УДК 621.01

И.Н. МАЦЮК, канд. техн. наук, ГВУЗ «Национальный горный университет»

## ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТРЕХПОВОДКОВОЙ СТРУКТУРНОЙ ГРУППЫ ТРЕТЬЕГО КЛАССА В ПРОГРАММЕ МАТНСАD

Статья посвящена одной из сложных задач геометрического анализа плоских механизмов - определению количества сборок структурных групп. Предложено решение этой задачи на примере трехповодковой структурной группы третьего класса в программе Mathcad.

Нахождению кинематических параметров механизма (скоростей и ускорений) предшествует решение задачи определения положений звеньев, что составляет суть геометрического анализа. Для механизмов третьего и более высоких классов этот анализ является наиболее сложной задачей кинематики.

Геометрическому анализу плоских механизмов посвящены работы [1-8].

Еще в 1949 г. В.А. Зиновьев в работе [1] предложил аналитический метод определения положений механизмов высоких классов. В основе этого метода лежит векторная интерпретация звеньев рычажного механизма, на основе которой составляется система нелинейных уравнений замкнутости векторных контуров. Неизвестными в системе уравнений являются углы, определяющие положения каждого из звеньев механизма. Суть предлагаемого метода заключается в приближенном численном решении полученной системы уравнений с наперед заданной точностью.

Изучению положений звеньев трехповодковой и двухповодковой четырехзвенных групп Ассура с вращательными парами посвящена работа Э.Е. Пейсаха [3]. В ней показано, что для этих групп задача сводится к отысканию вещественных корней полинома шестого порядка. Установлено также, что максимально возможное число вариантов сборки четырехзвенной группы при фиксированных положениях внешних шарниров равно шести. В статье отмечается, что в то время уровень применения механизмов, содержащих четырехзвенные структурные группы, не соответствовал их большим потенциальным возможностям по воспроизведению требуемых функций или траекторий. Это объяснялось сложностью задач анализа и синтеза механизмов высоких классов и ограниченностью известных методов их решения. Необходимо заметить, что за прошедшие почти три десятилетия с момента публикации этой работы, широкого внедрения в современную технику механизмов высоких классов пока не наблюдается.

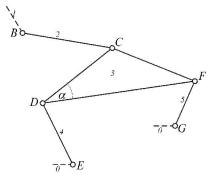
В цитированных работах определение положений звеньев сводится, по сути, к численному нахождению либо корней системы нелинейных уравнений, либо вещественных корней полинома шестой степени.

Решению этой задачи может быть дан новый импульс с помощью использования современных компьютерных технологий.

В настоящей статье излагается способ геометрического анализа трехповодковой структурной группы третьего класса с вращательными парами в программе Mathcad, позволяющий наглядно и довольно просто определять возможные варианты сборок группы.

Итак, рассмотрим группу (рис. 1), состоящую из базового звена 3 и поводков 2, 4 и 5.

Рис. 1. Схема трехповодковой четырехзвенной группы третьего класса



Поводок 2 шарниром B соединен с ведущим звеном 1. Поводки 4 и 5 соединены шарнирами E и G со стойкой 0. При фиксированном положении внешних шарниров B, E и G необходимо найти варианты взаимного расположения звеньев группы (сборки).

Разомкнем кинематическую пару C. Идея предлагаемого приема состоит в следующем. Построим траектории точки C: как принадлежащую шатуну CDF шарнирного четырехзвенника 0-4-3-5; как принадлежащую поводку 2.

В первом случае траектория будет шатунной кривой, вид которой определяется геометрией четырехзвенника 0-4-3-5.

Во втором - траектория будет дугой окружности с центром в точке В и радиусом, равным

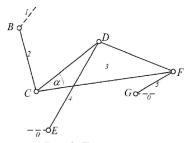
<sup>©</sup> Мацюк И.Н., 2013

 $l_{BC}$ . Используя средства визуализации, которыми располагает программа Mathcad, можно построить эти траектории, точки пересечения которых будут представлять возможные сборки группы.

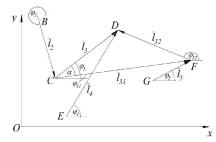
Проиллюстрируем это на примере, взятом из [3]. Причем рассмотрим наиболее общий случай шести сборок, для чего в четырехзвеннике 0-4-3-5 один из поводков 4 или 5 должен быть кривошипом.

Тогда траектория точки C шатуна CDF, будет замкнутой шатунной кривой.

Итак, рассмотрим группу третьего класса, схема которой изображена на рис. 2, а ее векторное представление - на рис. 3.



**Рис. 2.** Трехповодковая группа, выбранная в качестве примера



**Рис. 3.** Векторная интерпретация рассматриваемой группы

Заданы координаты внешних шарниров группы:  $x_B$ =-10;  $y_E$ =19,50;  $x_B$ =-10;  $y_B$ =0;  $x_E$ =19,5;  $y_E$ =-122;  $x_G$ =91,5;  $y_G$ =122. Остальные параметры группы имеют следующие значения:  $l_2$ =78;  $l_3$ =70;  $l_4$ =78;  $l_5$ =70;  $l_3$ =135;  $l_3$ 2=70. Требуется выполнить геометрический анализ группы.

Получим траекторию точки C, как принадлежащую шатуну CDF четырехзвенника 0-4-3-5. Задачу, как уже указывалось, решаем в программе Mathcad. Запишем исходные данные и определим длину отрезка EG, которую затем обозначим  $l_{\rm o}$ . Соответствующий фрагмент документа Mathcad приведен ниже.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{\mathbf{B}} &:= -10 \quad \mathbf{y}_{\mathbf{B}} := 0 \quad \mathbf{x}_{\mathbf{E}} := 19.5 \quad \mathbf{y}_{\mathbf{E}} := -122 \quad \mathbf{x}_{\mathbf{G}} := 91.5 \quad \mathbf{y}_{\mathbf{G}} := -122 \\ \mathbf{l}_{2} &:= 78 \quad \mathbf{l}_{3} := 70 \quad \mathbf{l}_{31} := 135 \quad \mathbf{l}_{32} := 70 \quad \mathbf{l}_{4} := 70 \quad \mathbf{l}_{5} := 50 \\ \mathbf{l}_{\mathbf{EG}} &:= \sqrt{\left(\mathbf{x}_{\mathbf{G}} - \mathbf{x}_{\mathbf{E}}\right)^{2} + \left(\mathbf{y}_{\mathbf{G}} - \mathbf{y}_{\mathbf{E}}\right)^{2}} \quad \mathbf{l}_{\mathbf{EG}} = 72 \quad \mathbf{l}_{0} := \mathbf{l}_{\mathbf{EG}} \end{aligned}$$

Здесь и далее выдержки из документов Mathcad приводятся шрифтом меньшего размера.

В четырехзвеннике 0-4-3-5 только звено 5 может быть кривошипом, поэтому найдем зависимости геометрических параметров четырехзвенника от величины угла  $\varphi_5$ . Вначале определим длину отрезка EF.

$$1_{EF}(\phi_{5}) := \sqrt{(x_{G} - x_{E} + 1_{5} \cdot \cos(\phi_{5}))^{2} + (y_{G} - y_{E} + 1_{5} \cdot \sin(\phi_{5}))^{2}}$$

Угол *0*4 в функции угла *0*5 *0*32

$$\phi_{4}(\phi_{5}) := \left[ \left( a\cos\left(\frac{x_{G} - x_{E} + 1_{5} \cdot \cos(\phi_{5})}{1_{EF}(\phi_{5})} \right) + a\cos\left(\frac{1_{4}^{2} + 1_{EF}(\phi_{5})^{2} - 1_{32}^{2}}{2 \cdot 1_{3} \cdot 1_{EF}(\phi_{5})} \right) \right] \text{ if } 0 < \phi_{5} < \pi$$

$$\left( -a\cos\left(\frac{x_{G} - x_{E} + 1_{5} \cdot \cos(\phi_{5})}{1_{EF}(\phi_{5})} \right) + a\cos\left(\frac{1_{4}^{2} + 1_{EF}(\phi_{5})^{2} - 1_{32}^{2}}{2 \cdot 1_{4} \cdot 1_{EF}(\phi_{5})} \right) \right) \text{ otherwise}$$

Угол между векторами  $l_{32}$  и  $l_4$ 

$$\phi_{432}(\phi_5) := a\cos\left(\frac{1_{32}^2 + 1_4^2 - 1_{EF}(\phi_5)^2}{21_{32} \cdot 1_3}\right)$$

Наконец, угол

$$\phi_{32}(\phi_5) := \phi_{432}(\phi_5) + \phi_4(\phi_5)$$

Угол при основании равнобедренного треугольника *CDF* 

$$\alpha := a\cos\left(\frac{1_{31}}{2l_{3}}\right)$$

В дальнейшем нам понадобятся еще углы

$$\phi_{31}(\phi_5) := \phi_{32}(\phi_5) + \alpha - \pi \qquad \phi_3(\phi_5) := \phi_{31}(\phi_5) + \alpha$$

Представим звенья группы в виде векторов.

$$\begin{split} l_{3}(\phi_{5}) &:= \begin{pmatrix} l_{3} \cdot \cos(\phi_{3}(\phi_{5})) \\ l_{3} \cdot \sin(\phi_{3}(\phi_{5})) \\ 0 \end{pmatrix} \quad l_{32}(\phi_{5}) &:= \begin{pmatrix} l_{32} \cdot \cos(\phi_{32}(\phi_{5})) \\ l_{32} \cdot \sin(\phi_{32}(\phi_{5})) \\ 0 \end{pmatrix} \\ l_{31}(\phi_{5}) &:= l_{3}(\phi_{5}) - l_{32}(\phi_{5}) \quad l_{4}(\phi_{5}) &:= \begin{pmatrix} l_{4} \cdot \cos(\phi_{4}(\phi_{5})) \\ l_{4} \cdot \sin(\phi_{4}(\phi_{5})) \\ 0 \end{pmatrix} \quad l_{5}(\phi_{5}) &:= \begin{pmatrix} l_{5} \cdot \cos(\phi_{5}) \\ l_{5} \cdot \sin(\phi_{5}) \\ 0 \end{pmatrix} \end{split}$$

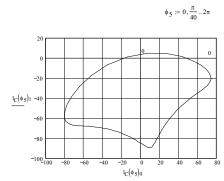
Аналогично, представим векторами

$$l_{EG} := \begin{pmatrix} x_G - x_E \\ y_G - y_E \\ 0 \end{pmatrix} \quad l_{GB} := \begin{pmatrix} x_G - x_B \\ y_G - y_B \\ 0 \end{pmatrix} \quad l_{EB} := \begin{pmatrix} x_B - x_E \\ y_B - y_E \\ 0 \end{pmatrix} \quad l_{GB} := \begin{pmatrix} x_G - x_B \\ y_G - y_B \\ 0 \end{pmatrix}$$

Зададим точку C вектором

$$l_C(\phi_5) := \begin{pmatrix} x_G \\ y_G \\ 0 \end{pmatrix} + l_5(\phi_5) - l_{31}(\phi_5) .$$

Теперь можно построить траекторию точки C (рис. 3), используя возможности двумерного графика.



**Рис. 3.** Траектория точки C, как принадлежащей звену 3

Рис. 4. Варианты шести сборок группы

Остается добавить на этот график траекторию точки C, как принадлежащую поводку 2 (рис. 4).

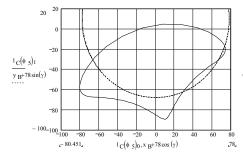


Рис. 5. Варианты четырех сборок группы

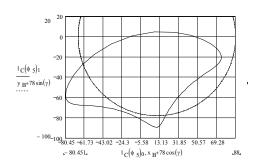


Рис. 6. Варианты двух сборок группы

Легко видеть, что число различных сборок группы равно шести.

Не изменяя размеров звеньев, зададим новое положение точки B:  $x_B$ =0;  $y_B$ =10 (рис. 5). В этом случае имеем четыре сборки.

Снова изменим координаты точки B:  $x_B=10$ ;  $y_B=0$  (рис. 6). Этот вариант дает только две сборки.

Координаты точек пересечения двух траекторий могут быть получены в результате численного решения векторного уравнения

$$l_C(\phi_5) - \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} l_2 \cos(\phi_2) \\ l_2 \sin(\phi_2) \\ 0 \end{pmatrix} = C$$

Оно может быть решено при помощи блока Given-Find. В этом случае, чтобы найти, например, все шесть пар значений неизвестных углов  $\varphi_2$  и  $\varphi_5$ , необходимо перебрать всевозможные комбинации вариантов их начальных приближений.

Точную информацию о параметрах той или иной сборки можно получить, принимая в качестве начальных приближений данные, полученные с помощью режима слежения X-Y Trace.

Например, для варианта шести сборок получены приближенные значения координат точки C для одной из сборок:  $x_c \approx -47.6$ ;  $y_c \approx -68.1$ .

Далее действуем по следующему алгоритму. Находим приближенное значение угла  $\varphi_{2np}$ . Затем численно решаем последнее уравнение, ограничивая начальное приближение угла  $\varphi_2$  диапазоном ( $\varphi_{2np}\pm0,1$ ) рад и, варьируя величиной начального приближения угла  $\varphi_5$  в пределах от 0 до  $2\pi$ , находим единственное точное решение. В программе Mathcad это выглядит следующим образом

$$\begin{split} x_C &:= -47.6 \quad y_C := -68.1 \quad \phi_{2\vec{1}\vec{0}} := \text{angle} \Big( x_C - x_B, y_C - y_B \Big) \quad \phi_{2\vec{1}\vec{0}} = 4.208 \\ \phi_2 &:= \phi_{2\vec{1}\vec{0}} \quad \phi_5 := 2 \quad \text{Given} \quad \phi_{2\vec{1}\vec{0}} - 0.1 < \phi_2 < \phi_{2\vec{1}\vec{0}} + 0.1 \\ l_C \Big( \phi_5 \Big) - \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} l_2 \cdot \cos(\phi_2) \\ l_2 \cdot \sin(\phi_2) \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \quad \begin{pmatrix} \phi_2 \\ \phi_5 \end{pmatrix} := \text{Find} \Big( \phi_2, \phi_5 \Big) \\ \phi_2 &= 4.229 \qquad \phi_2 = 242.297 \, \text{deg} \\ \phi_5 &= 1.627 \qquad \phi_5 = 93.205 \, \text{deg} \\ \phi_3 \Big( \phi_5 \Big) &= 0.246 \qquad \phi_3 \Big( \phi_5 \Big) = 14.08 \, \text{deg} \\ \phi_4 \Big( \phi_5 \Big) &= 1.54 \qquad \phi_4 \Big( \phi_5 \Big) = 88.251 \, \text{deg} \end{split}$$

Действуя аналогичным образом с остальными пятью точками пересечения, получим точные значения углов для всех шести сборок данной группы (табл. 1)

Значения углов, определяющих положения звеньев группы (рад)

Сборка	$\varphi_2$	$\varphi_5$	$\varphi_3$	<b>φ</b> 4
1	3,72	2,786	-0,209	1,957
2	4,229	1,627	0,246	1,54
3	4,668	0,927	0,238	1,046
4	5,15	5,45	-0,446	0,307
5	5,812	4,392	-1,182	0,317
6	6.156	3.581	-1.46	0.653

**Вывод.** Таким образом, использование пакета Mathcad позволяет просто, наглядно и точно выполнять геометрический анализ структурных групп третьего класса, не прибегая к решению систем нелинейных уравнений или нахождению корней полиномов шестой степени.

Описанный прием может быть также использован при решении определенных задач синте-

Таблина 1

за механизмов, в составе которых присутствуют группы Ассура третьего класса.

Список литературы

- 1. **Зиновьев В.А.** Аналитические методы определения положений механизмов высоких классов. В кн.:Тр. семинара по ТММ. М.: Из-во АН СССР, 1949, с.VI, вып. 22, с. 61-74.
- 2. **Пейсах Э.Е., Акрамов Б.Н.** Аналитический обзор исследований в области структуры, кинематики и применения плоских рычажных механизмов высоких классов. Тадж. политехн. ин-т. Душанбе, 1983. 101 с. Рукопись деп. в ТаджНИИНТИ Госплана ТаджССР, № 52(258), Та-Д83.
- 3. **Пейсах** Э.Е. Определение положений звеньев трехповодковой и двухповодковой четырехзвенных групп Ассура с вращательными парами. Машиноведение, 1985, № 5, с. 55-61.
- 4. **Байгученков Ж.Ж.**, Джолдасбеков У.А., Казыханов Х.Р. Опеределение числа сборок групп Ассура высоких классов с неравномерно распределенными поводками с одной ведущей точкой. В кн.:Тр. Каз. фил. семинара по ТММ. Алма-Ата: Из-во Каз. ун-та, 1977, с. 21-29.
- 5. **Левитская О.Н. и Левитский Н.И.** Курс теории механизмов и машин. Учебн. для вузов. М., "Высшая школа", 1978.
- 6. **Мацюк І.М., Шляхов Е.М.** Метод аналітичного дослідження механізмів у програмному продукті Mathcad. Сборник научных трудов по материалам международной научно-практической конференции «Современные направления теоретических и прикладных исследований '2008». Том 3. Технические науки. Одесса: Черноморье, 2008.
- 7. **Мацюк І.М., Шляхов Е.М.** Геометричний аналіз механізмів у програмі Mathcad. Сборник научных трудов по материалам международной научно-практической конференции «Современные направления теоретических и прикладных исследований 2009». Том 3. Технические науки. Одесса: Черноморье, 2009. С. 10-14.
- 8. **Мацюк И.Н., Третьяков В.М., Шляхов Э.М.** Аналитическая кинематика плоских рычажных механизмов высоких классов с помощью программы Mathcad. Теория механизмов и машин. Санкт-Петербург. 2012. № 1. Том 10. С. 65-70.

Рукопись поступила в редакцию 19.03.13

УДК 621.791.793

В.Д. КАССОВ, д-р техн. наук, проф., А.В. ИВАНЫК, аспирант,

Донбасская государственная машиностроительная академия,

Н.И. ЦЫВИНДА, канд. техн. наук, доц., ДВНЗ «Криворожский национальный университет»

## СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ЭЛЕКТРОШЛАКОВОЙ СВАРКИ ЛЕГИРОВАННЫХ СТАЛЕЙ

Определеньюсновные факторы, которые оказывают влияние на качество крупнотоннажных литых заготовок типа вала. Предложен способ создания заготовки вала с использованием электрошлаковых технологий. Рассмотрен процесс изготовления литой заготовки. Произведен выбор сварочных материалов, обеспечивающий химический состав шва близкий составу основного металла. Выполнен анализ макроструктуры металла сварного соединения.

Проблема и ее связь с научными и практическими заданиями. Повышение качества крупных заготовок типа валов и снижение их себестоимости за счет применения ресурсосберегающих технологий, при их изготовлении, позволяет предприятиям тяжелого машиностроения успешно реализовывать свою продукцию на рынке. Это особенно актуально при создании крупногабаритных деталей, производство которых связано с большими энерго- и трудозатратами. Производство таких слитков представляет определенные технические и технологические трудности для большинства как отечественных, так и зарубежных предприятий [1,2]. Таким образом, одним из направлений по совершенствованию технологии изготовления крупногабаритных изделий тяжелого машиностроения, таких как валы, является использование более прочных конструкционных материалов и технологии электрошлаковой сварки. Существенное влияние на качество сварного соединения оказывает выбранный технологический режим электрошлакового процесса [3].

Анализ исследований и публикаций. При создании крупногабаритных деталей типа валов электрошлаковая сварка нашла широкое применение. Весомый вклад в развитие и совершенствование электрошлаковых технологий внесли такие отечественные ученные, как Патон Б.Е., Сущук-Слюсаренко И.И., Семенов В.М., Ерегин Л.П., Мейрамов Г.Г. и др. Исследованием проблемы электрошлаковой сварки валковых сталей активно занимался Семенов В.М.,

<sup>©</sup> Кассов В.Д., Иванык А.В., Цывинда Н.И., 2013