УДК 685.3

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ ПОСЛІДОВНОСТІ СУМІЩЕННЯ СЕКЦІЙ РОЗКРІЙНОЇ СХЕМИ

В.І. ЧУПРИНКА, О.О. ХОМЕНКО, Л.Т. СВІСТУНОВА

Київський національний університет технологій та дизайну

У роботі представлено метод визначення щільного суміщення секцій розкрійної схеми. Задача визначення оптимальної послідовності суміщення секцій зведена до задачі комівояжера та представленої у виді математичної моделі

Часто розкрійна схема складається з окремих схем, які надалі будуть називатися секціями. Секції при побудові розкрійної схеми стикуються прямокутниками, що описані навколо них. Проте, не завжди є раціональним, оскільки в цьому випадку не всі секції суміщені щільно (рис. 1).

Об'єкти та методи дослідження

Об'єктами дослідження є щільні схеми суміщення взуттєвих деталей складної конфігурації. Методами дослідження є методи аналітичної геометрії, обчислювальної математики та автоматизації технологічної підготовки взуттєвого виробництва.

Постановка завдання

Математичну постановку задачі можна сформулювати наступним чином: для перестановки μ=[$\hat{S}^1$, $\hat{S}^2$... $\hat{S}^q$] секцій, знайти таку перестановку $\mu^* \in \mu$, коли утворена розкрійна схема при щільному суміщенні секцій матиме найменшу довжину, тобто $L^* = L(\mu^*) = \min_{\mu}(L(\mu))$.

Результати та їх обговорення

Дану задачу можна розбити на такі підзадачі:

1. визначення лінійного ефекту від щільного суміщення двох довільних секцій $\hat{S}^i$ та $\hat{S}^j$;
2. пошук оптимальної перестановки секцій.

Розв'язок першої підзадачі наведено нижче. Нехай координати полюсів деталей будуть Xp_k^j, Yp_k^j, де $k=1..n(j)$ і довжина j–ї секції $\hat{S}^j$ дорівнює Dl_s_j. Для щільного суміщення j–ї та i –ї секцій $\hat{S}^i$ необхідно знайти нові координати полюсів Xp_k^i, де $k=1..n(i)$. Їх значення можна визначити як $Xp_k^i + Dl\_s_j$ для стиковки без урахування можливості щільного суміщення секцій. Для щільного суміщення попередньо стикованих секцій необхідно знайти праву границю j–ї секції та ліву границю i –ї.

Нехай $Dl\_d_j(Dl\_d_i)$ – довжина прямокутника, описаного навколо деталі $S^j(S^i)$ (рис. 1). Тоді правою границею деталі G_{jt}^R, $t=1,2...t_R$ буде вважатися контур деталі, який знаходиться праворуч від опорної прямої, що проведена на відстані $Dl\_d_j/2$ від правого краю $\hat{S}^j$ та паралельно вісі $0Y$. Лівою границею деталі G_{it}^L, $t=1,2...t_L$ називається частина її контуру, який знаходиться ліворуч від опорної прямої, що проведена на відстані $Dl\_d_i/2$ від лівого краю $\hat{S}^i$ та паралельно вісі $0У$. Права границя $\hat{S}^j$ складається із правих границь G_{jt}^R, $t=1,2...t_R$ деталей, для яких виконується нерівність

$Xp_k^j > Dl\_s_j - Dl\_d_j$ (рис. 2). Ліва границя $\hat{S}^i$ складається з лівих границь деталей G_{it}^L, *t=1,2…t*$_L$, для яких виконується нерівність $Xp_k^i < Dl\_d_i$ (рис. 1).

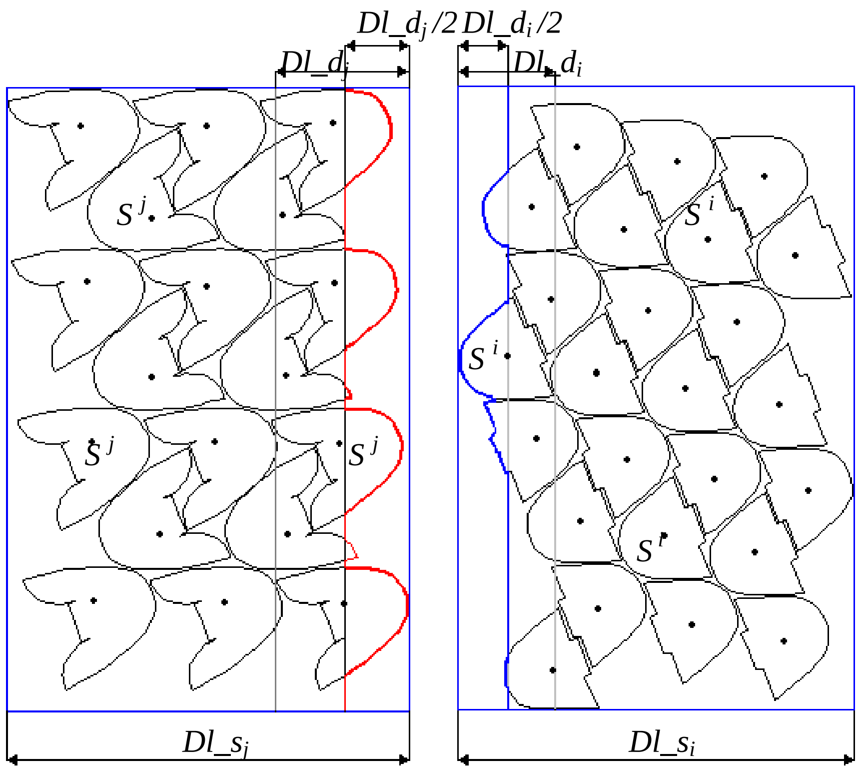

Рис. 1 **Секції** $\hat{S}^j$ **та** $\hat{S}^i$ **до суміщення**

Ліву границю G_{it}^L, *t=1,2…t*$_L$ секції $\hat{S}^i$ утворять частини деталей, полюс яких задовольняє такій умові: $Xp_k^i < Dl\_d_i$, а праву границю G_{jt}^R, *t=1,2…t*$_R$ секції $\hat{S}^j$ утворять деталі, полюс яких задовольняє такій умові: $Xp_k^j < Dl\_s_j - Dl\_d_j$. Тоді ліву границю G_i^L для секції $\hat{S}^i$ можна представити як об'єднання лівих границь деталей S^i, тобто $G_i^L = \bigcup_{t=1}^{t_L} G_{it}^L$, а праву границю G_j^R для секції $\hat{S}^j$ –як об'єднання правих границь деталей S^j, тобто $G_j^R = \bigcup_{t=1}^{t_R} G_{it}^r$.

Для кожної лівої границі G_i^L визначаються точки, для яких координата *X* досягає локального мінімуму. Нехай це буде масив точок $A_к(Xa_k,Ya_k)$, $k=1,2..k_i$ (рис. 2-3). Для кожної правої границі G_j^R визначаються точки, для яких координата *X* досягає локального максимуму. Нехай це буде масив точок $B_к(Xb_k,Yb_k)$, $k=1,2..k_j$. З кожної точки $A_к(B_к)$ проводиться пряма, паралельна вісі *OX* до перетину з лівою границею G_i^L (правою границею G_j^R) *і (j)* – ї секції (рис. 1-3). Визначається довжина відрізків $A_кO_к=\delta_к^1$, $к=1,2..к_j$ ($B_кO_к=\delta_к^2$, $к=1,2..к_i$).

Величина $\delta_{ji} = min(\delta^1, \delta^2)$, де $\delta^1 = \min_{k=1,2..k_j}(\delta_k^1)$ та $\delta^2 = \min_{k=1,2..k_i}(\delta_k^2)$ є шуканим лінійним ефектом від щільного суміщення *i*-ї секції з *j* - ю (рис. 3). Тоді координати полюсів деталей в секції $\hat{S}^i$ після щільного суміщення з секцією $\hat{S}^j$ приймуть наступний вигляд (1):

$$Xp_k^{Hob_i} = Xp_k^i + Dl\_s_j - \delta_{ji}$$
$$Yp_k^{Hob_i} = Yp_k^i, \quad k \in [1, h_i] \tag{1}$$

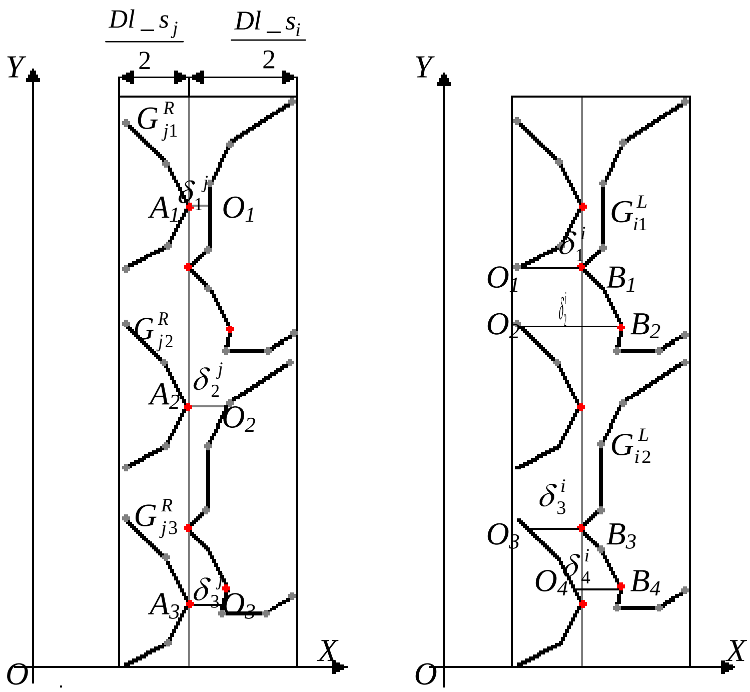

Рис. 2. **Величина δ можливого зсуву секцій**

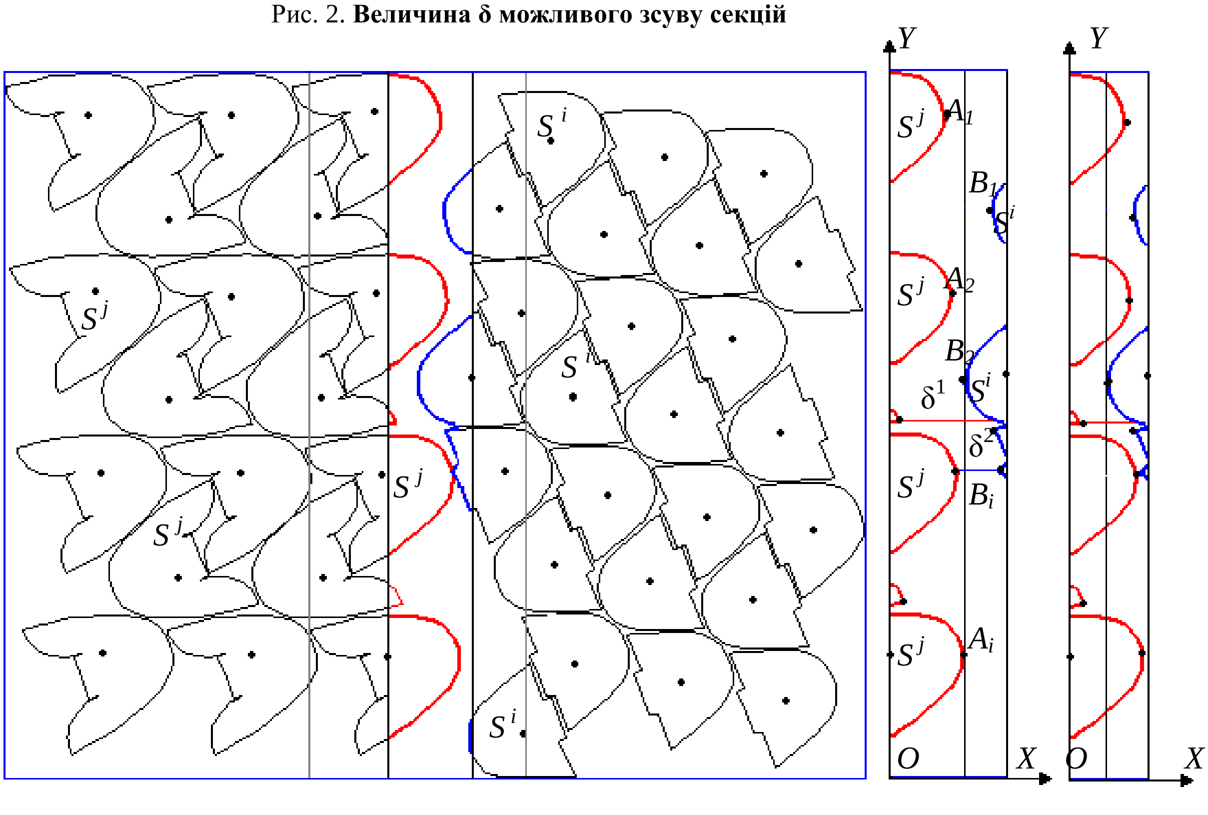

Рис. 3. **Секції $\hat{S}^j$ та $\hat{S}^i$ після суміщення**

Необхідно пам'ятати, що лінійний ефект δ_{ij} визначає щільне суміщення секцій $\hat{S}^j$ до $\hat{S}^i$, а лінійний ефект δ_{ji} – щільне суміщення секції $\hat{S}^i$ до $\hat{S}^j$, тобто $\delta_{ij} \neq \delta_{ji}$.

Далі наведено розв'язок другої підзадачі пошуку оптимальної перестановки секцій. Математичну модель підзадачі можна представити наступним чином. Треба мінімізувати функцію (2)

$$L = (\sum_{i=1}^{q} Dl\_s_i - \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q} \delta_{ij} \cdot x_{ij}) \to \min \tag{2}$$

при обмеженнях (3)-(7):

$$\sum_{i=1}^{q} x_{ij} = 1 \qquad j \in [1,q] \tag{3}$$

$$\sum_{j=1}^{q} x_{ij} = 1 \qquad i \in [1,q] \tag{4}$$

$$x_{ij} = 0 \text{ або } 1 \qquad i,j \in [1,q] \tag{5}$$

$$\delta_{ij} = \infty \text{ при } i=j \tag{6}$$

$$p_i - p_j + (q-1) \cdot x_{ij} \le q-2 \quad i,j \in [2,q] \tag{7}$$

Змінна $x_{ij} = 1$, якщо $\hat{S}^i$ та $\hat{S}^j$ розташовані поряд, і $x_{ij} = 0$ –в іншому випадку. Обмеження (7) означає, що жоден незв'язний маршрут графу не задовольняє цій системі, де p_i, p_j – довільні дійсні числа.

Цю задачу можна звести до задачі комівояжера, якщо ввести наступні позначення: $L_0 = \sum_{i=1}^{q} Dl\_s_i$

Тоді, $L_k = \sum_{i=1}^{q} Dl\_s_i - \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q} \delta_{ij} \cdot x_{ij} = L_0 - \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q} \delta_{ij} \cdot x_{ij} = \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q} (\frac{L_o}{q} - \delta_{ij}) \cdot x_{ij}) = \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q} \chi_{ij} \cdot x_{ij}$

де

$$\chi_{ij} = \frac{L_0}{q} - \delta_{ij} \tag{8}$$

Після цього математичну модель задачі можна представити наступним чином:

$$L^* = \min_{\mu}(L_k) = \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q} \chi_{ij} \cdot x_{ij} \to min \tag{9}$$

при обмеженнях (3)-(7).

Задачу пошуку оптимальної перестановки секцій також можна сформулювати, а саме, максимізувати сумарну величину лінійних ефектів за рахунок щільного суміщення секцій, тобто $L_1 = \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q} \delta_{ij} \cdot x_{ij} \to max$, тоді для знаходження гамільтонового контуру максимальної довжини достатньо розв'язати задачу комівояжера попередньо перетворивши довжини дуг графа. Нехай *M*–найбільша довжина дуги графу. Слід для кожної дуги виконати таке

$$\delta_{ij}' = M - \delta_{ij} \tag{10}$$

Отже, гамільтонів контур мінімальної довжини, що складається з перетворених дуг δ_{ij}' є еквівалентним гамільтоновому контуру максимальної довжини, що складається із δ_{ij}.

Тоді функція цілі

матиме вид $$L_1^* = \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{q}\delta_{ij}{}' \cdot x_{ij} \to min \qquad (11)$$

при обмеженнях (3)-(7), але в (6) замість δ_{ij}, слід підставити δ'_{ij}.

Таким чином, постає задача пошуку мінімального маршруту від даної секції $\hat{S}_к$, який проходить через усі секції $\hat{S}_1, \hat{S}_2 ... \hat{S}_q$. Згенеровані секції зручно представити у вигляді орієнтованого графу *G*, вершинами якого є секції $\hat{S}_k$, *к=1,2...q*., а вага ребер визначається як у виразі (8) для першої моделі та як у виразі (10) для другої. Граф повинен бути сильно зв'язним, щоб існувала можливість переходу між будь-якими двома вершинами. Відома також початкова вершина $\hat{S}_k$, *к=1,2...q*.

Отже, вище запропоновано дві математичні моделі задачі про комівояжера. В результаті розв'язання будь якої з них, буде отримано оптимальний порядок суміщення секцій у розкрійній схемі. Методи розв'язку цих задач поділяються на такі, що завжди призводять до знаходження оптимального розв'язку, але можуть потребувати для цього недопустиму кількість операцій (наприклад, метод гілок та меж), і такі, що не завжди знаходять оптимальний розв'язок, але потребують допустиму кількість операцій (наприклад, метод послідовного покращення розв'язку, алгоритм мурашиної колонії та інші).

Оптимальний гамільтонів контур є розв'язком задачі про комівояжера в тому випадку, коли для кожної пари вершин графу ($\hat{S}_i$, $\hat{S}_j$) виконується умова $\chi_{ij} \le \chi_{ig} + \chi_{gj}$ ($\delta'_{ij} \le \delta'_{ig} + \delta'_{gj}$) для 1-ї (2-ї) моделі[1].

Для розв'язку задачі за методом гілок та меж необхідно виконати такі і пункти*

1. Перевірити, чи виконуються умови існування для графу *G* гамільтонового контуру. Якщо гамільтонів контур існує–перейти до кроку 2;
2. Визначити спосіб розбиття області допустимих розв'язків на підобласті менших розмірів(галуження). В данному випадку доцільним є розбиття області на дві: одна містить маршрути під задач з деяким переїздом, а друга містить усі маршрути без цього переїзду;
3. Розрахувати нижню границю довжини оптимального гамільтонового контуру шляхом розв'язку задачі про призначення або за алгоритмом побудови потоку мінімальної вартості;
4. Визначити оптимальний гамільтонів контур.

Слід зазначити, що при створенні матриці що відповідає розмірності графа, необхідно врахувати те, що якщо першою буде секція $\hat{S}_k$, *k=1,2...q*, тоді вважається, що $\chi_{kj} = M$ ($\delta'_{kj} = M$), де *j=1,2...q, j≠k*, та $\chi_{kk} = \infty$ ($\delta'_{kk} = \infty$).

Розв'язком задачі буде оптимальна перестановка секцій μ_k^*, яка починається із секції $\hat{S}_к$, *к=1,2...q* та проходить через усі секції $\hat{S}_1, \hat{S}_2 ... \hat{S}_q$. Визначаються всі оптимальні маршрути μ_k^*, коли початковою є секція $\hat{S}_к$, *к=1,2...q*, а потім серед цих локально оптимальних маршрутів μ_k^* шукається такий маршрут μ^*, для якого $L^* = \min_{i=1..q}(L_i^*)$.

*___________________

Майника Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах. – М.: Мир. – 1981. – 324 с.

Висновки

У роботі запропоновано метод визначення щільного суміщення секцій розкрійної схеми. Задачу визначення оптимальної послідовності суміщення секцій зведено до задачі про комівояжер, яку наведено у вигляді математичної моделі, описаної співвідношеннями (3)-(11).

Надійшла 15.10.2009