

штрека, используемого повторно // Сучасні ресурсоенергозберігаючі технології гірничого виробництва. – Кременчук: КрНУ, 2015. – Вип. 2 (16). – С. 90-99.

10. **Барабаш М.В., Дубовик А.И., Логунова А.О.** Повторное использование подготовительных выработок угольных шахт. – Днепропетровск: Литограф, 2015. – 65 с.

11. **Дудка И.В.** Обоснование параметров охраны выемочных выработок при бесцеликовой отработке в условиях шахты «Партизанская» ГП «Антрацит» / XI Міжнародна наук.-техн. конф. «Розробка, використання та екологічна безпека сучасних гранульованих та емульсійних вибухових речовин»: матеріали конференції. Кременчук-Свалява, 1-7 лютого 2015 р. – Кременчук: КрНУ, 2015. – С. 78-81.

12. **Солодянкин А.В., Машурка С.В., Дудка И.В.** К вопросу об эффективности повторного использования выработок в сложных геомеханических условиях // Сучасні ресурсоенергозберігаючі технології гірничого виробництва. – Кременчук: КрНУ, 2015 – № 2 (16). – С. 99-109.

13. **Шащенко А.Н., Дубовик А.И.** Обоснование критерия целесообразности повторного использования подготовительных выработок угольных шахт // Вісті Донецького гірничого інституту. – 2016. – № 1(38). – С. 61-63.

14. **Solodyankin O., Hryhoriev O., Dudka I., Mashurka S.** Criterion to select rational parameters of supports to reduce expenditures connected with construction and maintenance of development working // Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu. – 2017. – №2. – Р. 19-27.

15. **Чередник В.А., Хозяйкина Н.В.** Разработка и верификация геомеханической модели деформирования подрабатываемой слоистой породной толщи в горно-геологических условиях ГП «Угольная компания «Краснолиманская» / Матеріали міжнар. конф. «Форум гірників - 2018», 12.10-14.10.2018 р. Геомеханіка і геотехніка. – Д.: НТУ «Дніпровська політехніка», 2018. – С. 102-108.

Рукопис подано до редакції 19.04.2018

УДК 622.833:622.26

Д.В. БАБЕЦ, канд.техн.наук, проф., Е.А. СДВИЖКОВА, доц.техн.наук, проф.,

Д.О. СОСНА, аспірант

Национальный технический университет «Днепропетровская политехника»

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОВЕРХНОСТИ ТРЕЩИН ПРИ ОЦЕНКЕ ПРОЧНОСТИ ПОРОДНОГО МАССИВА

Цель. Совершенствование методики определения прочности породного массива, основанной на вероятностно-статистическом подходе, с учетом различных характеристик трещиноватости пород. Установление зависимости реальной прочности породного массива от качества поверхностей потери сплошности на основе многовариантного моделирования дефектного породного массива с использованием метода дискретных элементов.

Методика. Проанализированы основные отечественные и зарубежные подходы к определению реальной прочности массива горных пород. Показаны преимущества применения вероятностно-статистического подхода при аналитическом определении коэффициента структурного ослабления. Использована статистическая теория прочности для определения коэффициента структурного ослабления, с учетом различных характеристик трещиноватости. С использованием метода дискретных элементов разработана численная модель породного массива пересеченного трещиной. Метод нелинейного регрессионного анализа применен к результатам численного моделирования для аппроксимации функции учета качества поверхности трещины.

Результат. Проведенные исследования позволили сделать очередной шаг к решению актуальной задачи определения реальной прочности сложноструктурного породного массива, содержащего дефекты. Усовершенствована вероятностно-статистическая модель прочности дефектного породного массива, что позволило повысить адекватность определения коэффициента структурного ослабления.

Научная новизна. Впервые при определении коэффициента структурного ослабления на основе статистической теории прочности количественно учитывается качество поверхности потери сплошности.

Практическая значимость. Получена зависимость коэффициента вариации (необходимого элемента определения коэффициента структурного ослабления) от качества поверхности трещины, расстояния между трещинами и угла падения трещин в массиве горных пород. Разработана методика обобщения качественной информации о состоянии трещины и сведения ее к единому количественному индексу.

Ключевые слова: прочность массива горных пород, коэффициент структурного ослабления, статистическая теория прочности, метод дискретных элементов, численное моделирование, трещиноватость.

doi: 10.31721/2306-5451-2018-1-47-169-175

Проблема и ее связь с научными и практическими задачами. Определение прочности породного массива, содержащего дефекты структуры, является одной из наиболее сложных исследовательских задач геомеханики. Кроме того, сложно переоценить практическое значение

данной задачи, на основе которой выполняется оценка устойчивости подземных выработок, и определяются инженерные мероприятия по их поддержанию [1-5].

Породный массив имеет определенную структуру и текстуру, разбит системами случайно ориентированных трещин разной степени раскрытия с различным состоянием поверхности сцепления, что приводит к тому, что прочностные характеристики горных пород в образце и массиве имеют существенное отличие [6]. Это отличие в геомеханике оценивается коэффициентом структурного ослабления – необходимым компонентом расчета прочности породного массива, который регулируется нормативными документами Украины [7].

Анализ исследований и публикаций. Вопросом адекватного определения коэффициента структурного ослабления ученые геомеханики активно занимаются с середины XX века. Здесь можно отметить как фундаментальные аналитические работы [8-9], так и исследования, основанные на методах статистического анализа результатов испытаний горных пород [10-11]. В зарубежной литературе широко применяется методика оценки прочности горных пород путем введения результирующих рейтинговых показателей (RMR [12], GSI [13], RMi [14]), а аналог коэффициента структурного ослабления получают на основе выходного рейтингового значения. Системы рейтингов учитывают значительное количество факторов, влияющих на прочность массива горных пород, среди которых: расстояние между трещинами, состояние поверхности трещин, ориентация простирания трещин, наличие подземных водопритоков и др.

Наиболее перспективным подходом к определению коэффициента структурного ослабления, с точки зрения авторов, является подход, который основывается на статической теории прочности [15] и на протяжении многих лет развивается научной школой Национального горного университета. Основываясь на статистическом подходе, на сегодняшний день разработана методика определения коэффициента структурного ослабления с учетом расстояния между трещинами [16] и ориентации систем трещин [17].

Однако, как показал анализ, проведенный в [18], существующие сегодня в Украине подходы к установлению коэффициента структурного ослабления, дают более «оптимистичные» значения расчетной прочности сильно трещиноватых, неоднородных горных пород, характерных для угольных шахт нашего региона, в сравнении с мировыми аналогами (системами Хока-Брауна (GSI), Палмстрома (RMi) и др.). Вызвано это тем, что при определении коэффициента структурного ослабления нужно выявить и учесть все факторы, которые влияют на прочностные и деформационные свойства горных пород, а именно: форму и геологические условия залегания, характер трещиноватости и состояние поверхности трещин, а также дефекты внутреннего строения и обводнение. Второстепенные в одном случае факторы могут оказаться определяющими в другом, в зависимости от конкретной геомеханической ситуации.

Постановка задачи. Недостаточный учет влияния таких факторов, как качество поверхностей ослабления, присутствующих в блоках горных пород; а также типа и влажности заполнителя между ними влечет за собой недостаточную адекватность определения прочности породного массива.

Таким образом, совершенствование методики определения коэффициента структурного ослабления с учетом всех характеристик трещиноватости породного массива является актуальной научно-технической задачей.

Изложение материала и результаты. Как указывалось выше, существующие методы определения коэффициента структурного ослабления, которые основываются на статической теории прочности, сосредоточены главным образом на учете расстояния между трещинами и ориентации систем трещин. Для учета факторов учитывающих качество поверхности трещин, внесем изменения в начальную вероятностную модель [16].

При изготовлении лабораторных образцов горных пород те из них, которые пересечены трещиной, физически не могут попасть в статистическую выборку, так как разрушаются до начала исследований. Таким образом, структурные элементы, которые содержат макродефекты, в обычных испытаниях участия не принимают, но как реально существующие в массиве и влияющие на его прочность должны быть включены в статистику исследования [17]. Также следует учесть элементы, образцы из которых изготовить возможно, но вследствие наличия микродефектов, влияния выветривания и других факторов их прочность значительно меньше среднего выборочного значения. Такие образцы обычно разрушаются на начальной стадии эксперимента и не рассматриваются в случайной выборке, так как считаются аномальными значениями.

ми. Но именно такие образцы характеризуют реальное состояние породного массива и должны быть учтены при определении характеристик статистического распределения.

Включение в статистическую совокупность этих элементов, т.е. элементов, прочность которых значительно ниже прочности интактных элементов, либо равна нулю, изменяет все характеристики выборки. Далее исследуем тенденцию этих изменений.

Рассмотрим статистическую модель эксперимента определения предела прочности на одноосное сжатие блока неоднородного породного массива, который содержит несколько систем трещин. Пусть $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{n_s}$ – значения случайной переменной – предела прочности на сжатие, которые получены в результате испытаний по стандартной методике [19]. Эта совокупность значений не является репрезентативной выборкой генеральной совокупности значений прочности структурных элементов породного массива, так как в нее не попала часть аномальных результатов, в количестве n_j и значения образцов, содержащих макродефекты (не изготовленных) в количестве n_t .

Для получения репрезентативных результатов статистическая обработка должна выполняться для новой, «исправленной», случайной выборки, которая состоит из $n = n_s + n_t + n_j$ элементов.

Среднее выборочное (начальный статистический момент первого порядка) такой выборки составляет

$$m'_1 = \bar{\sigma}' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \sigma_i + \sum_{i=1}^{n_t} \sigma_{it} + \sum_{i=1}^{n_j} \sigma_{ij}}{n_s + n_t + n_j} \quad (1)$$

Опираясь на физический смысл предложенной модели, значение последней суммы в числителе (1) предполагается близким нулю, а значение второй суммы вычисляется с использованием функции снижения прочности структурного элемента $f(\alpha)$, которая приведена в работе [17].

Введем обозначения: $v = n_s / n_t$ и $\rho = n_s / n_j$. Тогда формула (1) будет иметь вид

$$m'_1 = \frac{1}{n_s} \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \sigma_i + \sum_{i=1}^{n_t} f(\alpha) \sigma_i}{1 + \frac{1}{v} + \frac{1}{\rho}} = \frac{v\rho}{v\rho + \rho + v} \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^{n_s} \sigma_i}{n_s} + \frac{f(\alpha)n_t}{n_s} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{n_t} \sigma_i}{n_t} \right), \quad (2)$$

Сократим числитель и знаменатель на ρ и вынесем начальный статистический момент первого порядка (m_1) начальной совокупности за скобки, получим

$$m'_1 = \frac{v}{v(1 + \frac{1}{\rho}) + 1} \cdot m_1 \cdot \left(1 + \frac{f(\alpha)}{v} \right) = m_1 \cdot \frac{v + f(\alpha)}{v(1 + \frac{1}{\rho}) + 1} = m_1 \cdot \frac{v + f(\alpha)}{v(1 + f(j)) + 1}, \quad (3)$$

где $f(j)$ – эмпирическая функция, которая описывает уменьшение прочности породного массива, вызванное ухудшением качества поверхности трещин.

Согласно исследованиям, которые были проведены в [17] величина v может быть представлена в виде

$$v = \frac{l_t}{l_0}, \quad (4)$$

и может быть легко определена экспериментально. Здесь l_t – среднее расстояние между трещинами, а l_0 – стандартный размер образца. Тогда, окончательно, связь между начальным статистическим моментом первого порядка «исправленной» репрезентативной выборки и исходной совокупности данных может быть представлена в виде

$$m'_1 = m_1 \left(\frac{\frac{l_t}{l_0} + f(\alpha)}{\frac{l_t}{l_0}(1 + f(j)) + 1} \right) = m_1 K_{j1}, \quad (5)$$

где K_{j1} – коэффициент влияния параметров трещиноватости первого порядка.

Основным параметром статистического распределения, от которого, согласно исследованиям, проведенным в [17], зависит коэффициент структурного ослабления, является относительная вариация, которая характеризует разброс данных относительно среднего. Для ее определения необходимо определить выборочную дисперсию, которая является центральным статис-

тическим моментом второго порядка (μ'_2). Как известно, он связан с начальными моментами первого и второго порядка соотношением

$$\mu'_2 = m'_2 - (m'_1)^2. \quad (6)$$

Согласно предложенной математической модели, начальный момент второго порядка определяется следующим образом

$$m'_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 = \frac{1}{n_s} \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n f^2(\alpha) \sigma_i^2}{1 + \frac{1}{v} + \frac{1}{\rho}} = m_2 \frac{v + f^2(\alpha)}{v(1 + \frac{1}{\rho}) + 1} = m_2 K_{j2}, \quad (7)$$

где K_{j2} – коэффициент влияния параметров трещиноватости второго порядка, равный:

$$K_{j2} = \frac{\frac{l}{l_0} + f^2(\alpha)}{\frac{l}{l_0} (1 + f(j)) + 1}. \quad (8)$$

Тогда, в соответствии с (6) и учитывая (5) и (7), дисперсия «исправленной» репрезентативной выборки определяется

$$D' = \mu'_2 = K_{j2} m_2 - K_{j1}^2 m_1^2 \quad (9)$$

Соответственно, основная характеристика, необходимая для определения коэффициента структурного ослабления – относительная вариация «исправленного» ряда, будет определяться выражением:

$$\eta' = \frac{\sqrt{D'}}{m'_1} = \sqrt{\frac{K_{j2} m_2 - K_{j1}^2 m_1^2}{K_{j1}^2 m_1^2}} = \sqrt{\frac{K_{j2}}{K_{j1}^2} (\eta^2 + 1) - 1}, \quad (10)$$

где η – относительная вариация, полученная без учета влияния трещиноватости породного массива.

В таком виде относительная вариация отображает как внутреннюю структурную неоднородность массива, которая характеризуется вариацией прочности при обычном испытании, так и механическое его ослабление системами трещин, то есть учитывает расстояние между трещинами, угол наклона трещин и качество поверхности потери сплошности.

Формула (10) может быть использована для определения коэффициента структурного ослабления, например, в формуле (11) [17], которая получена на основе гипотезы о логарифмически нормальном распределении прочности элементов породного массива

$$k_c = \frac{\exp\left(\arg F_0(1-p) \cdot \sqrt{\ln(\eta'^2 + 1)}\right)}{\sqrt{\eta'^2 + 1}}, \quad (11)$$

где $\arg F_0(1-p)$ – аргумент функции стандартного нормального распределения при ее значении, равном $1-p$, p – уровень достоверности определения прочности массива.

Дальнейшие исследования сфокусированы на определении функции $f(j)$ уменьшения прочности, вызванного ухудшением качества поверхности потери сплошности.

Численное моделирование влияния качества поверхностей ослабления на прочность массива горных пород (на основании метода дискретных элементов). Для численного моделирования влияния качества поверхностей ослабления на прочность массива горных пород используем метод дискретных элементов (МДЭ, DEM). Как принципиально дискретный метод, основанный на приложении законов Ньютона и контактной механики, он не имеет недостатков континуальных (непрерывных) моделей, проявляющихся при моделировании нарушений сплошности вещества или дискретности его внутренней структуры. В полной мере метод дискретных элементов реализован в программной среде Yade [20].

Yade – это расширяемая среда с открытым исходным кодом для дискретных численных моделей, сфокусированная на методе дискретных элементов. Вычислительные модули написаны на языке программирования C++ с использованием гибкой объектной модели, что позволяет независимо реализовывать новые алгоритмы и интерфейсы. Язык программирования Python используется для быстрого построения сцены управления имитацией, постобработки и отладки.

Метод дискретных элементов описывает моделируемое тело как совокупность точечных масс (элементов), которые взаимодействуют друг с другом по определенным законам. Каждый такой элемент определяется рядом параметров: положением в пространстве, скоростью, массой и списком соседних элементов (элементов, с которыми данный элемент взаимодействует) [21].

Образец представляет собой совокупность частиц, между которыми рассматривается упруго-вязкое взаимодействие с учётом трения. При внешних воздействиях моделируемое тело деформируется, а элементы изменяют свое положение. Таким образом, задача сводится к вычислению новых координат и скоростей элементов тела на каждом шаге моделирования.

Путем использования дискретных элементов получены модели дефектного породного образца, нарушенного трещиной (рис. 1 а). Качество поверхности потери сплошности моделировалось путем изменения параметров контакта между дискретными элементами по плоскости разрыва. Момент разрушения образца определялся как момент коллапса связей между элементами (рис. 1 б).

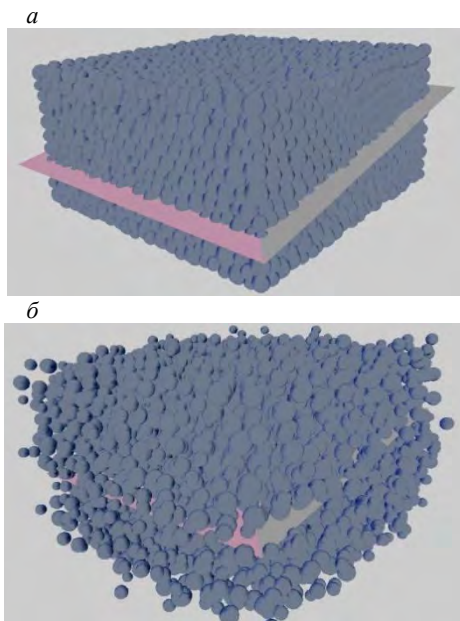


Рис. 1. Модель дефектного породного массива, нарушенного трещиной: а – начальная стадия эксперимента, б – момент разрушения

В результате многовариантного численного моделирования методом дискретных элементов установлено значительное влияние качества поверхности дефекта (трещины) на прочность исследуемого образца. Результаты численного моделирования стали основой аппроксимации функции уменьшения прочности $f(j)$.

Аппроксимация функции уменьшения прочности породного массива, вызванного учетом качества поверхности потери сплошности. Как известно, трещины характеризуется длиной, шириной и извилистостью стенок. Кроме того, различают открытые и заполненные трещины по наличию или отсутствию в них заполнителей. По раскрытости или мощности заполнения выделяются видимые трещины (открытые, закрытые и «волосные») и микротрещины. Ширина открытых трещин или мощность их заполнения определяются

непосредственными замерами, ширину закрытых трещин можно считать равной 0,8...0,5 мм, «волосных» – 0,5...0,2 мм. Заполнитель в трещинах может быть представлен рыхлыми отложениями типа песчано-глинистых грунтов либо образованиями, отличающимися от пород массива по минералогическому составу, но сходными с ними по структуре и физическим свойствам.

Для обобщения данной информации и сведения ее к единому количественному индексу за основу была взята хорошо апробированная рейтинговая классификация – «Рейтинг породного массива» (RMR) [22]. Выбор этой рейтинговой системы можно объяснить ее направленностью на количественный учет качественных особенностей трещиноватого массива горных пород. Таблица 1 является модификацией четвертого компонента классификации «Рейтинг породного массива» - качество поверхности трещин (Joint Condition).

С учетом рекомендаций данной рейтинговой системы выполнена аппроксимация функции $f(j)$ методами нелинейного регрессионного анализа. Значения независимой переменной j , которая количественно отображает качество поверхности трещины, выбирались согласно табл. 1.

Кривую на рис. 2, которая характеризует потерю прочности структурного элемента в зависимости от состояния поверхности ослабления, можно аппроксимировать полиномом второй степени относительно параметра j , вида

$$f(j) = 0,5 - (0,063 \cdot j^2 - j) \cdot 10^{-3}, \quad (12)$$

где j – суммарное значение рейтинга состояния трещин, который изменяется от 1 до 100.

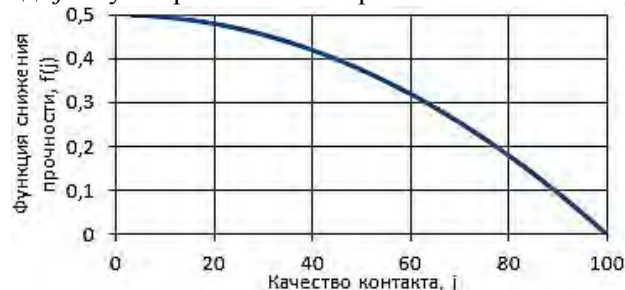


Рис. 2. Аппроксимация функции уменьшения прочности

Выводы и направление дальнейших исследований. Проведенные исследования позволили сделать очередной шаг к решению актуальной задачи – оценке реальной прочности породного массива, содержащего дефекты структуры.

К количественной оценке качества поверхности трещины

Качество поверхности трещины	Очень шероховатые поверхности, не длительные, без разделения пород, не выветренные	Немного шероховатые поверхности, незначительное отделение, следка выветренные	Немного шероховатые поверхности, отделение пород менее 1 мм, сильно выветренные	Гладко полированные поверхности, отделение пород 1-5 мм, протяженные трещины	Мягкая кромка толщиной более 5 мм или отделение пород более 5 мм, протяженные трещины	
Длина разрыва	Менее 1 м	от 1 до 3 м	от 3 до 10 м	от 10 до 20 м	более 20 м	
контакт	сухой	20	16	12	6	1
	влажный	10	8	6	2	0
Отделение пород	Отсутствует 20	Менее 0,1 мм 16	от 0,1 до 1 мм 12	от 1 до 5 мм 6	более 5 мм 0	
Шероховатость	Очень шероховатые поверхности	Шероховатые поверхности	Немного шероховатые поверхности	Гладкие поверхности	Гладко отполированные поверхности	
контакт	сухой	20	16	12	6	1
	влажный	10	8	6	3	0
Наполнение	Отсутствует 20	Жесткое наполнение менее 5 мм 16	Жесткое наполнение более 5 мм 12	Мягкое наполнение менее 5 мм 6	Мягкое наполнение более 5 мм 0	
Выветривание	Не выветренные 20	Немного выветренные 16	Умеренно выветренные 12	Сильно выветренные 6	Декомпозированные 0	
Максимальная сумма баллов	100	80	60	30	2	

С использованием метода дискретных элементов построена численная модель породного образца, нарушенного трещиной, что позволило количественно оценить влияние качества поверхности контакта на его прочность. Результатом проведенного многовариантного математического моделирования стала аппроксимация эмпирической функции потери прочности полиномом второй степени.

С учетом полученной функции снижения прочности структурных элементов массива усовершенствована вероятностно-статистическая модель прочности всего породного массива, что впервые позволило учитывать качество поверхности трещин при определении его реальных прочностных характеристик.

Проведенные исследования показали, что для определения степени ослабления трещиноватого породного массива на основе предложенной вероятностно-статистической модели необходима информация о среднем расстоянии между трещинами, углах падения трещин и качестве поверхности трещин (для определения индекса j согласно табл. 1). Накопление указанной геологической информации, а также совершенствование численной модели разрушения твердого тела позволят в дальнейшем повысить надежность оценки устойчивости подземных сооружений и указать пути повышения сопротивляемости пород и грунтов.

Список литературы

1. Шашенко А.Н., Солодянкин А.В., Наумович А.В. Исследование закономерностей изменения смещений и деформаций пород по глубине зоны неупругих деформаций // Вісник Криворізького технічного університету. – Кривий Ріг, КТУ, 2009. – Вып. 23. – С. 47-50.
2. Солодянкин А.В., Мартовицкий А.В., Панченко В.В. Оценка геомеханических условий поддержания протяженных выработок шахт ОАО «Павлоградуголь» // Разработка рудных месторождений. – 2011. – Вып. 94. – С. 109-113.
3. Обоснование параметров крепления участковых выработок в условиях ГП «Шахтоуправление «Южнодонбасское №1» / Е.А. Сдвижкова, А.В. Солодянкин, Д.В. Бабец, С.В. Машурка, О.А. Кузьева // Вісник Криворізького національного університету. – 2015. – Вып. 39. – С. 19-23.

4. **Tereschuk R., Hryhoriev O., Tikhonenko V.** Parameters of single anchor effect area in homogeneous border rock mass // Вісник Криворізького національного університету. – Кривий Ріг, КТУ, 2016. – Вып. 41. – С. 22-25.
5. **Солодянкин А.В., Дудка И.В.** Исследование влияния очистных работ на устойчивость участковых выработок в условиях шахты «Партизанская» ГП «Антрацит» // Вісник Криворізького національного університету. – 2016. – Вып. 41. – С. 102-107.
6. **Шашенко А.Н., Сдвижкова Е.А., Кужель С.В.** Масштабный эффект в горных породах, Монография. Донецк: Издательство «Норд-Пресс», 2004. – 126.
7. Правила технічної експлуатації вугільних шахт: СОУ 10.1-00185790-002-2005.
8. **Седракян Л.Г.** К статистической теории прочности. – Ереван, изд-во Ереванского института стройматериалов и сооружений, 1958. – 104 с.
9. **Болотин В.В.** изменчивость пределов прочности хрупких материалов и ее связь с масштабным эффектом // Строительная механика и расчет сооружений, 1960. – № 4. – С. 1-7.
10. **Чирков С.Е.** Влияние масштабного фактора на прочность углей. – М.: Наука, 1969. - 113 с.
11. **Рац М.В., Чернышев С.Н.** Трещиноватость и свойства трещиноватых пород. – М.: Недра, 1970. – 160 с.
12. **Bieniawski, Z.T.** (1989), Engineering rock mass classifications: a complete manual for engineers and geologists in mining, civil, and petroleum engineering: New York, Wiley, 251 p.
13. **Hoek, E., Carter, T.G. and Diederichs, M.S.,** (2013) Quantification of the geological strength index chart. Proceedings of the 47th US Rock Mechanics / Geomechanics Symposium, Jun. 23-26, San Francisco, CA, USA, p. 1-8.
14. **Palmstrom, A.,** (1995) RMI - a rock mass characterization system for rock engineering purposes, University of Oslo, Norway.
15. **Шашенко А.Н., Пустовойтенко В.П.** Механика горных пород. - Киев: Новий друк, 2004. - 400 с.
16. **Шашенко А.Н., Сдвижкова О.О., Гапеев С.М.** Деформационные модели в геомеханике. – Днепропетровск: НГУ, 2008 – 223 с.
17. **Sdvyzhkova, O., Gapeiev, S., & Tykhonenko, V.** (2015). Stochastic model of rock mass strength in terms of random distance between joints. New Developments in Mining Engineering, 299-303.
18. **Babets, D.V., Sdvyzhkova, O.O., Larionov, M.H., & Tereshchuk, R.M.** (2017). Estimation of rock mass stability based on probability approach and rating systems. Naukovyi Visnyk Natsionalnoho Hirnychoho Universytetu, (2), 58-64.
19. **Babets, D.** (2018). Rock Mass Strength Estimation Using Structural Factor Based on Statistical Strength Theory. Solid State Phenomena, (277), 111-122.
20. **V. Šmilauer et al.** (2015), Dem formulation. In Yade Documentation 2nd ed The Yade Project , DOI 10.5281/zenodo.34044
21. **Psakhie, S.G., Horie, Y., Yu, S.** Movable cellular automata method for simulating materials with mesostructure. Theoretical and Applied Fracture Mechanics. Tomsk, 2001, vol. 37, pp. 311 – 334.
22. **Lowson, A., & Bieniawski, Z.** (2013). Critical assessment of RMR-based tunnel design practices: A practical engineer's approach. Society of Mining Engineers, 180-198.

Рукопись поступила в редакцию 19.04.2018