УДК 378.1

***О.О. Карабин**, канд. фіз.-мат наук, доцент, **О.Ю. Чмир**, канд. фіз.-мат наук, доцент*
(Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)

ЗАСТОСУВАННЯ СУЧАСНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ ДО ВИРІШЕННЯ ОДНІЄЇ ПРИКЛАДНОЇ ЗАДАЧІ

В основі фундаментальної технічної освіти чільне місце посідає вивчення вищої математики, без глибоких знань якої неможлимим є вивчення інших фундаментальних дисциплін, зокрема фізики, механіки. Процес викладання такої важливої і важкої для розуміння дисципліни вимагає від викладача великої педагогічної майстерності, вміння продемонструвати зв'язки цієї дисципліни із іншими дисциплінами, підібрати задачі для їх ілюстрації. Демонструються можливості сучасних програмних засобів для унаочнення навчального процесу та тісного зв'язку таких розділів вищої математики, як аналітична геометрія, диференціальне та інтегральне числення, рівняння математичної фізики не тільки між собою, а й з механікою. Наведено задачу, яку автори використовують в навчальному процесі під час вивчення такого розділу вищої математики, як диференціальне та інтегральне числення функцій двох змінних.

Ключові слова: інформаційні технології, прикладні математичні пакети, тиск рідини, параболоїд, диференціальне рівняння.

В сучасних умовах інформатизації суспільства випускник вищого навчального закладу, як гуманітарного, так і технічного, має володіти навичками і вмінням використовувати прикладні програмні засоби до вирішення практичних задач, які виникатимуть в його професійній діяльності. Тому потрібний інший підхід до навчального процесу, коли змінюються ролі викладача і студента. Вимагаючи від студента володіння сучасними інформаційними технологіями, викладач сам повинен володіти ними на високому рівні. Саме інформаційно-комунікаційні технології і процеси, які активно входять в освітній процес, потребують пошуку нових методів удосконалення підготовки майбутніх фахівців. В самому означенні інформаційної технології − процесу, що використовує сукупність засобів і методів збору, обробки й передачі даних для одержання інформації нової якості про стан об'єкта, процесу чи явища (інформаційного продукту) та в її цілях − виробництві інформації для її аналізу людиною й прийняття на його основі рішення щодо виконання якоїсь дії [1], розкривається розуміння необхідності їх використання в процесі викладання фундаментальних дисциплін. Сучасний студент зобов'язаний вміти інтегрувати одержані знання з різних дисциплін та встановлювати зв'язки між ними. Завдання ж викладача – так викладати матеріал своєї дисципліни, щоб студент не лише зміг побачити практичне застосування дисципліни, що вивчається, а й самостійно поєднати та інтегрувати здобуті знання в інші дисципліни. Вміння встановлювати зв'язки між дисциплінами забезпечує міцність і дієвість знань, зосереджує увагу на вивченні основного, істотного. Саме фундаментальність є основою університетської освіти. Найпершим помічником викладача в такій ситуації і є саме сучасні інформаційні інтерактивні технології (електронна дошка, електронні підручники), пакети прикладних програм.

Однією з основних особливостей інформаційного суспільства є той факт, що в ньому «покоління речей та ідей змінюється швидше, ніж покоління людей» [2]. Тому без фундаментальної освіти, без оволодіння системним знанням та без формування цілісної природничо-наукової та інформаційної картини світу підготовка сучасного, здатного до навчання протягом всього життя фахівця, неможлива.

В роботі [3] визначено основною ціллю навчання у вищих навчальних закладах – формування висококваліфікованих фахівців, які мають фундаментальну теоретичну підготовку та здатність застосовувати набуті знання до творчого розв'язування практичних задач.

В основі фундаментальної технічної освіти чільне місце посідає вивчення вищої математики, без глибоких знань якої неможлимим є вивчення інших фундаментальних дисциплін зокрема фізики, механіки. Процес викладання такої важливої і важкої для розуміння дисципліни вимагає від викладача великої педагогічної майстерності, вміння продемонструвати зв'язки цієї дисципліни із іншими дисциплінами підібрати задачі для їх ілюстрації.

Метою статті є демонстрація можливостей сучасних програмних засобів для унаочнення навчального процесу та тісного зв'язку таких розділів вищої математики, як аналітична геометрія, диференціальне та інтегральне числення, рівняння математичної фізики не тільки між собою, а й з механікою. Наведено задачу, яку автори використовують в навчальному процесі під час вивчення такого розділу вищої математики, як диференціальне та інтегральне числення функцій двох змінних.

Розглянемо задачу. Круговий циліндр радіуса *R*, що заповнений важкою рідиною сталої густини до висоти *h* обертається зі сталою кутовою швидкістю ω навколо осі циліндра. Визначити форму поверхні рідини в обертовій посудині та тиск в кожній точці, якщо тиск над поверхнею рідини відсутній. Знайти на яку висоту піднімаються краї рідини в циліндрі [4].

З точки зору механіки ця задача є повністю вирішеною, відомо, що рідина набуває форми параболоїда і відомими є формули для знаходження тиску рідини на стінки посудини. Продемонструємо процес розв'язування задачі з математичної точки зору. Для вирішення задачі вибираємо систему координат так, щоб вісь циліндра збігалася з віссю *Oz,* а початок координат знаходився на дні циліндра. В цьому випадку проекції сили тяжіння становлять $g_x = 0, g_y = 0, g_z = -g$. Нехай P − тиск, який чинить рідина на стінки посудини. Лінійні швидкості становлять: $\frac{dx}{dt} = v_x = -\omega y$, $\frac{dy}{dt} = v_y = \omega x$, $\frac{dz}{dt} = v_z = 0$. Для опису вільного руху рідини, як відомо використовуються рівняння Ейлера:

$$\frac{\partial v_x}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = g_x - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x},$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} = g_y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y},$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = g_z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}.$$

В умовах поставленої задачі рівняння Ейлера набувають вигляду

$$2\omega^2 x = \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x},$$

$$2\omega^2 y = \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y},$$

$$-g = \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}.$$

Помножимо обидві частини першого рівняння на dx, другого рівняння на dy, третього рівняння на dz і додамо їх між собою: $2\omega^2 xdx + 2\omega^2 ydy - gdz = \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial x}dx + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial y}dy + \frac{1}{\rho}\frac{\partial P}{\partial z}dz$.

Обидві частини одержаного рівняння є повними диференціалами:

$$d(\omega^2 \rho (x^2 + y^2) - \rho g z) = dP.$$

Після інтегрування отримуємо: $P = \rho\omega^2 (x^2 + y^2) - \rho g z + C$. Сталу *C* визначаємо з умови, що $P = 0$ на поверхні рідини: $C = \rho g h_1$, де h_1 – висота, на яку опустилась рідина на осі циліндра під час обертання. Таким чином, одержуємо, що поверхня рідини в циліндрі набуває форми параболоїда обертання з вершиною в точці $(0,0,h_1)$:

$$z = h_1 + \frac{\omega^2}{g}(x^2 + y^2).$$

Визначимо висоту h_1 прирівнюючи об'єм рідини в циліндрі в стані спокою і при його обертанні: $\pi R^2 h = \iint\limits_D z dx dy$. Тут D − круг в основі циліндра радіуса *R*. Для знаходження подвійного інтеграла потрібно перейти до полярних координат: $\iint\limits_D z dx dy = \int\limits_0^{2\pi} d\varphi \int\limits_0^R (h_1 + \frac{\omega^2}{g} r^2) r dr = \pi R^2 \left(h_1 + \frac{\omega^2 R^2}{2g} \right)$. Таким чином, одержуємо $h = h_1 + \frac{\omega^2 R^2}{2g}$, звідки $h_1 = h - \frac{\omega^2 R^2}{2g}$. Тепер можемо записати формулу, яка визначає тиск в кожній точці обертової рідини

$$P = \rho\omega^2(x^2 + y^2) - \rho g z + \rho g \left(h - \frac{\omega^2 R^2}{2g} \right).$$

Після спрощень формула набуває вигляду

$$P = \rho\omega^2 \left(x^2 + y^2 - \frac{R^2}{2} \right) + \rho g (h - z).$$

Як бачимо з короткого викладу процесу розв'язування задачі, студенти повинні не лише розуміти фізичну суть задачі, а також мати глибокі знання з аналітичної геометрії та математичного аналізу. Цю задачу можна унаочнити, застосувавши широковідомі прикладні математичні пакети, які підтримують аналітичні перетворення, – Mathcad і Maple та ін. Використання доцільних засобів інформаційних технологій суттєво розширює можливості подання навчального матеріалу в потрібній формі та полегшує роботу студентів у відповідному науково-освітньому просторі навчання, але перед застосуванням цих технологій необхідно вивчити і зрозуміти основні поняття технічних дисциплін, адже не розуміючи суті поставленої задачі, студент не зможе розібратися, яку команду цих пакетів йому потрібно буде застосувати.

Покажемо процес побудови зображення форми рідини в циліндрі в пакеті Maple [5]. Всі рисунки у пакеті Maple можна побачити з різних боків, притримуючи клавішу мишки на рисунку та протягуючи її в той чи інший бік. Це є дуже зручно для розуміння, як виглядає той чи інший рисунок з тих ракурсів, які неможливо відобразити на дошці маючи тільки крейду. Крім цього програма дає змогу спостерігати залежність форми рідини від швидкості обертання циліндра. Розглянемо, які форми набуває рідина в циліндрі при швидкості обертання $\omega = 0,5$ рад/с, $\omega = 1$ рад/с та $\omega = 2$ рад/с.

```
> restart:
> A:=5: H:=20:
> h:=15: R:=A: g:=9.81: w:=0.5:
> z1:=h-w^2*R^2/(2*g)+w^2/g*(x^2+y^2);
```

та натискаємо ↵. Тоді

$$z1 := 14.68144750 + .02548419980\ x^2 + .02548419980\ y^2$$

```
> with(plots):
> a1:=plot3d([A*cos(t), A*sin(t), s], t = 0..2*Pi, s = 0..H, axes = normal , labels = [x, y, z],scaling = constrained, linestyle = 15, color =black, labelfont = [TIMES, BOLD, 14],style = WIREFRAME):
> b1:=implicitplot3d(z=h-w^2*R^2/(2*g)+w^2/g*(x^2+y^2), x =-A..A, y=-A..A, z =0..H, labels = [x, y, z], scaling = constrained, linestyle = 15, color =gray, labelfont = [TIMES, BOLD, 14],axes = normal,style =patch):
> plots[display]({b1, a1}, scaling = constrained, axes = normal);
```

та натискаємо ↵. Тоді

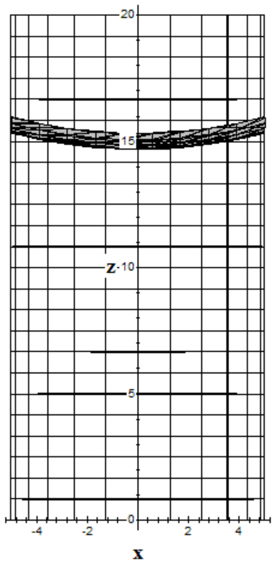
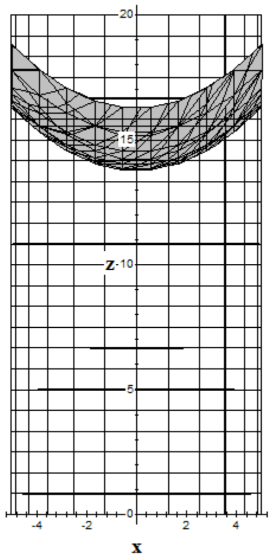
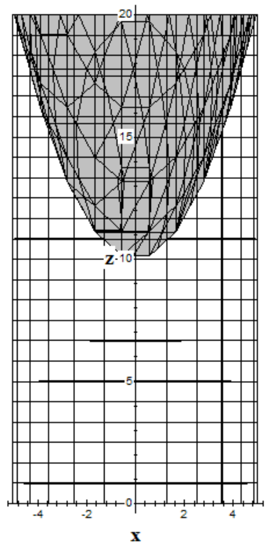


Рис. 1. *Форма рідини в циліндрі при його швидкості обертання* $\omega = 0,5$ *рад/с*

Змінюючи в програмі кутову швидкість ω одержуємо, як виглядає поверхня рідини в циліндрі при відповідній швидкості обертання.



а)



б)

Рис. 2. *Форма рідини в циліндрі при його швидкості обертання:*
а) $\omega = 1$ *рад/с, б)* $\omega = 2$ *рад/с*

Як показує досвід, використання прикладних задач в процесі вивчення вищої математики та сучасні технічні можливості сприяють більшому зацікавленню студентів до вивчення вищої математики. Поєднання в навчальному процесі сучасних освітніх технологій значно полегшує сприймання студентами матеріалу, необхідного для засвоєння та, своєю чергою, допомагає викладачеві показати тонкощі науки, які є складними для сприйняття. Використання самих інноваційних технологій без фундаментальних знань неможливе.

Література:

1. **Грицунов О.В.** Інформаційні системи та технології: навч. посібник/ О.В. Грицунов; Харк. нац. акад. міськ. госп-ва – Х.: ХНАМГ, 2010. – 222 с.
2. **Семеріков С.О.** Фундаменталізація навчання інформатичних дисциплін у вищій школі: Монографія/ Науковий редактор академік АПН України, д. пед. н., проф. М.І. Жалдак. – Кривий Ріг: Мінерал; К. : НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2009. – 340 с.
3. **Баранова Е.В.** Теория и практика объектно-ориентированного проектирования содержания обучения средствами информационных технологий: автореф. дис. на соискание ученой степени доктора пед. наук: спец. 13.00.02 «Теория и методика обучения информатике» / Е.В. Баранова – СПб., 2000. – 36 с.
4. **Герасимчук В.С.,** Васильченко Г.С., Кравцов В.І. Вища математика. Повний курс у прикладах і задачах. Невизначений, визначений та невласні інтеграли. Звичайні диференціальні рівняння. Прикладні задачі. Навч. посіб. / В.С. Герасимчук, Г.С. Васильченко, В.І. Кравцов – К.: Книги України ЛТД, 2010. – 470 с.
5. **Прохоров Г. В.,** Леденев М.А., Колбеев В.В. Пакет символьных вычислений Maple V. М: Компания Петит, 1997. – 203 с.

О.А. Карабын, О.Ю. Чмыр

ПРИМЕНЕНИЕ СОВРЕМЕННЫХ НФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ К РЕШЕНИЮ ОДНОЙ ПРИКЛАДНОЙ ЗАДАЧИ В КУРСЕ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

В основании фундаментального технического образования главное место занимает изучение высшей математики, без глубоких знаний которой невозможным является изучение других фундаментальных дисциплин, в частности физики, механики. Процесс преподавания такой важной и трудной для понимания дисциплины требует от преподавателя большого педагогического искусства, умения продемонстрировать связи этой дисциплины с другими дисциплинами, подобрать задачи для иллюстрации. Показаны возможности современных программных средств для демонстрации наглядности учебного процесса и тесной связи таких разделов высшей математики, как аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисление, уравнения математической физики не только между собой, а и с механикой. Приведено задачу, используемую авторами в учебном процессе во время изучения такого раздела высшей математики, как дифференциальное и интегральное исчисление функций двух переменных.

Ключевые слова: информационные технологии, учебный процесс, фундаментальное образование, прикладные математические пакеты, давление жидкости, параболоид, дифференциальное уравнение.

O.O. Karabyn, O. Yu. Chmyr

THE USE OF MODERN INFORMATION TECHNOLOGIES TO SOLVE ONE APPLIED PROBLEM

Studying higher mathematics plays an important role in the fundamental technical education. It's impossible to study other fundamental subjects, for example physics, mechanics without profound knowledge of higher mathematics. Teaching process of such an important and difficult for understanding subject requires from a teacher great pedagogical skills, ability to demonstrate interdisciplinary links, selecting the maths problems to illustrate them. We demonstrate the capacity of modern programme software to visualize studying process and tight links between such units of higher mathematics as analytical geometry, differential and integral calculus, equation of mathematical physics and their links with mechanics, too. The maths problem has been written, which authors use in the studying process of differential and integral calculus of the function of two variables.

Keywords: information technologies, applied maths packages, fluid pressure, paraboloid, differential equation.