УДК 681.327

БЛІНОВА Т. О.

ВИКОРИСТАННЯ КОДІВ ФІБОНАЧЧІ ТА ЗОЛОТОЇ ПРОПОРЦІЇ В ЦИФРОВИХ ОПТИЧНИХ КАНАЛАХ ПЕРЕДАЧІ ІНФОРМАЦІЇ

Аналізуються класичний код Фібоначчі та код золотої 1-пропорції з метою визначення найприйнятніших параметрів коду, орієнтованого на використання в цифрових оптичних каналах передачі інформації. На прикладі класичного коду Фібоначчі здійснена оцінка ефективності за чотирма критеріями.

The classic Fibonacci code and gold 1-proportion code are analyzed with the purpose of determination of the most acceptable parameters of code, oriented to the use in the digital optical interconnects. On the classic Fibonacci code example the estimation of efficiency is carried out after four criteria.

Розвиток технологій виготовлення інтегральних оптичних мікросхем робить цифрові оптичні обчислення все більш перспективними. Роботи по розробці цифрових оптичних каналів передачі інформації й оптичних комп'ютерів сьогодні широко ведуться в США, Європі, Японії, Росії [1].

Інтерес до використання цифрових оптичних каналів передачі інформації при створенні не тільки обчислювальних мереж, але й окремих комп’ютерів і навіть СБІС зумовлений, зокрема, наступним.

Навіть у персональних комп'ютерах довжина з'єднань між контактами мікросхем, розташованих на різних платах, вимірюється дециметрами, а інколи й метрами. Використовування оптичного каналу для організації "міжчіпового" обміну дозволяє на порядок скоротити затримку розповсюдження сигналу. З іншого боку, одним зі шляхів вирішення проблеми з'єднань у СБІС є використання оптоволоконних мікроліній із метою зниження енергоспоживання, підвищення швидкодії й надійності СБІС, у тому числі в екстремальних умовах експлуатації. Оптичні системи нечутливі до електромагнітних перешкод і нічого не випромінюють у зовнішнє середовище, забезпечуючи захист комп'ютера від перехоплення інформації.

При розробці цифрових оптичних каналів зв’язку, незалежно від місця використання, чи то, наприклад, у локальній мережі, чи то при організації “міжчіпового” обміну, виникає задача вибору відповідного методу кодування інформації. Автору невідомий код, що був би найкращим у будь-якому випадку.

Ще в кінці минулого століття вінницьким СКТБ "Модуль" і київським НВО "Маяк" була розроблена волоконно-оптична лінія зв'язку підвищеної пропускної спроможності, в якій використовувалися два способи кодування інформації: біфазний код типу "Манчестер" й один із різновидів кодів Фібоначчі. При роботі цієї системи в коді Фібоначчі збільшувалася пропускна здатність, а ймовірність помилки в каналі становила 10^{-11} (при роботі в коді "Манчестер"– 10^{-9}). Досить широко відомі інженерні розробки СКТБ "Модуль" по проектуванню "фібоначчієвих" аналого-цифрових та цифро-аналогових перетворювачів, що самокоректуються. Вони показали, що застосування кодів Фібоначчі та золотої пропорції дозволяє одночасно поліпшити всі технічні параметри АЦП та ЦАП, зокрема, точність, швидкодію, а насамперед, їхню температурну й временну метрологічну стабільність [4].

Коди Фібоначчі та золотої пропорції, маючи всі основні переваги класичних двійкових кодів (простоту виконання арифметичних і логічних операцій тощо), володіють надмірністю. Це створює можливості для вирішення ряду задач, зокрема, задач точності, синхронізації, контролю й діагностики. Слід підкреслити, що технології волоконно-оптичних комунікацій добре відповідають послідовній архітектурі. У [2,3] показано, що використання 1-кодів золотої пропорції дозволяє виконувати послідовні обчислення, починаючи зі старших розрядів, причому апаратурні затрати на такі обчислення, порівняно з іншими методами кодування, невеликі.

Існує багато кодів золотої пропорції та кодів Фібоначчі.

Метою даної роботи є оцінка ефективності використання класичного коду Фібоначчі та коду золотої 1-пропорції в цифрових оптичних каналах передачі інформації.

При оцінці ефективності бралися до уваги наступні основні показники: кодова надмірність; кодова самосинхронізація; здатність кодів до виявлення й корекції помилок; прийнятна складність кодування-декодування.

У надмірній двійковій позиційній системі числення з ірраціональною основою типа класичної золотої пропорції (золотої 1-пропорції) задане число D може бути представлене як

$$D = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} d_i \alpha_1^i,$$

де d_i={0,1} – i-й розряд кодового слова;

$\alpha_1 = (1+\sqrt{5})/2$ – основа системи числення;

при цьому ваги сусідніх розрядів у кодовому слові зв'язані співвідношенням:

$$\alpha_1^i = \alpha_1^{i-1} + \alpha_1^{i-2}. \quad (1)$$

У надмірній системі числення на основі класичного коду Фібоначчі натуральне число B може бути представлене як

$$B = \sum_{i=0}^{n-1} b_i \varphi_1(i),$$

де $b_i=\{0,1\}$ – i-й розряд кодового слова;

$\varphi_1(i)$ – i-е 1-число Фібоначчі, що обчислюється за наступною рекурентною формулою:

$$\varphi_1(i) = \begin{cases} 0 \text{ при } i < 0; \\ 1 \text{ при } i = 0; \\ \varphi_1(i-1) + \varphi_1(i-2) \text{ при } i > 0. \end{cases}$$

Для кодування m двійкових розрядів потрібно n розрядів коду класичного коду Фібоначчі. У [5] доведено, що відносна надмірність $R_ф$ цього коду, яка визначається як $R_ф = (n\text{-}m)/m$, при $n \to \infty$ дорівнює відносній надмірності коду золотої 1-пропорції, і приблизно становить 0,44.

Особливістю цих кодів є багатозначність кодового представлення одного й того ж числа. Перехід від однієї форми представлення до іншої здійснюється за допомогою операцій згортки та розгортки.

Для 1-коду Фібоначчі та коду золотої 1-пропорції операція згортки означає заміну (відповідно до (1) та (2)) одиниць двох молодших (i-1)-го та (i-2)-го розрядів одиницею старшого i-го розряду, а операція розгортки – виконання зворотної заміни.

Велика кількість форм представлення одного й того ж числа дозволяє вибрати такі форми, які якнайповніше задовольняють вимогам конкретного застосування.

Серед безлічі форм представлення слід виокремити ряд основних, що мають певні властивості.

У першу чергу, це мінімальна форма (М-форма), що має мінімальну кількість одиниць.

З М-форми можна отримати (за допомогою операції розгортки) інші форми представлення (табл. 1): частковорозгорнену (ЧР-форму), повністю розгорнену (максимальну) і рівноважну (РВ-форму).

У коді М-форми приблизно 27% одиниць і 73% нулів [3].

Основна властивість М-форми – наявність у кодовому зображенні між двома одиницями не менше одного нуля.

У коді максимальної форми міститься максимально можлива кількість одиниць, вона може бути отримана при виконанні над кодом М-форми операції розгортки.

РВ-форма – це форма з рівною кількістю одиниць і нулів. Якщо код М-форми не є рівноважним, необхідно доповнити недостатню кількість одиниць виконанням операції розгортки.

При неможливості отримання за допомогою розгортки М-форми потрібної кількості одиниць вводиться одиниця в старший розряд перед розрядною сіткою (одиниця зсуву), яка також піддається розгортці. Відновлення інформації здійснюється шляхом виконання операції згортки. При цьому введена одиниця зсуву піде за межі розрядної сітки. Слід підкреслити, що РВ-форма може мати декілька представлень, які відрізняються довжиною серій нулів (одиниць) (см. табл. 1).

Табл. 1. Приклад форм представлення числа 31 у 1-коді Фібоначчі

Вага розрядів	**144**	**89**	**55**	**34**	**21**	**13**	**8**	**5**	**3**	**2**	**1**	**1**
М-форма	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0
Максимальна форма	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
РВ-форма	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	0
	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	1	1
	1	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	0

Окрім цих форм представлення існує безліч проміжних, так званих ЧР-форм.

При виборі форми представлення кодів Фібоначчі та золотої пропорції, що використовуватиметься в каналах передачі інформації, головну увагу треба приділити забезпеченню самосинхронізації.

Для кількісної оцінки самосинхронізованості кодів використовується коефіцієнт синхронізованості $S(n)$. Ідеально самосинхронізованим ($S = 1$) можна вважати регулярний одноінтервальний сигнал із тривалістю інтервалу T_0. Чим частіше в сигналі зустрічатимуться інтервали із тривалістю $T_1 > T_0$, і чим вони будуть довшими, тим менша здатність до самосинхронізації у сигналу. Таким представленням відповідає наступне визначення коефіцієнта синхронізованості:

$$S(i) = 1 - \sum_{i=0}^{L} a_i P_i,$$

де P_i – вірогідність появи в сигналі інтервалу тривалістю $T_1 > T_0$;
a_i – ваговий коефіцієнт, приписуваний тривалості T_1 [4].

Для прикладу розглянемо, як у мережах Ethernet можна було би застосувати код Фібоначчі.

У теперішній час у мережах Ethernet стандарту 802.3 на основі оптичного волокна манчестерське або двопозиційне кодування використовується тільки для інтерфейсів стандартів 10BASE-FB/FP/FL. Вище відзначалася перевага коду Фібоначчі над кодом «Манчестер».

За стандартом Fast Ethernet (стандарт 802.3u, що являє собою доповнення до існуючого стандарту 802.3 у вигляді глав із 21 по 30) один з інтерфейсів – багатомодове оптоволокно (100BaseFX). За цим стандартом пристрій фізичного рівня PHY приймає дані в паралельній формі від MAC-підрівня (канального рівня), кодує їх за методом 4B/5B і передає послідовно по оптоволокну, використавши метод кодування NRZI (Non-Return to Zero Inverted), що, як і метод 4B/5B, був визначений у стандарті FDDI. Через особливості методу NRZI для забезпечення частих змін сигналу потрібно виключити з кодів занадто довгі послідовності нулів. Отже, у методі 4B/5B кожні 4 біти даних MAC-підрівня представляються 5 бітами так, щоб гарантувати наявність не більше трьох нулів підряд при будь-якому сполученні бітів у вхідних даних.

Однак, при застосуванні коду 4В/5В не забезпечується баланс по постійному струму, тому що його таблиця кодування містить більше 1, чим 0. Потенційно це може привести до залежного від переданих даних нагрівання лазерних діодів, оскільки передавач може передавати більше бітів "1" (випромінювання є), чим "0" (випромінювання немає), що, у свою чергу, може спричини появу помилок при високих швидкостях передачі [6].

Отже, для кодування сигналів даних в інтерфейсах стандарту 100BaseFX слід вибрати таку форму представлення коду Фібоначчі, яка містила би багато 0, але не мала би послідовності із чотирьох і більше нулів підряд, у тому числі й на стику кодових комбінацій.

Здійснимо вибір форми представлення класичного коду Фібоначчі, яка відповідає цьому критерію, на прикладі кодування десяткових чисел від 0 до 255.

Очевидно, що М-форма та максимальна форма не є оптимальними, оскільки перша містить забагато нулів, а друга – забагато одиниць. Потрібно шукати таку ЧР-форму представлення, котра не містила би послідовності із трьох і більш нулів підряд, і мала послідовності одиниць обмеженої довжини (для підвищення коефіцієнта самосинхронізації). Назвемо для визначеності таку ЧР-форму представлення мінімізованою (МН-формою).

У зв'язку з тим що код МН-форми представлення містить послідовності із двох одиниць, діапазон представлення чисел у МН-формі більше ніж у М-формі. Для того щоб представити число С = 255 за допомогою М-форми, потрібно 13 розрядів (1 0000 1000 0010), а за допомогою МН-форми – 12 розрядів (1100 0110 0010).

Враховуючи, що два молодші розряди МН-форми мають рівну вагу, і наймолодший із них завжди – 0, цей розряд є сенс не передавати по каналу. Отже, коефіцієнт кодової надмірності для коду Фібоначчі (у даному випадку) дорівнює $R_{ф}$ = (11-8)/8 = 0,375, а для коду 4В/5В – 0,25.

Для збільшення коефіцієнта синхронізованості МН-форми представлення всі кодові комбінації, що починаються послідовністю із трьох і більше нулів, доповнюються розгорненою одиницею зсуву (тобто такі кодові комбінації починаються з наборів 11 або 1010...101011).

Результати аналізу розробленої автором 11-розрядної таблиці кодування десяткових чисел від 0 до 256 (восьмирозрядних двійкових) за допомогою МН-форми 1-коду Фібоначчі, та 10-розрядної таблиці кодування цих же чисел за допомогою методу 4В/5В наступні. Відсутні послідовності із трьох і більше нулів, у тому числі на стику. Кількість одиниць при кодуванні за методом 4В/5В значно більша (табл. 2), як і максимальна довжина серій одиниць на стику – 8 проти 4 у коді Фібоначчі.

Табл.2. Розподіл комбінацій (за кількістю одиниць у комбінації) у кодових таблицях

Кількість 1 у комбінації	*8*	*7*	*6*	*5*	*4*
Кількість комбінацій (1-код Фібоначчі),%	***0***	***1***	***30***	***60***	***9***
Кількість комбінацій (код 4B/5B),%	***8***	***28***	***33***	***24***	***7***

Таким чином, порівняно з 4B/5B, кодування за допомогою МН-форми 1-коду Фібоначчі забезпечує кращий баланс по постійному току та кращу синхронізованість, а також більші можливості для контролю та керування (за рахунок більшої кількості незадіяних кодових комбінацій).

Для інтерфейсів 1000Base-FX/LX/CX/ZX замість методу кодування 4B/5B було запропоновано використовувати метод кодування 8B/10B, в якому 8 біт інформації, що поступають із МАС-підрівня, кодуються 10-бітами таким чином, щоб забезпечити збалансовану кількість 0 та 1 у потоці сигналів.

Отже, обрана для використання в інтерфейсі 1000Base-FX/LX/CX/ZX форма представлення коду Фібоначчі повинна бути рівноважною. Аналіз таблиці кодування 12-розрядних чисел Фібоначчі показав, що з можливих РВ-форм певного числа завжди можна обрати таку РВ-форму, яка не містить послідовності із чотирьох та більше нулів підряд, а також не має набору бітів 00 у двох наймолодших розрядах та набору бітів 000 у трьох найстарших розрядах, що забезпечує відсутність набору 0000 й на стику кодових комбінацій.

Аналіз властивостей класичного коду Фібоначчі та коду 1-пропорції показує, що їхнє застосування в цифрових оптичних каналах передачі інформації дозволяє: забезпечити кодову самосинхронізацію потоків даних; знаходити помилки, які порушують порядок проходження одиниць та нулів у коді; забезпечити передачу керуючої інформації; порівняно легко виконувати операції кодування за допомогою розгортки.

Найбільш ефективним буде використання системи АЦП(ЦАП)-оптичний канал, яка працює цілком у класичному коді Фібоначчі та золотої 1-пропорції, адже тоді можна буде уникнути зайвих операцій по перекодуванню сигналів у(із) двійковий код. Така система, яка містить АЦП(ЦАП), що самокоректуються, та цифровий оптичний канал, який нечутливий до електромагнітних перешкод, може знайти широке застосування в середовищах із великими індустріальними перешкодами тощо.

Список посилань

1. Никоноров Н.В., Козлов С.А., Никифоров В.О., Белашенков Н.Р. Разработка модели и создание интегрированного Учебно-научно-производственного центра СПбГУ ИТМО - ОАО «ЛОМО» «оптические технологии и системы» (УНПЦ «ОТИС») //Интеллектуальные информационные системы. №3. – 2005. www.fasi.gov.ru.
2. Блинова Т.А. О возможности применения золотого кода в рекурсивных кон-

вейерных преобразователях информации //Вестн. КПИ. Сер. автоматика и электроприборостроение. – N22. – 1985. – С.17 – 19.
3. Авт. св. СССР N 1693601 A1, кл. G06F7/49. БИ. 47, 1991. Конвейерное вычислительное устройство/Блинова Т.А.
4. Стахов А.П., Лихтциндер Б.Я., Орлович Ю.П., Сторожук Ю.А. Кодирование данных в информационно-регистрирующих системах. –К.: Издательство "Техника". –1985. – 127 с.
5. Стахов А.П., Лужецкий В.А. Машинная арифметика ЦВМ в кодах Фибоначчи и золотой пропорции.– М.: Научный совет АН СССР по комплексной проблеме «Кибернетика», 1981. – 64 с.
6. Высокоскоростные сети. http://www.quick-net.nm.ru/