

Співпадання результатів, як і в перших двох випадках. Застосування другого методу незначно збільшує величину критичної швидкості при більших кутах і, але застосування другого методу може бути необхідним у випадку коли неможливий безпосередній чисельний метод побудови біфуркаційної множини, наприклад при більш складних рівняннях руху.

На рис. 6 наведено всі біфуркаційні множини для трьох, вище наведених, випадків дослідження вlivу стабілізуючого моменту, побудованих за допомогою первого методу (чисельного).

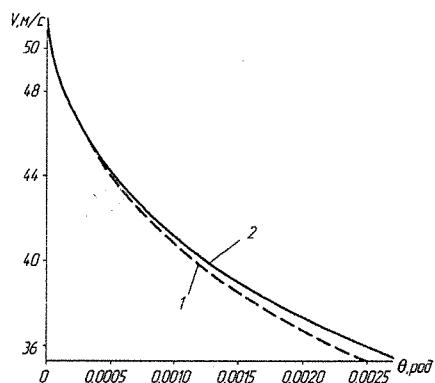


Рис. 5. Біфуркаційна множина при  $M = \mu\delta - \nu\delta$

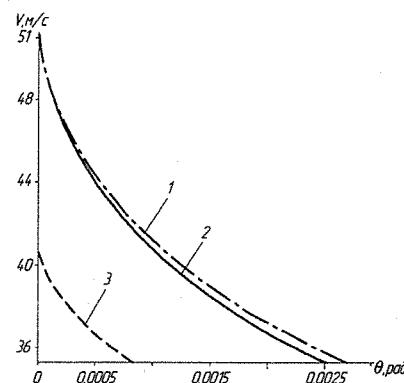


Рис. 6. Біфуркаційні множини: 1 –  $M = \mu\delta$  ;

2 –  $M = \mu\delta - \nu\delta$  ; 3 –  $M = 0$

Аналізуючи рис. 6 можна зробити висновок, що стабілізуючий момент шини сприяє збільшенню критичної швидкості: в нашому випадку швидкість збільшилась з 40,5 м/с до 51 м/с (на 20%), але при використанні нелінійної залежності стабілізуючий момент дещо звужує область стійких режимів.

**Висновки.** Аналізуючи вищеписане можна зробити висновок що стабілізуючий момент позитивно впливає на критичну швидкість руху автомобіля, тобто збільшує її, але остаточний висновок, щодо позитивного (або негативного) вlivу стабілізуючою моменту шини на КСР можна буде зробити після побудови фазових портретів, які дозволять оцінити величину області притяжіння стійких режимів.

### Література

- Лобас Л.Г., Вербицкий В.Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин / Л.Г. Лобас, В.Г. Вербицкий. — Киев: Наукова думка, 1990. — 232 с.
- Костенко А.В. К вопросу об исследовании курсовой устойчивости движения легкового автомобиля с учетом пяточного момента шин / А.В. Костенко, А.Н. Ефименко // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. Володимира Даля — 2010. — № 6 (148) — С. 67-71.
- Heiwing B. Fahrwerkhandbuch: Grundlagen, Fahrdynamik, Komponenten, Systeme, Mechatronik, Perspektiven. / Bernd Heiwing, Metin Ersoy (Hrsg). — Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn Verlag: GWV Fachverlage GmbH, 2007. — 591 S.

УДК 629.113

## ДО ПИТАННЯ ПРО МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ КУРСОВОЇ СТИЙКОСТІ ЛЕГКОВОГО АВТОМОБІЛЯ

Доктор технічних наук Сахно В.П.,  
доктор фізико-математичних наук Вербицький В.Г.,  
кандидат технічних наук Костенко А.В., Белевцова Н.Л.,  
кандидат технічних наук Ященко Д.М.

Описано метод дослідження курсової стійкості руху автомобіля, який передбачає сумісне використання біфуркаційної множини та графіка поворотності, що дозволяє уточнити параметри курсової стійкості. Наведені біфуркаційна множина та графік поворотності та етапи їх побудови.

The research method of passenger car road holding is described, which provides combined using of bifurcation set and cornering graphic that allows elaborating the parameters of road holding. The bifurcation sets and cornering graphic and stages of their building are brought.

**Постановка проблеми.** Курсова стійкість руху (КСР) — важлива експлуатаційна властивість автомобіля [1]. Виходячи з цього, її приділяється багато уваги при наукових дослідженнях. При цьому важливим буде визначити певний набір інструментів, за допомогою яких є можливість оцінювати КСР для певного автомобіля або досліджувати вплив тих чи інших факторів на КСР.

В роботах [1-3] пропонується використовувати для цього біфуркаційні множини та побудову фазових портретів. В роботах [4] та [5] пропонується використовувати рівняння поворотності автомобіля.

Звідси постас питання щодо суміщення цих методів дослідження з метою їх перевірки та отримання додаткової інформації про КСР автомобіля.

**Основна частина.** Для дослідження прийнято велосипедну схему автомобіля (рис. 1) з наступними параметрами: маса  $m = 1325$  кг; база  $l = 2,42$  м; відстань від передньої вісі до центру мас  $a = 1,2$  м; коефіцієнти опору відведення передніх та задніх коліс відповідно  $50$  кН/рад та  $40$  кН/рад; коефіцієнт зчеплення коліс із дорогою  $\varphi = 0,8$ .

Математичні рівняння руху велосипедної моделі легкового автомобіля мають вигляд:

$$\begin{cases} m(\dot{u} + v\omega) = Y_1 + Y_2; \\ J\ddot{\omega} = aY_1 - bY_2, \end{cases} \quad (1)$$

де  $m$  — маса автомобіля;

$a, b$  — відстані, відповідно, від передньої і задньої вісей до центра мас автомобіля;

$Y_1, Y_2$  — бічні сили, що діють на передню та задню вісі;

$v, u$  — подовжня і поперечна проекції вектора швидкості центра мас автомобіля;

$\dot{u}$  — бічне прискорення автомобіля;

$\omega$ ,  $\dot{\omega}$  — кутова швидкість та кутове прискорення автомобіля відносно його центральної вертикальної вісі;

$J$  — момент інерції кузова автомобіля.

Залежності бічного відведення представлені нелінійною залежністю, які для спрощення аналітичних перетворень в рівняннях застосовуються в безрозмірному вигляді:

$$\bar{Y}_i = \frac{\bar{k}_i \delta_i}{\sqrt{1 - \frac{\bar{k}_i \delta_i}{\varphi_i}}}, \quad (2)$$

де  $\bar{k}_i$  — безрозмірний коефіцієнт опору бічному відведенню (для спрощення написання надалі лінія над безрозмірними величинами не вказується).

$\delta_i$  — кут відведення.

Використовуючи рівняння руху (1), безрозмірні величини (2) та відомі кінематичні залежності для кутів відведення [6] отримаємо рівняння руху в безрозмірному вигляді, що визначають коловий стаціонарний режим

$$\begin{cases} \frac{v\omega}{g} = Y_1 \frac{b}{l} + Y_2 \frac{a}{l}; \\ 0 = Y_1 - Y_2. \end{cases} \quad (3)$$

Використовуючи відому залежність [5]

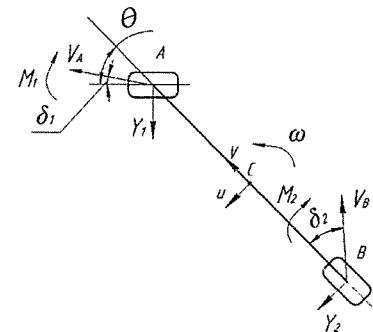


Рис. 1. Розрахункова схема легкового автомобіля

$$\theta = \frac{1}{R} + \delta_1 - \delta_2. \quad (4)$$

За допомогою системи рівнянь (3) отримаємо рівняння поворотності:

$$\frac{1}{R} - \frac{k_1 + k_2}{k_2 k_1} \frac{v^2}{Rg \sqrt{1 - \left( \frac{v^2}{Rg\phi} \right)^2}}. \quad (5)$$

Використовуючи рівняння (5) для випадку руху автомобіля по коловій траекторії з радіусом  $R=25$  м побудуємо графік поворотності прийнятої математичної моделі автомобіля (рис. 2).

Наступним кроком є побудова біфуркаційної множини. Для цього також використані приведені вище рівняння руху та залежності бічного відведення. Біфуркаційна множина (рис. 3) побудована із використанням методу продовження за параметром [1],[6].

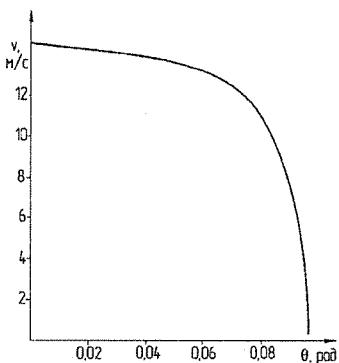


Рис. 2. Графік поворотності

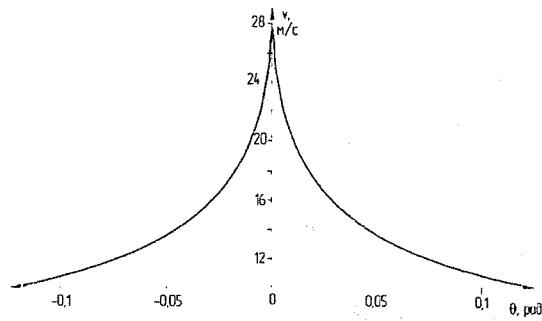


Рис. 3. Біфуркаційна множина

Якщо нанести на біфуркаційну множину графік поворотності отримаємо наступний результат, що представлений на рис. 4.

Графік поворотності відповідає руху автомобіля по кривій із заданим радіусом, в той же час біфуркаційна множина — це лінія, що візуалізує режими, при яких втрачається стійкість стаціонарних режимів. Отже, точка перетину двох кривих означає втрату стійкості при русі по кривій заданого радуса, частина АВ відповідає стійким режимам, а ВС — нестійким. Таким чином, режим руху автомобіля, що рухається по колу радіус якого  $R=25$  м буде стійким при  $\{v_1; i_1\}$ , і нестійким при  $\{v_2; i_2\}$ .

Додаткову інформацію щодо режимів руху можна отримати за допомогою побудови фазового портрету (рис. 5).

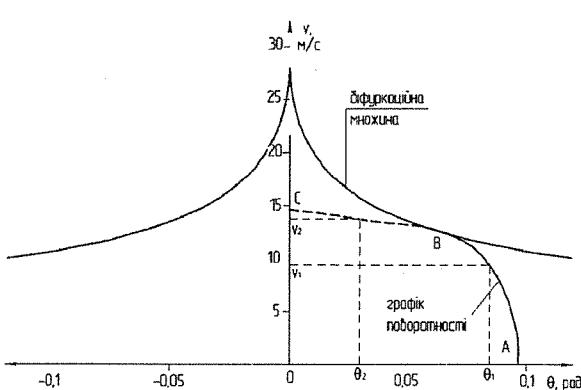


Рис. 4. Сумісний графік поворотності та біфуркаційної множини

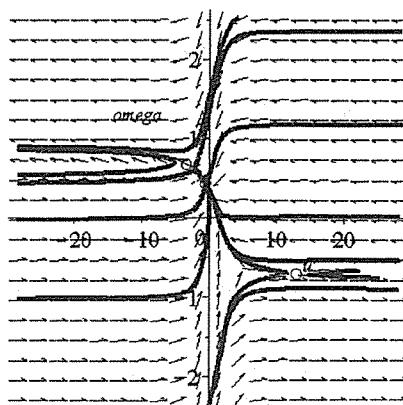


Рис. 5. Фазовий портрет

Під біфуркаційною множиною, де розташований графік поворотності (див. рис. 4), можливі три стаціонарних режими рухів. Фазовий портрет (рис. 5) побудовано для випадку руху  $\{v=11 \text{ м/с}; \alpha=0,0779 \text{ рад}\}$ . Для цього випадку знайдено три режими, що характеризуються величинами кутової та бічної швидкості центру мас автомобіля:  $\{u_1 = -3,338, \dot{\alpha}_1 = 0,675\}$ ;  $\{u_2 = 12,928, \dot{\alpha}_2 = -0,709\}$ ;  $\{u_3 = -0,574, \dot{\alpha}_3 = 0,440\}$ .

Аналізуючи рис. 5 робимо висновок, що третій режим  $\{u_3, \dot{\alpha}_3\}$  являє собою стійкий вузол, що означає стійкий режим — збурення, що можуть виникнути при русі автомобіля не призведуть до втрати стійкості. Перший та другий режими  $\{u_1, \dot{\alpha}_1\}$ ,  $\{u_2, \dot{\alpha}_2\}$  являють собою нестійкі сідла — збурення, що можуть виникнути при русі автомобіля призводять до втрати стійкості, тобто переходу до іншого режиму.

**Висновки.** Сумісне застосування для аналізу курсової стійкості руху графіка поворотності та біфуркаційної множини дозволяє розширити можливості дослідження КСР та уточнити її параметри.

### Література

1. Костенко А.В. Прогнозування показників курсової стійкості легкового автомобіля з урахуванням розкиду жорсткісних характеристик шин: Автореф. дис.... канд. техн. наук: 05.22.02 / Національний. трансп. ун-т. — Київ, 2007. — 20 с.
2. Вербицький В.Г. До питання визначення та аналізу показників курсової стійкості руху легкового автомобіля / В.Г. Вербицький, В.А. Макаров, А.В. Костенко // Віснік Автомобільно-дорожнього інституту. — 2009. — № 2. — С. 21 — 25.
3. Макаров В.А. К вопросу об оценке курсовой устойчивости движения легкового автомобиля при помощи фазовых портретов / В.А. Макаров, А.В. Костенко, А.В. Петров // Вісник Східноукраїнського національного університету ім. Володимира Даля — 2009. — № 11 (141) — С. 152-155.
4. Heibing B. Fahrwerkhandbuch: Grundlagen, Fahrdynamik, Komponenten, Systeme, Mechatronik, Perspektiven. / Bernd Heibing, Metin Ersoy (Hrsg). — Wiesbaden: Friedr. Vieweg & Sohn Verlag: GWV Fachverlage GmbH, 2007. — 591 S.
5. К вопросу анализа управляемости нелинейной модели автомобиля [Електронний ресурс] / А.П. Кравченко, В.Г. Вербицкий, М.И. Загороднов [та ін.] // Електронний Вісник Далівського університету. — 2010. — №1. — Режим доступу до журн.: — [www.nbuu.gov.ua/e-journals/Nvdu](http://www.nbuu.gov.ua/e-journals/Nvdu)
6. Лобас Л.Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин / Л.Г. Лобас, В.Г. Вербицкий. — Київ: Наукова думка, 1990. — 232 с.

УДК 627.13:519.711.3

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДЕФОРМАЦІЙ РІЧОК, ЯК НЕОДНОРІДНИХ ПОТОКІВ, НА ДІЛЯНКАХ МОСТОВИХ ПЕРЕХОДІВ

Доктор технічних наук Славінська О.С.

В статті представлений якісно новий метод прогнозування деформацій в руслах та на заплавах у зоні впливу мостових переходів, зрунтувшись на теорії неоднорідних потоків, яка дозволяє враховувати особливості гідродинамічних процесів, що відбуваються в зависенсному середовищі.

The qualitatively new method for prediction of deformation in river beds and in flood plains within the zone of influence exerted by highway-stream crossing based on the theory of heterogeneous flows, which allows taking into account special features of hydrodynamic processes in the suspension-carrying environment, is presented in this article.

**Постановка проблеми.** Сформована мережа автомобільних доріг загального користування за такими параметрами як: протяжність (169,4 тис. км), щільність на 1000 км<sup>2</sup> території (281 км) та конфігурація, значною мірою відповідає національним потребам і здатна забезпечити на найближчі роки умови для економічного зростання держави і соціального розвитку населення України, за умови відповідного транспортно-експлуатаційного стану автомобільних доріг.

На автомобільних дорогах налічується близько 16,1 тис. мостів та шляхопроводів загальною протяжністю понад 379 км. Значна кількість мостів (близько 63%) побудована за застарілими технічними норма-