УДК 539.3

РОЗРАХУНКИ МІЦНОСТІ ОБОЛОНКОВИХ ЕЛЕМЕНТІВ ОБЛАДНАННЯ ПЕРЕРОБНИХ ВИРОБНИЦТВ, З УРАХУВАННЯМ ПОШКОДЖУВАНОСТІ ТА ГЕОМЕТРИЧНОЇ НЕЛІНІЙНОСТІ

Сичов А.І., к.т.н., доцент, Сичова Т.О., к.т.н., доцент
Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. П.Василенка

У статті розглядається повзучість оболонкових елементів обладнання переробних і харчових виробництв з урахуванням пошкоджуваності при повзучості. Для розрахунків застосовується геометрично нелінійна теорія оболонок. Надаються основні рівняння та метод розв’язку. Наведені результати розрахунків повзучості з пошкоджуваністю круглих пластин та сферичних оболонок виготовлених з алюмінієвого сплаву.

Постановка проблеми та її актуальність. Обладнання, яке використовується в переробних і харчових виробництвах, складається дуже часто з оболонкових елементів різного виду. Режими роботи обладнання є такими, що воно повинно витримувати достатньо велике силове та температурне навантаження при роботі. Для проектування такого обладнання потрібно враховувати можливість виникнення деформацій повзучості, а також накопичення пошкоджуваності при повзучості [1]. Якщо прогини оболонкових елементів обладнання стають близькими до їх товщини треба враховувати в рівняннях теорії оболонок геометричну нелінійність [2, 3]. Урахування геометричної нелінійності та пошкоджуваності при повзучості в розрахунках дає змогу більш точно знайти величини напружень та оцінити час роботи обладнання. За рахунок більш точних розрахунків обладнання на міцність можна робити товщини оболонкових елементів менше і таким чином зменшити його матеріалоємність. Все це робить напрямок досліджень, що розглядається, актуальним як в науковому так і в практичному відношенні.

Запишемо основні рівняння теорії осесиметрично навантажених оболонок обертання з урахуванням геометричної нелінійності [3].

Кожна точка оболонки задається координатами (α_1, α_2, z), де α_1 - координата вздовж твірної оболонки, α_2 - координата в окружному напрямку, z - координата в напрямку нормалі до поверхні оболонки. Оболонка навантажена осесиметрично розподіленим навантаженням q_1,

q_z та зосередженими по краям кільцевими силами T^0, Q^0, T^L, Q^L і моментами M^0, M^L.

Рівняння теорії оболонок основані на відомих гіпотезах Кірхгофа-Лява. При деформуванні оболонки перетини оболонки залишаються прямими та перпендикулярними до деформованої серединної поверхні. Товщина оболонки при деформуванні не змінюється.

Геометричні рівняння мають наступний вигляд:

$$E_{11} = \frac{1}{A_1}\frac{\partial u}{\partial \alpha_1} + k_1 w + \underline{\underline{\frac{1}{2}\theta^2}}, \qquad K_{11} = \frac{1}{A_1}\frac{\partial \theta}{\partial \alpha_1}, \qquad \theta = k_1 u + \frac{1}{A_1}\frac{\partial w}{\partial \alpha_1},$$
$$E_{22} = \phi u + k_2 w, \qquad K_{22} = \phi\theta, \tag{1}$$

$$\phi = \frac{1}{A_2}\frac{1}{A_1}\frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1},$$

де E_{11}, E_{22} – деформації, K_{11}, K_{22} – зміни кривин, u, w – переміщення точки серединної поверхні оболонки, A_1, A_2 – коефіцієнти Ляме, k_1, k_2 – кривини серединної поверхні; ϕ – коефіцієнт; θ – кут повороту перетину при деформуванні.

Деформації ε_{11}, ε_{22}, згідно прийнятим припущенням, записуються через деформації E_{11}, E_{22} та зміни кривин K_{11}, K_{22}:

$$\varepsilon_{11} = E_{11} + zK_{11}, \quad (1 \leftrightarrow 2). \tag{2}$$

Рівняння рівноваги мають вид:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{A_1}\frac{\partial T_{11}}{\partial \alpha_1} + \phi(T_{11} - T_{22}) + k_1 Q_1 + q_1 = 0,\\
&\frac{1}{A_1}\frac{\partial M_{11}}{\partial \alpha_1} + \phi(M_{11} - M_{22}) - Q_1 - \underline{\underline{T_{11}\theta}} = 0,\\
&\frac{1}{A_1}\frac{\partial Q_1}{\partial \alpha_1} + \phi Q_1 - k_1 T_{11} - k_2 T_{22} + q_z = 0,
\end{aligned} \tag{3}$$

де T_{11}, T_{22} – мембранні сили, Q_1 – поперечна сила; M_{11}, M_{22} – згинальні моменти, які діють в серединній поверхні оболонки.

До рівнянь (1), (3) додаються кінематичні та статичні граничні умови. Підкреслені в (1), (3) доданки відповідають геометричній нелінійності.

Рівняння стану повзучості записуються для швидкостей параметрів серединної поверхні оболонки:

$$\dot{T}_{11} = \frac{Eh}{1-\nu^2}\left(\dot{E}_{11} + \nu\dot{E}_{22}\right) - \dot{T}_{11}^{c}, \quad (1 \leftrightarrow 2),$$
$$\dot{M}_{11} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}\left(\dot{K}_{11} + \nu\dot{K}_{22}\right) - \dot{M}_{11}^{c}, \quad (1 \leftrightarrow 2), \tag{4}$$

де E – модуль пружності матеріалу, ν – коефіцієнт Пуассона, h – товщина оболонки.

Додаткові доданки від повзучості $\dot{T}_{11}^{c}$, $\dot{T}_{22}^{c}$, $\dot{M}_{11}^{c}$, $\dot{M}_{22}^{c}$ в (4) обчислюються наступним чином:

$$\dot{T}_{11}^{c} = \frac{E}{1-\nu^2}\int_{-h/2}^{h/2}\left(\dot{\varepsilon}_{11}^{c} + \nu\dot{\varepsilon}_{22}^{c}\right)dz, \quad (1 \leftrightarrow 2),$$
$$\dot{M}_{11}^{c} = \frac{E}{1-\nu^2}\int_{-h/2}^{h/2}\left(\dot{\varepsilon}_{11}^{c} + \nu\dot{\varepsilon}_{22}^{c}\right)z dz, \quad (1 \leftrightarrow 2), \tag{5}$$

де швидкості деформацій повзучості $\dot{\varepsilon}_{11}^{c}, \dot{\varepsilon}_{22}^{c}$ визначаються обраною моделлю повзучості та залежить від напружень σ_{11}, σ_{22} і параметра пошкоджуваності *d*.

Визначальна система рівнянь задає початково-крайову задачу, яку в узагальненій формі можна записати так:

$$\dot{\mathbf{Z}} = \Psi(\mathbf{Z}) \tag{6}$$

де $\mathbf{Z}^T = \left[T_{11}, Q_1, M_{11}, u, w, \theta, \sigma_{11}, \sigma_{22}, d\right]$.

Початковою умовою для системи (6) буде розв'язок задачі пружності для оболонки, що розглядається. Для розв'язку початкової задачі використано вкладений метод інтегрування Рунге-Кутта-Мерсона четвертого порядку з автоматизованим вибором кроку у часі. На кожному кроці інтегрування розв'язується відповідна крайова задача за допомогою метода дискретної прогонки С.К.Годунова.

Чисельні дослідження повзучості оболонкових елементів обладнання з урахуванням геометричної нелінійності надано для круглих пластин та сферичних оболонок, які виготовлені з алюмінієвого сплаву, з центральним отвором. Пластина та оболонка є вільними по внутрішньому та жорстко закріплені по зовнішньому контуру. Геометричні розміри і навантаження були наступними: товщина $h = 0{,}003$ м, радіуси $R = 0{,}04$ м и $r_0 = 0{,}01$ м, тиск $q_z = 0{,}3$ МПа. Для сферичної оболонки задано її підйом над горизонтальною площиною $f = h$. В розрахунках було використано модель та константи повзучості, які отримані в [4].

На Рис. 1 показано розподіл пошкоджуваності по товщині круглої пластини та сферичної оболонки на зовнішньому контурі, де накопичення пошкоджуваності буде максимальним у порівнянні з іншими точками конструкції. Пунктирна лінія показує результат розв'язку задачі повзучості без урахування геометричної нелінійності. Всі приклади обчислені для часу $t = 200$ годин, який відповідає часу завершення прихованого руйнування для круглої пластини отриманого з розрахунку без урахування геометричної нелінійності.

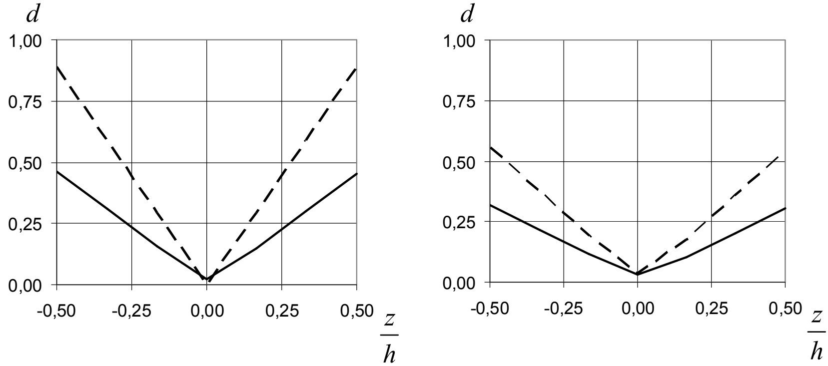

Рис.1. Розподіл параметру пошкоджуваності по товщині круглої пластини (а) та сферичної оболонки (б) без (пунктирна лінія) та з урахуванням геометричної нелінійності на зовнішньому контурі.

По рисунку можна бачити відмінності розподілу пошкоджуваності при повзучості у геометрично лінійній та нелінійній постановці задачі. Урахування геометричної нелінійності дає менші величини пошкоджуваності, тобто процес накопичення пошкоджуваності іде більш повільніше - час завершення прихованого руйнування збільшується. Це можна пояснити виникненням мембранних сил, які протидіють згину пластини, і таким чином її розвантажують. У геометрично лінійній постановці задачі мембранні сили відсутні. Якщо порівняти розрахунки повзучості круглої пластини та сферичної оболонки аналогічних розмірів та малого підйому ($f = h$), то наявність початкової кривини конструкції ще більше уповільнює процес накопичення пошкоджуваності. Це можна пояснити наявністю мембранних сил вже для задачі пружності.

Висновки. Таким чином, по результатам проведених досліджень можна зробити висновки про те, що розрахунки конструкцій по теорії оболонок з урахуванням геометричної нелінійності більше відповідають реальному формоутворенню конструкції при повзучості. Це дає можливість більш точно оцінити час завершення прихованого руйнування конструкції. Також можна зробити більш правильний вибір розрахункових схем при конструюванні оболонкових елементів обладнання: кругла пластина, або сферична оболонка, використання теорії пластин та оболонок без або з урахуванням геометричної нелінійності.

Список використаних джерел

1. Соколов В.И. Основы расчета и конструирования машин и аппаратов пищевых производств. М.:Машиностроение, 1983. – 447 с.
2. Галишин А.З., Шевченко Ю.Н. Определение осесимметричного геометрически нелинейного термовязкоупругопластического состояния тонких слоистых оболочек с учетом повреждаемости материала // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2008. – Вып. 51, № 2. – С. 175-187.
3. Altenbach H., Morachkovsky O., Naumenko K., Sychov A. Geometrically nonlinear bending of thin-walled shells and plates under creep-damage conditions // Archive of Applied Mechanics. – 1997. – №67. – P. 339-352.
4. Конкин В.Н., Морачковский О.К. Ползучесть и длительная прочность легких сплавов, проявляющих анизотропные свойства // Проблемы прочности. – 1987. – №5. – С. 38-42.

Аннотация

РАСЧЕТЫ ПРОЧНОСТИ ОБОЛОЧЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ОБОРУДОВАНИЯ ПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИХ ПРОИЗВОДСТВ, С УЧЕТОМ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ И ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

Сычев А.И., Сычева Т.А.

В статье рассматривается ползучесть оболочечных элементов оборудования перерабатывающих и пищевых производств с учетом повреждаемости при ползучести. Для расчетов используется геометрически нелинейная теория оболочек. Представлены основные уравнения и метод решения. Приводятся результаты расчетов ползучести с повреждаемостью круглых пластин и сферических оболочек, изготовленных из алюминиевого сплава.

Abstract

CREEP CALCULATIONS OF SHELL ELEMENTS FOR EQUIPMENT OF PROCESSING MANUFACTURES WITH CONSIDERATION OF DAMAGE AND GEOMETRICAL NONLINEARITY

A. Sychov, T. Sychova

In article it is considered creep of shell elements for equipment of processing and food manufactures with consideration of damage by creep. The geometrical nonlinear shell theory for calculations is used. Basic equalizations and method of solution are presented. Results of creep-damage calculations of round plate and spherical shell made from an aluminium alloy are resulted.