УДК 697.1

ДО ПИТАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВІБРОПНЕВМАТИЧНОГО РОЗДІЛЕННЯ ЗЕРНОВИХ СУМІШЕЙ

Бредихін В.В., к.т.н., доц., Тіщенко Л.М., д.т.н., академік, Півень М.В., к.т.н, доц.
(Харківський національний технічний університет сільського господарства імені Петра Василенка)

В роботі розглянуті питання математичного моделювання процесу сепарації насіннєвих сумішей зернових культур, а саме, визначення ефективного коефіцієнту динамічної в'язкості зернової суміші, яка знаходиться на робочій поверхні пневмосортувального столу (ПСС), використовуючи концепцію гідродинаміки багатофазних середовищ.

Постановка проблеми. В наш час одним з універсальних методів, який отримав широке впровадження в технологіях сепарації насіннєвих сумішей, є метод вібропневматичного псевдорозрідження з незмінним по величині впливом повітряного потоку [1;2;3:4].

Практично доведено, що отримання високоякісного біологічно активного насіннєвого матеріалу можливо при розділенні зернової суміші за густиною насіння [5;6**]**.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Попередніми дослідниками побудовані основи теорії самосепарації зернових часток. Визначені умови початку внутрішньошарових переміщень, закономірності протікання процесу самосепарації, які зв'язують властивості сипкої суміші з динамічними і кінетичними характеристиками робочої поверхні. Однак, ці дослідження, як правило, розглядали рух частки по пласкій поверхні без урахування взаємозв'язку з іншими частками шару [7;8].

Постановка завдання. Мета роботи – запропонувати новий теоретичний метод визначення ефективного коефіцієнта динамічної в'язкості насіннєвої суміші, яка знаходиться під впливом повітряного потоку і вібраційних гармонічних коливань робочої повітрепроникної поверхні ПСС (деки).

Виклад основного матеріалу. Шар часток зернової суміші

(ЗС), які різняться за геометричними та фізико-механічними властивостями, що знаходиться на робочій поверхні ПСС, при взаємодії повітряного потоку та коливань самої робочої поверхні, приходить у псевдорозріджений стан [13;14:15] (отримує властивість текучості). Це приводить до того, що починається розшарування часток: частки, які різняться за аерогравітаційними властивостями та густиною, починають занурюватись, або спливати у псевдорозрідженому шарі.

Одним з ефективних підходів до вирішення проблеми математичного моделювання процесів сепарації є використання методики гідродинаміки багатофазних систем [9;10]. При такому підході суміш часток моделюється багатофазною структурою, яка складається з дискретних компонентів (велика кількість часток, які різняться за густиною) і неперервної компоненти (повітря). З точки зору механіки ці дискретні і непевні компоненти суміші розглядаються як «суцільні середовища», що взаємодіють між собою.

Дискретна фаза розглядається як кінцеве число *N*, кожна з яких, утворена твердими частинками з густиною $\bar{\rho}_n, n = 1, 2, \ldots N$. Таким чином, густина множини часток *n* – компоненти дискретної фази дорівнюватиме:

$$\rho_n = \delta_n \bar{\rho}_n, \quad n = 1,2,\ldots,N, \tag{1.1}$$

де: δ_n - об`ємна доля часток, n - компонента суміші.

Густина дискретної фази в цілому визначається як:

$$\rho_P = \sum_{n=1}^{N} \rho_n, \tag{1.2}$$

Густина неперервної фази, згідно [10], визначається:

$$\rho = \bar{\rho}\left(1 - \sum_{n=1}^{N} \frac{\rho_n}{\bar{\rho}_n}\right) = \bar{\rho}\left(1 - \sum_{n=1}^{N} \delta_n\right), \tag{1.3}$$

де: $\bar{\rho}$ - густина газоподібного середовища (повітря).

Враховуючи (1.1) та (1.2) густина зернової суміші в цілому дорівнюватиме:

$$\rho_c = \rho + \rho_P, \tag{1.4}$$

Швидкість ЗС визначається з виразу:

$$\rho_c \vec{V}_c = \sum_{n=1}^{N} \rho_n \vec{V}_n + \rho \vec{V}, \qquad (1.5)$$

де: $\vec{V}_n$ - швидкість n - компонента дискретної фази, а $\vec{V}$ - швидкість неперервної фази.

Оскільки n - компонента дискретної фази розглядається як суцільне середовище, то справедливо використання рівняння нерозривності

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \nabla\left(\rho_n \vec{V}_n\right) = 0, \quad n = 1, 2, \ldots, N, \qquad (1.6)$$

Аналогічно, для неперервної фази:

$$\frac{\partial \rho_n}{\partial t} + \nabla\left(\rho \vec{V}\right) = 0, \qquad (1.7)$$

Рівняння нерозривності для суміші в цілому має вигляд [10]:

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \nabla\left(\rho_c \vec{V}_c\right) = 0, \qquad (1.8)$$

Шар зернової суміші знаходиться на пласкій повітрепроникній поверхні (деці), вводячи систему координат x_1, x_2, x_3 таким чином, щоб дека знаходилась у площині x_1, x_2, тоді вісь x_3 перпендикулярна цій поверхні. Виходячи з цього рівняння, багатофазного середовища можуть бути представлені виразом:

$$\rho_n\left(\frac{\partial V_{ni}}{\partial t} + \left(\nabla, \vec{V}_n\right)V_{ni}\right) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left[-P_n\delta_{ij} + \mu_n\left(\frac{\partial V_{ni}}{\partial x_j} + \frac{\partial V_{nj}}{\partial x_i}\right)\right] +$$
$$\rho_n F_{ni} + \rho_n \sum_{n=1}^{N} F_{nm}\left(V_{mi} - V_{ni}\right), \quad n = 1, 2, \ldots, N; \quad i = 1, 2, 3. \qquad (1.9)$$

де: V_{ni} - i - та компонента швидкості, $\vec{V}_n$ n - компонента дискретної суміші, μ_n - ефективний коефіцієнт динамічної в’язкості n - компонента в суміші, F_{ni} - i -та компонента масової сили, що діє на одиницю маси n - компонента суміші, P_n - парціальний статичний тиск n - компонента суміші, δ_{ij} - символ Кронекера, а по індексам, які повторюються припукається додавання.

Останній член у правій частині рівняння (1.9) введений для урахування взаємодії n - компонента з іншими m - компонентами суміші. При цьому величини F_{nm} характеризують цю взаємодію і задовольняють умові:

$$\rho_n F_{nm} = \rho_m F_{mn}.$$

Ефективні коефіцієнти в’язкості $\mu_n, \quad n = 1, 2, \ldots, N$ n - компоненти дискретної фазы визначаються з рівняння

$$\mu_n \left(\frac{\partial V_{ni}}{\partial x_j} + \frac{\partial V_{nj}}{\partial x_i} \right) = \mu \frac{\rho_n}{\rho_c} + \frac{\mu}{\rho_c} \left[\left(V_{ni} - V_j \right) \frac{\partial \rho_n}{\partial x_j} + \left(V_{nj} - V_j \right) \frac{\partial \rho_n}{\partial x_j} \right] + \\ + \rho_n \left(V_{ni} - V_i \right) \left(V_{nj} - V_j \right), \quad (1.10)$$

де: μ - ефективний коефіцієнт в’язкості суміші. Як показано в [11], i-тий компонент сили F_{ni}, , що діє на одиницю маси n - компонента дискретної фази суміші, можливо представити у вигляді:

$$F_{ni} = \frac{1}{2} \frac{\overline{\rho}}{\overline{\rho_n}} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(V_i - V_{ni} \right) + \left(\nabla, \vec{V} - \vec{V}_n \right) \left(V_i - V_{ni} \right) \right] + F_n \left(V_i - V_{ni} \right) + \\ + \frac{9 \overline{\rho} \sqrt{\nu}}{2 \sqrt{\pi} a_n \overline{\rho_n}} \int_0^t \left[\frac{d}{dt} \left(V_i - V_{ni} \right) \left(t - \tau \right)^{-1/2} \right] d\tau + f_{ni}, \quad i = 1, 2, 3 \quad , \quad (1.11)$$

де: $\overline{\rho_n}$ - густина часток, які утворюють n - компоненту дискретної фази, $\overline{\rho}$ и ν - густина і коефіцієнт кінематичної в’язкості неперервної фази, a_n - еквівалентний радіус (по об’єму) часток n - компонента дискретної фази, f_{ni} - i -тий компонент зовнішньої сили, що діє на частинку n - компонента, F_n - коефіцієнт, який характеризує взаємодію неперервної фази з частинками n - компонента дискретної фази.

Для вирішення рівняння (1.11) необхідно ввести характеристики суміші такі, як ефективний коефіцієнт динамічної в’язкості дискретної та неперервної фаз.

Виходячи з рівняння (1.9) і припущень, що шар насіння знаходиться у псеворозрідженому стані рівняння можливо представити:

$$\rho_1\left(\frac{\partial V_{1i}}{\partial t}+\left(\nabla,\vec{V}_2\right)V_{1i}\right)=\frac{\rho_1\overline{\rho}}{2\overline{\rho_1}}\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(V_i-V_{1i}\right)+\left(\nabla,\vec{V}-\vec{V}_1\right)\left(V_i-V_{1i}\right)\right]+$$
$$+\frac{9\overline{\rho}\sqrt{\nu}}{2\sqrt{\pi}a_1\overline{\rho_1}}\int_0^t\left[\frac{d}{d\tau}\left(V_i-V_{1i}\right)\left(t-\tau\right)^{-1/2}\right]d\tau+f_{1i},\quad i=1,2,3. \qquad (1.12)$$

де: $\vec{V}$ и $\vec{V}_1$ - швидкості, відповідно неперервної та дискретної фаз, $\overline{\rho}$ и $\overline{\rho_1}$ - густини часток неперервної і дискретної фаз, ρ_1 - густина дискретної фази в суміші, a_1 - еквівалентний радіус (по об`єму) часток дискретної фази, $\nu$ - ефективний коефіцієнт кінематичної в`язкості (псевдорозрідженої ЗС), f_{1i} - i -та компонента зовнішньої сили, що діє на частинки дискретної фази (в якості такої сили прийнято силу тяжіння). Густини ρ_1 і $\overline{\rho_1}$ зв'язані співвідношенням (1.1)

Коефіцієнт F_1 в рівнянні (1.12) характеризує процес переносу кількості руху, пов'язаного з силою опору неперервної фази. Як відомо з [12]:

$$F_1=\frac{\overline{P}}{2\overline{\rho_1}\left(1-\delta_1\right)^2a_1}\left(1{,}75V_0+\frac{75\nu\delta_1}{a_1}\right), \qquad (1.13)$$

де V_0 - швидкість повітряного потоку на вільній поверхні псевдорозрідженого зернового шару.

Для вирішення задачі визначення коефіцієнту динамічної в'язкості [16] достатньо використати рівняння значення індексу $i=3$, т.ч. розраховується рух частинок дискретної фази повздовж вісі x_3. Компонента V_3 швидкості неперервної фази змінюється за наступним законом

$$V_3=A\omega\cos\alpha_2\cos\alpha_3\sin\left(\omega t\right), \qquad (1.14)$$

де ω и A відповідно, кружна частота і амплітуда коливань неперервної фази, α_3 - кут напряму коливань опорної поверхні , який відраховується від вісі x_3, α_2 - поперечний кут нахилу деки до горизонту. Компонента сили тяжіння f_{13} має вигляд:

$$f_{13} = -\overline{\rho_1} g \cos\alpha_1 \cos\alpha_2 , \tag{1.15}$$

де α_1 - повздовжній кут нахилу опорної поверхні до горизонту.

Підставляючи (1.14) и (1.15) в (1.13) і враховуючи зроблені припущення, після низки переутворень отримуємо:

$$\delta_1\left(\overline{\rho_1} + 0.5\overline{\rho}\right)\frac{\partial V}{\partial t} + \rho_1 F_1 V + \frac{9\overline{\rho}\sqrt{\nu}}{2\sqrt{\pi}a_1\overline{\rho_1}}\int_0^t \frac{\partial V}{\partial \tau}(t-\tau)^{-1/2} d\tau = \tag{1.17}$$
$$= \rho_1 A\omega^2 \cos\alpha_2 \cos\alpha_3 \cos\omega t - \overline{\rho_1} g \cos\alpha_1 \cos\alpha_2$$

де: V - відносна швидкість частинок дискретної фази відносно неперервної фази.

Рішення інтегро-диференційного рівняння (1.17) можливо отримати за допомогою переутворення Лапласа за часом.

де: $\overline{V}(q)$ - переутворення Лапласа функції $V(t)$, т.ч.

$$\overline{V}(q) = \int_0^\infty V(t) e^{-qt} dt , \tag{1.18}$$

Таким чином, використовуючи переутворення до лівої та правої частини рівняння та враховуючи, що

$$\int_0^\infty e^{-qt}\left(\int_0^t \frac{dV}{d\tau}(t-\tau)^{-1/2} d\tau\right)dt = \overline{V}(q)\sqrt{\pi q} ,$$

отримуємо

$$\overline{V}(q)\left(A_1 q + \sqrt{q}A_2 + A_3\right) = \frac{D_1}{q^2+\omega^2} + \frac{D_2}{q} , \tag{1.19}$$

Введено позначення:

$$A_1 = \delta_1\left(\overline{\rho_1} + 0.5\overline{\rho}\right), \quad A_2 = \frac{q\overline{\rho}\sqrt{\nu}}{2a_1\overline{\rho_1}}, \quad A_3 = \rho_1 F_1$$

$$D_1 = \rho_1 A\omega^3 \cos\alpha_2 \cos\alpha_3, \quad D_2 = -\overline{\rho_1 g}\cos\alpha_1 \cos\alpha_2,$$

(1.20)

Виходячи з (1.19) маємо:

$$\overline{V}(q) = \frac{D_1}{\Phi(q)\left(q^2+\omega^2\right)} + \frac{D_2}{\Phi(q)q},, \qquad (1.20)$$

де: $\Phi(q) = qA_1 + \sqrt{q}A_2 + A_3$.

Використовуючи до (1.21) переутворення Лапласа [15], отримуємо:

$$V(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{a-i\infty}^{a+i\infty} e^{qt}\overline{V}(q)dq, \qquad (1.21)$$

Формула (1.21) дає формальне рішення рівняння (1.17).

Для отримання рівняння, яке зв’язує коефіцієнт в’язкості і фізико-механічні властивості ЗС, використаємо принцип еквівалентності імпульсів сил опору руху частинок в різних середовищах [16]. Аналогічний підхід використано в роботі [15].

З огляду на рівняння (1.17), силу опору можливо представити:

$$F_c = \frac{4\pi a_1^3}{3}\rho_1 F_1 V, \qquad (1.22)$$

де a_1 - еквівалентний радіус (по об’єму) частинки дискретної фази, V - відносна швидкість частинок по відношенню до неперервної фази ЗС.

$$F_1 = \frac{\overline{\rho}}{2\overline{\rho}(1-\delta_1)^2 a_1}\left(1{,}75V_0 + \frac{75\nu\delta_1}{a_1}\right), \qquad (1.23)$$

де - V_0 - швидкість повітряного потоку на вільній поверхні псевдорозрідженого шару.

В загальному вигляді рішення цих рівнянь можливо отримати тільки чисельними методами за допомогою ПК.

Імпульс сили за напів період коливань неперервної фази дорівнює

$$I_c = \int\limits_{\frac{\varphi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}+\frac{\varphi}{\omega}} F_c d_t = \frac{4\pi a_1^3}{3}\rho_1 F_1 \int\limits_{\frac{\varphi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}+\frac{\varphi}{\omega}} V(t) d_t = \quad ,(1.24)$$

$$= \frac{4\pi a_1^3}{3}\rho_1 F_1 \left[-\frac{\pi g \cos\alpha_1 \cos\alpha_2}{\delta_1 F_1 \omega} + \frac{4\sqrt{2}\rho_1^2 A\omega^{1/2}\cos\alpha_2\cos\alpha_3}{9\overline{\rho}\sqrt{\nu}\sqrt{(1+B_1)^2+(1+B_2)^2}}, \right]$$

З іншого боку, розглядаючи неперервну фазу ЗС, як псевдорозріджений шар ЗС, маємо змогу припустити, що переміщення частинок дискретної фази з іншого боку, розглядаючи неперервну фазу ЗС, як псевдорозріджений шар частинок, можна припустити, що переміщення частинок дискретної фази відбувається в напрямку повітряного потоку по каналам, які утворюються в псевдорозрідженому шарі.

$$F_{c1} = \frac{4\pi a_1^3}{3}\rho_1 (1-\varepsilon)^{1/3} \frac{V^2}{2a_1}, \quad (1.25)$$

де: ε - порозність псевдо розрідженого шару ЗС, V - відносна швидкість частинок дискретної фази. В такому випадку імпульс сили за на півперіод коливань має вигляд:

$$I_{c1} = \frac{4\pi a_1^3}{6a_1}\rho_1(1-\varepsilon)^{1/3} \int\limits_{\frac{\varphi}{\omega}}^{\frac{\pi}{\omega}+\frac{\varphi}{\omega}} V^2 dt = \quad ,(1.26)$$

$$= \frac{4\pi^2 a_1^3 \rho_1 (1-\varepsilon)^{1/3}}{6\omega a_1} \left[\begin{array}{l} \dfrac{g^2\cos^2\alpha_1\cos^2\alpha_2}{\delta_1^2 F_1^2} - \dfrac{8\sqrt{2} g\cos\alpha_1\cos^2\alpha_2\cos\alpha_3\rho_1^2 A\omega^{3/2}}{9\delta_1 F_1 \overline{\rho}\sqrt{\nu}\sqrt{(1+B_1)^2+(1+B_2)^2}} + \\ + \dfrac{8a_1^2\rho_1^4 A^2\omega^3\cos^2\alpha_2\cos^2\alpha_3}{162\overline{\rho}^2\nu\left[(1+B_1)^2+(1+B_2)^2\right]} \end{array} \right]$$

Дорівнюючи імпульси I_c и I_{c1}, отримуємо рівняння для визначення ефективного коефіцієнта динамічної в'язкості неперервної фази ЗС

$$-\frac{\pi g\cos\alpha_1\cos\alpha_2}{\delta_1} + \frac{4\sqrt{2}\overline{\rho}_1^2\delta_1^2 A\omega^{3/2}\cos\alpha_2\cos\alpha_3 F_1}{9\overline{\rho}\sqrt{\nu}\sqrt{(1+B_1)^2+(1+B_2)^2}} =$$

$$= \frac{\pi}{2}(1-\varepsilon)^{1/3} \left(\begin{array}{l} \dfrac{g^2\cos^2\alpha_1\cos^2\alpha_2}{\delta_1^2 F_1^2} - \dfrac{8\sqrt{2} g\cos\alpha_1\cos^2\alpha_1\cos\alpha_3\rho_1^2 A\omega^{3/2}}{9\delta_1 F_1\overline{\rho}\sqrt{\nu}\sqrt{(1+B_1)^2+(1+B_2)^2}} + \\ + \dfrac{4\overline{\rho}_1^4\delta_1^4 A^2\omega^3\cos^2\alpha_2\cos^2\alpha_3}{81\overline{\rho}^2\nu\left[(1+B_1)^2+(1+B_2)^2\right]} \end{array} \right). \quad (1.27)$$

Рівняння (1.27) встановлює зв'язок між ефективним коефіцієнтом динамічної в’язкості і наступними параметрами ЗС, деки і швидкості повітряного потоку: густини $\overline{\rho_1}$ и $\overline{\rho}$ частинок дискретної і неперервної фаз ЗС; δ_1 и ε - об`ємної концентрації частинок дискретної фази і порозності псевдорозрідженого шару; α_1 та α_2 - повздовжній та поперечний кути деки по відношенню до горизонталі; амплітуда A та кружна частота ω коливань частинок неперервної фази; α_3 - кут направлення коливань відносно перпендикулярної вісі деки.

Висновки: Таким чином, запропоновано теоретичний метод, який дозволяє визначити ефективний коефіцієнт динамічної в’язкості ЗС, що знаходиться під дією повітряного потоку і вібраційних коливань деки.

Список літератури

1. Дринча В.М. Исследование сепарации семян и разработка машинных технологий их подготовки / В.М. Дринча.- Воронеж: Изд-во НПО “МОДЭК”, 2006. – 384 с.

2. Дулаев В.Г. Анализ вибрационного и вибропневматического процессов разрешения зерновок пшеницы различной плотности и стекловидности / В.Г. Дулаев, Г.В. Яцевич, В.В. Гортинский // Труды ВНИИЗ.- М., 1986.- Вып. 107.- С.84-91.

3. Кизильвальтер Б.В. Теоретические основы гравитационных процессов обогащения / Б.В. Кизильвальтер .- М.: Недра, 1979.- 295с.

4. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1970.- 720 с.

5. Крылов В.И. Вычислительные методы. Т. 2 / В.И. Крылов, В.В. Бобков, П.И. Монастырский.- М.: Наука, 1976.- 399 с.

6. Лаврентьев М.А. Методы теории функций комплексного переменного /М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат.- М.: Изд-во физико-математической литературы, 1958.- 674 с.

7. Мачихина Л.И. Очистка риса – зерна / Л.И. Мачихина. – М.: Колос, 1983.- 136 с.

8. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред / Р.И. Нигматулин.- М.: Наука, 1978.- 336с.

9. Ольшанський В.П. Гидродинамика сепариро-вания зерна . друк. Монография. – Харків: «Міськдрук», 2010. – 174 с.
10. Соус С. Гидродинамика многофазных систем / С. Соус.- М.: Мир, 1971.- 536 с.
11. Суконкин Л.М. Разделение зерновых материалов на решетных сепараторах Л.М. Суконкин, В.М. Дринча // Тракторы и с.-х. Машины.- 1997.-№1.- С. 28-33.
12. Тищенко Л.Н. Виброрешетная сепарация зерновых смесей “Місьдрук”, 2010.- 360 с
13. Тищенко Л.Н. Интенсификация сепарирования зерна / Л.Н. Тищенко.- Харьков: Основа, 2004.- 224 с.
14. Тищенко Л.Н. Моделирование процессов зерновых сепараторов /Л.Н. Тищенко, Д.П. Мазаренко, М.В. Пивень, С.А. Харченко, В.В. Бредихин,.- Харьков: ХНТУСХ, “Місьдрук”, 2010.- 360с.
15. Clark B. Cleaning seeds by fluidized bed medium / B.Clark // Transactions of the ASAE. - 1983.- Vol. 26.- N 4.- P. 987-990.
16. Clark B. Cleaning seeds by fluidized bed medium / B.Clark // Journal of Agricultural Engineering Research. - 1985.- Vol. 31.- N 3.- P. 231-242.

Аннотация

К ВОПРОСУ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ВИБРОПНЕВМАТИЧНОГО РАЗДЕЛЕНИЕ ЗЕРНОВЫХ СМЕСЕЙ

В работе рассмотрены вопросы математического моделирования процесса сепарации семенных смесей зерновых культур, а именно, определение эффективного коэффициента динамической вязкости зерновой смеси, которая находится на рабочей поверхности пневмосортировальные стола (ПСС), используя концепцию гидродинамики многофазных сред.

Abstract

DETERMINATION EFFECTIVE TO THE COEFFICIENT OF DYNAMIC VISCIDITY OF GRAIN MIXTURE THAT IS ON THE WORKING SURFACE OF PNEUMOSORTING TABLE

In-process the considered questions of mathematical design of process of separation of seminal mixtures of grain-crops, namely,

determination effective to the coefficient of dynamic viscidity of grain mixture, that is on the working surface of pneumosorting table, using conception of hydrodynamics of multiphase environments.