

2. **Фелпс Боб.** Умные бизнес-показатели: Система измерений эффективности как важный элемент менеджмента / Пер. с англ. – Днепропетровск: Баланс Бизнес Букс, 2004. – 312 с.
Рукопис подано до редакції 11.04.12

УДК 528.4

В.О. БОРОВИЙ, В.Г. БУРАЧЕК доктори техн. наук, проф.

Університет новітніх технологій, м. Київ

І.О. НИСТОРЯК, аспірант, Чернігівський державний інститут економіки і управління

ЩЕ РАЗ ДО ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ПЛОЩ ЗЕМЕЛЬНИХ ДІЛЯНОК

Актуальність проблеми. Питаннями методів і точності визначення площ земельних ділянок займалися багато авторів [1,4,5,7,9-12]. Така велика кількість публікацій з цього питання говорить про його актуальність та неоднозначність. Зв'язок точності визначення площ в залежності від вартості землі і нерухомого майна [4] на сьогодні є надзвичайно важливим для економіки держави, громадян, в частині справляння земельного податку та орендної плати за землею, при передачі землі у власність, у спадщину, під заставу, тощо [2].

На наш погляд, це питання ще має особливості з точки зору зв'язку точності з методами визначення, вихідним матеріалом (карти, їх масштаб), розмірами та формами земельної ділянки та інше. Можливо ще є зв'язок з тим, що раніше цим питанням більш займалися землепорядники, а сьогодні - акцент зміщується в бік геодезистів.

Аналіз окремих публікацій. Відомі різні способи визначення площ: аналітичний, геометричний, графічний, механічний [6]. При механічному способі і застосуванні полярного планіметра можна отримати точність визначення площі, що характеризується відносною похибкою порядку 1:300. Електронними (цифровими) планіметрами, зокрема модель «Planix», можна визначити площу по картах або інших матеріалах з точністю 0,2% [13].

Для визначення середньої квадратичної похибки площі по топографічному плану або карті можна використати формулу

$$m_p = (0,2M/1000)\sqrt{P}, \quad (1)$$

де M - знаменник чисельного масштабу плану; P - площа ділянки, m^2

При масштабі 1:500 і площі в 12 соток середня квадратична похибка складе $5,2 m^2$, а на площі 1 га - $15 m^2$. При планах масштабів 1:1000 і 1:2000 похибка визначення пропорційно збільшиться (в 2 і 4 рази).

Від точності геодезичних даних залежить достовірність кадастрової інформації, серед якої обов'язковою є площа. Точність визначення площі є основою точності виносу в натуру і визначення меж землеволодіння.

Можна прийняти, що для звичної земельної ділянки розміром 30×40 м у приміських районах м. Києва (та інших обласних центрах України), де ринкова вартість є найбільш високою (досягає 10 і більше тисяч доларів США за сотку), необхідно врахувати кожен квадратний метр площі, тобто

$$m_p = 1 m^2. \quad (2)$$

Для ділянки прямокутної форми можна встановити зв'язок середніх квадратичних похибок визначення координат межових знаків m і середньої квадратичної похибки m_p

$$m_{x,y} = \frac{m_p}{\sqrt{e_1^2 + e_2^2}} \quad (3)$$

Для прийнятої нами ділянки і умови (2) отримаємо $m=2,0$ см.

При довжині сторони квадратної ділянки $a=35-40$ м ($P=10-16$ соток), маємо значення m того ж порядку, що для ділянки прямокутної форми.

У роботі [1] на основі виконаних досліджень показано, що положення межових знаків території населених пунктів для земельних ділянок площею від $100 m^2$ до $20\,000 m^2$ доцільно визначати відносно пунктів геодезичної мережі з похибкою $0,05-0,07$ м. Для ділянок більшої площі достатня точність - $0,10$ м, при цьому підвищення точності визначення площ ділянок

менше за 2500 м² доцільно виконувати спільне врівноваження координат межових знаків та вимірних довжин сторін між межовими знаками, що дасть змогу значно підвищити точність визначення площ ділянок чотирикутної форми.

Автор [11] вважає, що формули запропоновані в [1] не зовсім коректно описують точність визначення площ полігонів, та наводить уточнені формули для похибок визначення площ земельної ділянки по координатах межових знаків. На думку автора [11] отримані ним формули більш достовірно описують точність визначення площ, ніж ті, що наведено в [1].

У [5] виконаний аналіз визначення площ земельних ділянок по різних формулах. Зроблений висновок, що оцінювати точність визначення відносних похибок необхідно за допомогою диференційного підходу. При цьому отримані формули для похибок оцінки площі багатокутників, у тому числі для варіанту форми земельної ділянки з кутами при вершинах близькими до прямих.

Результати виконаних в [5] досліджень показують, що якщо використовувати допустимі значення середніх квадратичних похибок положення межових знаків за межами населених пунктів, то при обчисленні площ земельних ділянок будуть отримані значні середні квадратичні похибки, які не зможуть задовольнити як замовника, так і самого виконавця геодезичних робіт.

В роботі [4] рекомендується використовувати формулу $m_p = m_s \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$ для прямокутних ділянок. При $m_1 = m_2 = m$ дана формула набуде вигляду $m_p = m\sqrt{2} \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$.

Автор роботи [4] зазначає, що в Інструкції про встановлення (відновлення) меж земельних ділянок в натурі (на місцевості), та їх закріпленню межовими знаками, вказані допустимі значення середніх квадратичних похибок положення межових знаків, але допустимих середніх квадратичних похибок обчислення площ земельних ділянок не наведено, тому задача визначення допустимих середніх квадратичних похибок положення межового знака і обчислення площ земельних ділянок потребує подальших досліджень.

Далі автор відзначає, що з переходом до єдиного земельного податку питання визначення точності положення межових знаків і площі набуває ще більшої вагомості тому, що власники будуть зацікавлені у точніших розмірах земельних ділянок, та об'єктів нерухомості. При цьому важливо те, скільки може втратити конкретний власник через недостатню точність визначення площ земельних ділянок, що в свою чергу може стати причиною напруги в суспільстві.

Викладення основного матеріалу. Розглянемо ще один можливий варіант розрахунку середньої квадратичної похибки визначення площі, який полягає в наступному. Допустимо, що на рис. 1 в точках i та $i+1$ зображено проектне (ідеально точне) розташування межових знаків, в точках i' та $(i+1)'$ - реальне положення з відхиленнями Δ_1 і Δ_2 , l - відстань між точками

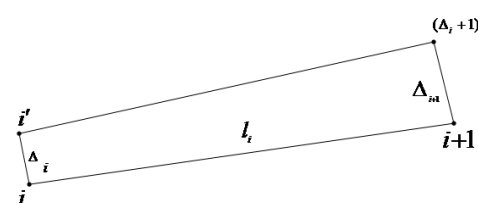


Рис. 1. Варіант відхилення межових знаків

Очевидно, має місце зміна площі земельної ділянки на величину

$$\Delta P_i = \frac{\Delta_i + \Delta_{i+1}}{2} \cdot l_i. \quad (4)$$

Похибка визначення площі в межах l_i при цьому

$$\Delta P_i = \frac{\Delta_i l_i + \Delta_{i+1} l_i}{2} = l_i \left(\frac{\Delta_i + \Delta_{i+1}}{2} \right).$$

Врахуємо, що похибка вимірювання l_i дорівнює Δl_i

$$\Delta P_i = (l_i + \Delta l_i) \left(\frac{\Delta_i + \Delta_{i+1}}{2} \right) = \frac{1}{2} l_i (\Delta_i + \Delta_{i+1}) + \frac{1}{2} \Delta l_i (\Delta_i + \Delta_{i+1}). \quad (5)$$

Переходячи до середніх квадратичних похибок обчислення координат у напрямку перпендикулярному до лінії l_i можна записати, що приріст площі складає

$$m_{P_i} = \sqrt{\left(\frac{\pm m_i^2 \pm m_{i+1}^2}{2} \right) l_i^2}. \quad (6)$$

Середня квадратична похибка визначення площі замкненого контуру земельної ділянки буде мати сумарне значення середніх квадратичних похибок обчислення координат межових знаків

$$m_{pi}^2 = \frac{1}{2}l_1^2(m_1^2 + m_2^2) + \frac{1}{2}l_2^2(m_2^2 + m_3^2) + \dots + \frac{1}{2}l_n^2(m_n^2 + m_1^2). \quad (7)$$

Якщо визначення координат межових знаків є рівноточними, тобто $m_1=m_2=\dots=m_n=m$, вираз (7) матиме вигляд

$$m_{pi}^2 = m^2(l_1^2 + l_2^2 + \dots + l_n^2) = m^2 \sum_{i=1}^n l_i^2. \quad (8)$$

З врахуванням впливу похибки l_i в формулі (5), а також те, що виміри на межових знаках є рівноточними з круговим розсіюванням похибок m , і переходячи від Δl_i до середньої квадратичної похибки $m_i = m\sqrt{2}$, можна записати

$$m_{pi}^2 = \frac{1}{4}l_i^2(m^2 + m^2) + \frac{1}{4}m^2(m^2 + m^2) = \frac{1}{2}l_i^2m^2 + \frac{1}{2}m^4 \quad (9)$$

$$m_{pi}^2 = \sum_{i=1}^n m_{pi}^2 = \frac{1}{2}m^2 \sum_{i=1}^n l_i^2 + \frac{1}{2}km^4,$$

де $k=4$ - число виміряних прямих кутів.

Тоді

$$m_p = \frac{m}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^n l_i^2 + 4m^2}. \quad (10)$$

Застосовуючи розкладання в біноміальний ряд множника в ступені $\frac{1}{2}$ отримаємо

$$m_p = \frac{m}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^n l_i^2} \left(1 + \frac{4m^2}{2\sum_{i=1}^n l_i^2} \right).$$

Або в кінцевому результаті

$$m_p = \frac{m}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^n l_i^2} + \frac{m^3\sqrt{2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n l_i^2}}. \quad (11)$$

У виразі (11) другий член має як мінімум четвертий порядок малості, тобто при похибці визначення площі $m_p = 1 \text{ м}^2$ друга частина виразу (14) буде рівною $m_p < 0,0001 \text{ м}^2$

Тому формулу (12) можна записати

$$m_p = \frac{m}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^n l_i^2}. \quad (12)$$

Остання формула може бути універсальною для будь-якої конфігурації земельних ділянок, забезпечуючи достатньо високу точність.

З наданих у роботах багатьох авторів формул для розрахунку середньоквадратичної похибки m_p визначення площі земельної ділянки по координатах межових знаків складемо табл. 1. При цьому виділимо формули для ділянок прямокутної та квадратної форми.

Таблиця 1

Значення середніх квадратичних похибок визначення площ земельних ділянок, отриманих різними авторами

Автори (дивись літературу)	m_p загальна	m_p прямокутника		m_p квадрата	
			Δm_p		Δm_p
[4]	$m\sqrt{2P} \sqrt{\frac{1+k^2}{k}}$	$m\sqrt{2(l_1^2 + l_2^2)}$	+0,37	$2ml$	+0,53
[5], [8], [10]	$\frac{m}{2} \sqrt{\sum_{i=1}^n D_i^2}$	$\frac{m}{\sqrt{2}} \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$	-0,33	ml	-0,47
даної статті, [12]	$\frac{m}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^n l_i^2}$	$m\sqrt{l_1^2 + l_2^2}$	-0,04	$ml\sqrt{2}$	-0,06
	1,04 $m\sqrt{l_1^2 + l_2^2}$			1,47ml	

У табл. 1 прийнято позначки: P - площа земельної ділянки; l_i - сторона земельної ділянки (довжина горизонтального прокладання, що з'єднує центри сусідніх межових знаків); D - діаго-

налі, що з'єднують точки i та $i+1$ межових знаків; k - співвідношення сторін в прямокутнику; Δm_p - відхилення коефіцієнта від середнього значення.

З даної таблиці видно, що майже у всіх розглянутих роботах отримані по суті схожі формули, які відрізняються різними аргументами (площа ділянки P , довжини сторін l_i , довжини діагоналей D і т.д.).

При цьому формули оцінки точності площі мають три варіанти вихідних формул похибки визначення площі багатокутної ділянки і формул для фігур правильного прямокутника. Деякі відхилення чисельних множників від середнього значення досягають більше 50%. Це говорить про те, що обчислені за різними формулами значення земельних ділянок можуть коливатися в межах, які є близькими до середньої квадратичної похибки їх визначення.

В окремих вихідних формулах розглянутих статей прийняті похибки вимірювання довжин ліній l_i між проекціями вершин багатокутників. Відмітимо, що кожна відстань l_i між точками межових знаків визначається з деякою похибкою Δl_i . Тоді можна записати

$$\begin{aligned} m_{p_i}^2 &= m^2 \left\{ (l_1 + \Delta l_1)^2 + (l_2 + \Delta l_2)^2 + \dots + (l_n + \Delta l_n)^2 \right\} = \\ &= m^2 \left\{ (l_1^2 + 2l_1\Delta l_1 + \Delta l_1^2) + \dots + (l_n^2 + 2l_n\Delta l_n + \Delta l_n^2) \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

Замінюючи $\Delta l_i = m\sqrt{2}$, отримаємо

$$m_{p_i}^2 = m^2 \left(\sum_{i=1}^n l_i^2 + 2m\sqrt{2} \sum_{i=1}^n l_i + 2m^2 n \right) = m^2 \sum_{i=1}^n l_i^2 + 2m^3 \sqrt{2} \sum_{i=1}^n l_i + 2m^4 n \quad (14)$$

У виразі (17) останні два члени є складовими похибок менше другого порядку малості, якими можна знехтувати. Тоді вираз (14) запишемо у вигляді

$$m_{p_i} = m \sqrt{\sum_{i=1}^n l_i^2} \quad (15)$$

Аналізуючи останні 2 члени виразу (14) можна відмітити, що на лінії земельної ділянки, де межові знаки встановлені досить близько до прямої лінії, похибка другого члену суттєво зменшується і в повній мірі проявляється в кутах контуру, які є близькими до прямих кутів.

Якщо вимірювання координат на межових знаках виконуються за допомогою GPS (є рівноточними), то переходячи до середніх квадратичних похибок, приймаючи $\Delta l_i = m$, можна записати

$$m_{p_s}^2 = \frac{1}{4} l_i^2 \times 2m^2 + \frac{1}{4} m^2 \times 2m^2 = \frac{1}{2} l_i^2 m^2 + \frac{1}{2} m^4. \quad (16)$$

Для всієї площі земельної ділянки

$$m_{p_i}^2 = \sum_{i=1}^n m_{p_i}^2 = \frac{1}{2} m^2 \sum_{i=1}^n l_i^2 + \frac{1}{2} n m^4, \quad (17)$$

або

$$m_{p_i} = \frac{m}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^n l_i^2 + n m^2} = \frac{m}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^n l_i^2} \left(1 + \frac{n m^2}{\sum_{i=1}^n l_i^2} \right). \quad (17)$$

Розкладаючи вираз (17) в біноміальний ряд та нехтуючи похибками вищих порядків, можна записати

$$m_{p_i} = \frac{m}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^n l_i^2} + \frac{n m^3}{2 \sqrt{2} \sum_{i=1}^n l_i^2}. \quad (18)$$

Для практичної діяльності при обчисленні середньої квадратичної похибки земельної ділянки довільної форми цілком достатньо користуватись першим членом виразу (18), тобто

$$m_{p_i} = \frac{m}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^n l_i^2}. \quad (19)$$

Для земельної ділянки, що має форму прямокутника отримаємо

$$m_{p_i} = m \sqrt{l_1^2 + l_2^2}, \quad (20)$$

а для форми квадрата $m_{p_i} = m l \sqrt{2}$, що враховано в таблиці.

Висновки. На великих площах (>1га) при наявності планів і карт масштабу 1:500 (або 1:1000) і невеликій вартості 1 сотки землі можна застосовувати механічний спосіб визначення площі.

Для більшості міських земельних ділянок, площа яких має 10-20 соток, відповідно до формул визначення похибки площі земельної ділянки при допуску не більше 1 м², середня квадратична похибка визначення координат їх меж повинна мати значення ≤ 1 см, що відноситься до категорії точних вимірювань.

На точність визначення площі земельної ділянки будь-якої багатосторонньої форми впливає периметр і кількість межових знаків (немає залежності від площі). При цьому має значення метод визначення координат межових знаків: точніше визначаються координати методами GPS-вимірювань по відношенню до традиційних методів геодезичних робіт полігонометрії, теодолітних ходів та інше.

Настала необхідність прийняти єдину формулу для обчислення точності визначення площі земельної ділянки. Має сенс звернути увагу на формулу, запропоновану авторами цієї статті, перевага якої в тому, що в основу оцінки площі покладено не площу ділянки, а довжини сторін ділянки та похибки межових знаків. При цьому показано, що похибка довжин сторін має четвертий порядок малості і нею можна знехтувати.

Встановлюючи допустимі значення середньої квадратичної похибки визначення площ земельних ділянок необхідно враховувати можливість повторних визначень координат межових знаків для уточнення площі ділянки та її меж.

Список літератури

1. **Барановський В.** Топографо-геодезичне забезпечення ведення державного земельного кадастру. Визначення площ територій / **В.Д. Барановський, Ю.О. Карпінський, А.А. Ляшенко** // Сер. "Геодезія, картографія, кадастр". – К., 2009. – 92 с.
2. **Боровий В.О., Олінович А.С., Іванченко О.В. Сидоренко В.Д.** До питань формування нормативно-правової бази обороту (купівлі-продажу) земель та особливості оцінки земельних ділянок с/г призначення. Вісник Криворізького технічного університету, 2012. – С.
3. **Гладкий В.И.** Кадастровые работы в городах: учебное пособие. – Новосибирск, 1998. – 280 с.
4. **Губар Ю.** Визначення необхідної точності координат межових знаків для оцінки земель населених пунктів. / **Ю. Губар** // Геодезія, картографія і аерофотознімання : міжвідомчий науково-технічний збірник : Випуск 74 / Національного університету "Львівська політехніка"; відповідальний редактор К. Р. Третяк. - Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2011. - с. 170 . - С. 132-135.
5. **Дутчин М.** Дослідження точності визначення площ земельних ділянок з врахуванням кількості контурних точок та їх розташування / **М. Дутчин, І. Біда, Г. Мельниченко** // Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва: 36. наук. праць. - Л, 2009. - Вип. I (17). - С. 301-308.
6. **Киселев М.И., Михелев Д.Ш.** Геодезія, 2-е издание, - М., Издательский центр «Академия», 2004. – 384 с.
7. **Малашевський М.А.** Методика визначення площ земельних ділянок з урахуванням рельєфу. Науково-технічний збірник «Інженерна геодезія» № 56, 2011
8. **Маслов А.В.** Способы и точность определения площадей. М: Геодезиздат, 1955.
9. **Рябчий В.А.** Встановлення точності визначення площ земельних ділянок під малими об'єктами нерухомості / **В.А. Рябчий, В.В. Рябчий, О.Янкін** //Сучасні досягнення геодезичної науки та виробництва. - 36. наук. праць. Львів, 2010. Вип. II (20). - С. 204-208.
9. **Рябчий В.В.** Визначення допустимих значень середніх квадратичних похибок площ земельних ділянок за межами населених пунктів. / **В.В. Рябчий, М.В. Трегуб** // Геодезія, картографія і аерофотознімання : міжвідомчий науково-технічний збірник : Вип. 74 Національного університету "Львівська політехніка"; відповідальний редактор **К.Р. Третяк**. - Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2011. - С. 136-142.
10. **Смірнов Є. І.** Точність визначення площ земляних ділянок місцевості / **Є. І. Смірнов** // Нові технології в геодезії, землевпорядкуванні та лісовпорядкуванні : матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції – Ужгород, 2008. – С. 60-62.
11. **Смірнов Є.І.** Щодо точності визначення площ аналітичним способом / **Є.І. Смірнов** // Геодезія, картографія і аерофотознімання : міжвідомчий науково-технічний збірник : Випуск 74 / Національного університету "Львівська політехніка" ; відповідальний редактор **К. Р. Третяк**. - Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2011. - 170 с. - С. 142-145.
12. **Юнусов А.Г., Беликов А.Б., Баранов В.Н., Каширкин Ю.Ю.** Геодезія: Учебник для вузов. М.: Академический Проект; Гаудеамус, 2011. 409 с.

Рукопис подано до редакції 05.04.12