu^\circ - \nu^*)}, \nu_{23} = \frac{(\alpha\delta_2 - E^\circ(\delta_1 + \eta_1\eta_2))}{(\alpha\delta_2 + E^\circ(\delta_1 + \eta_1\eta_2))},$$

$$G_{12} = \frac{G^*(G^*(1-f) + G^\circ(f+1))}{G^\circ(1-f) + G^*(f+1)}, \tag{1}$$

де E_1 – подовжній модуль пружності композиту (x_1 – напрям волокна), E_2 – поперечний модуль пружності композиту (Ox_2x_3 – площина ізотропії), ν_{12}, ν_{23} – коефіцієнти Пуассона композиту, G_{12} – модуль зсуву композиту, f – об’ємний вміст волокна у композиті, $\alpha = E^*(1-f)(1-\nu^\circ) + E^\circ(f(1-\nu^*) + (1+\nu^*))$, $\beta = \nu^\circ E^*(1-f) + \nu^* f E^\circ$, $\zeta_1 = b_1 \chi_1$, $\zeta_2 = b_1 \chi_2$, $\delta_1 = E^*(1-\nu^\circ)(f(1+\nu^*) + (1-\nu^*)) + E^\circ(1-(\nu^*)^2)(1-f)$, $\delta_2 = E^\circ(\alpha_1(1+\nu^*) + \beta_1 \nu^*(1+\nu^*)) + E^*(\alpha_2(1+\nu^\circ) + \beta_2 \nu^\circ(1+\nu^\circ))$, $\alpha_1 = (1+2f(\zeta_1-3\zeta_2) + 3(1/f^3 + 1/f^2 + 1/f + 3 + 6f^2)\zeta_2^2 - 6(f^2 + 1/f^2 + 2f)\zeta_1\zeta_2 + (f^2 + 3/f - 3 + 3f)\zeta_1^2)(1-f)$, $\alpha_2 = f + 2(1-f)f(3\zeta_2 - \zeta_1) + (f^3 - 2f^2 + 10f - 18 + 9/f)\zeta_1^2 - 6(f^3 + f^2 - 2f - 3/f + 3/f^2)\zeta_1\zeta_2 + 9(2f^3 - 2f^2 + f - 2 + 1/f^3)\zeta_2^2$, $\beta_1 = 4(f\zeta_1^2 - 6f\zeta_1\zeta_2 + 3(1+f+f^2)\zeta_2^2)(f-1)$, $\beta_2 = -12((1-f)(\zeta_2(1+f+f^2)/f - \zeta_1))^2/f$, $b_1 = E^\circ(1+\nu^*) - E^*(1+\nu^\circ)$.

Окрім того, при розрахунку слід врахувати специфічні властивості гуми такі, як слабку стисливість та реологічні властивості. Для врахування слабкої стисливості скористаємося моментною схемою скінченного елемента для слабкостисливих матеріалів. Для моделювання в’язкопружної поведінки знайдемо вектор додаткового навантаження, який побудуємо, розглянувши повну потенціальну енергію системи:

$$\delta \tilde{\Pi} = \delta \tilde{W} - \delta A, \tag{2}$$

тут δA – варіація роботи розподілених об’ємних P^i і поверхневих F^i сил:

$$\delta A = \iiint_v P^i \delta u_i dv + \iint_s F^i \delta u_i ds,$$

$\delta \tilde{W}$ – варіація внутрішньої енергії деформації:

$$\delta \tilde{W} = \iiint_v \tilde{\sigma}^{ij} \delta \varepsilon_{ij} dv.$$

В’язкопружні властивості описуються визначальними рівняннями спадкового типу, в яких зв’язок між компонентами тензорів напружень і деформацій має залежність від часу:

$$\tilde{\sigma}^{ij} = \tilde{C}^{ijkl} \varepsilon_{kl}, \tag{3}$$

В’язкопружна поведінка гуми та гумовокордного матеріалу моделюється за допомогою спадкової теорії Больцмана-Вольтерра, тоді тензор механічних властивостей представиться інтегральним оператором:

$$\tilde{C}^{ijkl} \varphi = C_0^{ijkl} \left[\varphi(t) - \int_0^t \frac{(C_0^{ijkl} - C_\infty^{ijkl})}{C_0^{ijkl}} e^{-(t-\tau)} \varphi(\tau) d\tau \right],$$

де C_0^{ijkl} і C_∞^{ijkl} – тензори миттєвих та тривалих модулів пружності матеріалу відповідно.

Розіб’ємо проміжок часу $[0, t_n]$ на послідовність часових інтервалів $[t_m, t_{m+1}]$, де $m = 0, \dots, n-1$:

$$\tilde{C}^{ijkl} \varphi = C_0^{ijkl} \left[\varphi(t_n) - \sum_{m=0}^{n-1} \frac{(C_0^{ijkl} - C_\infty^{ijkl})}{C_0^{ijkl}} e^{-t_n} \int_{t_m}^{t_{m+1}} e^\tau \varphi(\tau) d\tau \right]. \tag{4}$$

При розв’язанні задачі в’язкопружності у виразі (3) з врахуванням (4) переходимо до скінченно-різницевої форми та, припускаючи, що переміщення $u(t)$ і деформації $\varepsilon(t)$ змінюються лінійно всередині кожного інтервалу часу, інтеграл у виразі (3) знаходиться таким чином:

$$\tilde{\sigma}^{ijkl} = C_0^{ijkl} \left[\varepsilon_{kl}(t_n) - \frac{(C_0^{ijkl} - C_\infty^{ijkl})}{C_0^{ijkl}} \sum_{m=0}^{n-1} \varepsilon_{kl}(t_m) e^{-t_n} (e^{t_{m+1}} - e^{t_m}) \right].$$

Виділивши лінійні пружні складові

$$\sigma_{(e)}^{ij} = C_0^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t_n),$$

та в'язкопружні складові тензора напружень

$$\sigma_{(v)}^{ij} = -\left(C_0^{ijkl} - C_\infty^{ijkl}\right) \sum_{m=0}^{n-1} \varepsilon_{kl}(t_m) e^{-t_n} \left(e^{t_{m+1}} - e^{t_m}\right),$$

вираз (2) запишемо у вигляді:

$$\delta\tilde{\Pi} = \iiint_V \left(\sigma_{(e)}^{ij} + \sigma_{(v)}^{ij}\right) \delta\varepsilon_{ij} dV - \delta A. \tag{5}$$

Аналізуючи вираз (5), виділимо лінійні пружні та реологічні складові варіації енергії в'язкопружної деформації. Лінійні складові є основою формування матриці жорсткості M скінченного елемента і мають наступний вигляд:

$$\iiint_V C_0^{ijkl} \varepsilon_{kl}(t_n) \delta\varepsilon_{ij} dV = M^{ph} u_p(t_n) \delta u_h. \tag{6}$$

Реологічні складові варіації енергії деформації запишуться у вигляді:

$$-\iiint_V \left(C_0^{ijkl} - C_\infty^{ijkl}\right) \sum_{m=0}^{n-1} \varepsilon_{kl}(t_m) e^{-t_n} \left(e^{t_{m+1}} - e^{t_m}\right) \delta\varepsilon_{ij} dV = -\sum_{m=0}^{n-1} Q^{ph}(t_m) u_p(t_m) \delta u_h. \tag{7}$$

Припускаючи, що на тіло діє лише розподілене поверхневе навантаження, яке можна звести до зосереджених сил у кожному вузлі, та використовуючи співвідношення (6) і (7), варіація потенціальної енергії набуває вигляду:

$$\left(M^{ph} u_p(t_n) - \sum_{m=0}^{n-1} Q^{ph}(t_m) u_p(t_m) - F^h \right) \delta u_h = 0, \tag{8}$$

де $F^h = \iint_s F^i ds$.

Враховуючи, що варіація переміщень не може дорівнювати нулю, із (8) запишемо систему розв'язувальних рівнянь в'язкопружності наступним чином:

$$M^{ph} u_p(t_n) = \sum_{m=0}^{n-1} Q^{ph}(t_m) u_p(t_m) + F^h. \tag{9}$$

Наведені підходи реалізовані у межах програмного комплексу "МІРЕЛА+" [13], за допомогою якого проведено розрахунок описаного вище віброізолятора. Віброізолятор розраховувався при двох схемах армування у гумовокордному шарі: перша – паралельними волокнами у площині, перпендикулярній осі віброізолятора, друга – гумовокордний шар складається з двох шарів однакової товщини, у одному з яких маємо паралельні волокна, розташовані у площині, перпендикулярній осі віброізолятора, у другому маємо аналогічне армування, але волокна розташовані перпендикулярно до волокон першого шару.

Залежності осадки віброізолятора від часу представлені на рис. 2а (перша схема армування) та рис. 2б (друга схема армування).

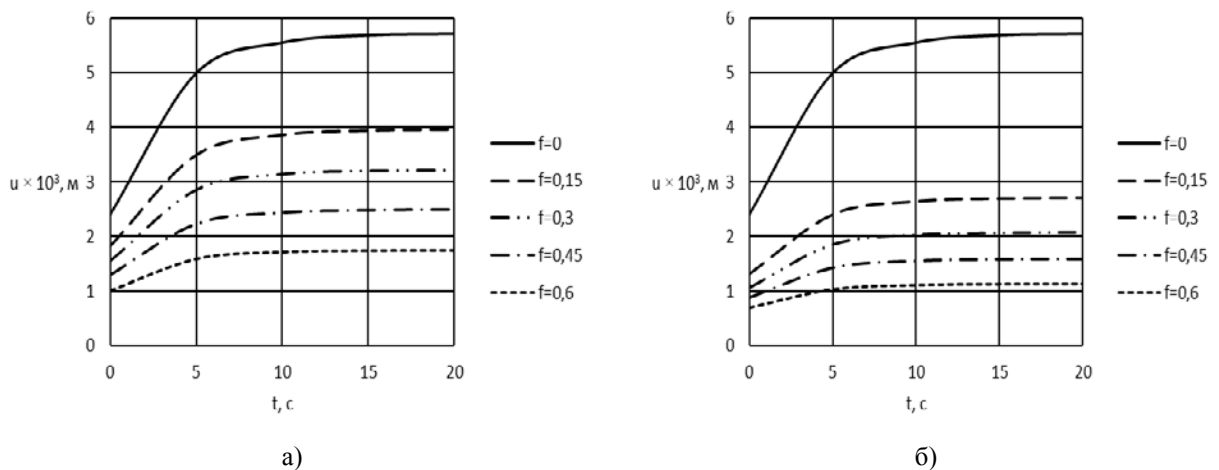


Рис. 2. Залежність осадки віброізолятора від часу

Висновки

З аналізу напружено-деформованого стану можна зазначити, що більший вміст жорсткого волокна у композиті обумовлює зменшення максимальної осадки віброізолятора. З плином часу за рахунок повзучості гуми осадка зростає, і починаючи з деякого моменту часу, прямує до сталої величини. При наявності взаємно перпендикулярних волокон (два шари) осадка спадає у порівнянні з відповідними значеннями для одного шару. Це пов'язано з тим, що взаємно перпендикулярні волокна чинять опір деформуванню у поперечному напрямку, що зменшує деформацію (осадку) у осьовому напрямку. Ці результати можна використати при проектуванні віброізоляторів для вибору марок матеріалів та схем армування у гумовокордному матеріалі.

Список використаної літератури

1. Большаков В.И. Асимптотические методы расчета композитных материалов с учетом внутренней структуры / В.И. Большаков, И.В. Андрианов, В.В. Данишевский. – Днепропетровск: "Пороги", 2008. – 196 с.
2. Механика композитов. Т.3. Статистическая механика и эффективные свойства материалов / [Л.П. Хорошун, Б.П. Маслов, Е.Н. Шикула, Л.В. Назаренко]; ред. Л.П. Хорошун. – К.: Наук. думка, 1993. – 390 с.
3. Kwon Y.W. Multiscale Modeling and Simulation of Composite Materials and Structures / Y.W. Kwon, D.H. Allen, R. Talreja. – New York: Springer, 2007. – 630 p.
4. Куимова Е.В. Численное прогнозирование эффективных термовязкоупругих характеристик однонаправленного волокнистого композита с вязкоупругими компонентами / Е.В. Куимова, Н.А. Труфанов // Вестник СамГУ. Естественнонаучная серия. – 2009. – №4(70) – С. 129-148.
5. Gosz M. Effect of a viscoelastic interface on the transverse behavior of fiber-reinforced composites / M. Gosz, B. Moran, J.D. Achenbach // International Journal of Solids and Structures. – 1991. – Vol. 27. – P. 1757-1771.
6. Zhang Y. Nonlinear viscoelastic micromechanical analysis of fibre-reinforced polymer laminates with damage evolution / Y. Zhang, Z. Xia, F. Ellyin // International Journal of Solids and Structures. – 2005. – V. 42, Issue 2. – P. 591-604.
7. Фильштинський Л.А. Моделювання композитного матеріалу з в'язкопружними компонентами / Л.А. Фильштинський, П.І. Загряжська // Вісник Запорізького національного університету. – Запоріжжя: ЗНУ, 2010. – № 2. – С. 141-144.
8. Метод ориентационного усреднения в механике материалов / [А.Ж. Лагздинь, В.П. Тамуж, Г.А. Тетерс, А.Ф. Крегерс]. – Рига: Зинатне, 1989. – 190 с.
9. Зингерман К.М. Расчет напряжений вблизи жестких включений в телах из резиноподобного вязкоупругого материала с четырехпараметрическим ядром релаксации при конечных плоских деформациях / К.М. Зингерман, О.А. Рябова // Труды восемнадцатого симпозиума "Проблемы шин и резинокордных композитов". – М.: Изд-во ООО "Научно-технический центр "НИИШП", Т.1. – 2007. – С. 158-163.
10. Рябова О.А. Об учете взаимовлияния кордных нитей в резинокордном композите при конечных деформациях / О.А. Рябова, К.М. Зингерман // Труды восемнадцатого симпозиума "Проблемы шин и резинокордных композитов". – М.: Изд-во ООО "Научно-технический центр "НИИШП", Т.2. – 2007. – С. 146-149.
11. Aboudi J. Micromechanics of Composite Materials: A Generalized Multiscale Analysis Approach / J. Aboudi, S.M. Arnold, V.A. Bednarczyk. – Oxford: Butterworth-Heinemann, 2012. – 1006 p.
12. Barbero E.J. Finite Element Analysis of Composite Materials (Composite Materials: Design and Analysis) / E.J. Barbero. – Boca Raton: CRC Press, 2007. – 360 p.
13. Гребенюк С.М. Напружено-деформований стан просторових конструкцій на основі гомогенізації волокнистих композитів Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук за спеціальністю 01.02.04 – механіка деформівного твердого тіла. – Запоріжжя: ЗНТУ, 2016. – 319 с.