

УДК 691.2: 502.2

## ЕЛЕКТРОТЕХНІЧНА МОДЕЛЬ ДОСЛІДЖЕННЯ ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ

Доктор фізико-математичних наук Данчук В.Д.,  
кандидат технічних наук Кривенко В.І.,  
кандидат фізико-математичних наук Олійник Р.В.,  
Тарабан С.М.

*В роботі за результатами виявлення та аналізу аналогій в закономірностях перебігу електричних процесів в RC- і LC-колах та транспортних потоків запропоновано електротехнічна аналогова модель аналізу транспортних потоків у вулично-дорожніх мережах міста.. Отримані в рамках такої моделі значення деяких характеристик кінетики транспортних потоків добре узгоджуються з результатами відповідних емпіричних спостережень. Це дає підстави вважати, що запропонована модель може знайти своє застосування для дослідження певних закономірностей функціонування транспортних систем.*

*As a result of the analysis analogies are discovered at description of electric processes in RC — and LC- chains and transport streams. Electrical analog model it is offered for analysis of transport streams in the street-road networks of the city. Within the framework of such model the values of some kinetics transport streams parameters are carried out. These values agree with experiment very well. We consider that this model can be applied for research functioning of transport systems.*

**Вступ.** Аналіз сучасних моделей транспортних потоків [1-3], вказує на тенденції щодо їх ускладнення, при цьому вони, поки що, не дозволяють адекватно описувати реальні потоки та їх особливості, зокрема заторний рух. Стохастичні швидкоплинні зміни у функціонуванні транспортної мережі призводять до виникнення надзвичайних ситуацій техногенного характеру. Прогнозування ризиків, пов'язаних з ними, являється важливим інструментом для своєчасного реагування та пошуку оптимальних форм управління транспортною безпекою в місті. Створення математичних моделей для прогнозування загальних тенденцій та характеру змін в транспортних ситуаціях міста є актуальною задачею сьогодення. Побудова динамічних моделей в умовах обмеженої реально доступної статистичної інформації полягає в побудові системи рівнянь, які сумісні з числовими послідовностями, отриманими в результаті спостережень за транспортною системою. Це дає можливість дійти до науково обґрунтованих висновків, щодо характеру та тенденцій виникнення надзвичайних ситуацій в транспортних потоках вулично-дорожньої мережі міста.

**Основна частина.** Основа моделі — ізоморфізм рівнянь Ома й основного транспортного рівняння. Так, характер руху на елементарній однорідній ділянці дороги, де відсутні регульовані та нерегульовані перехрестя, має типовий добовий розподіл, який показано на рис. 1.

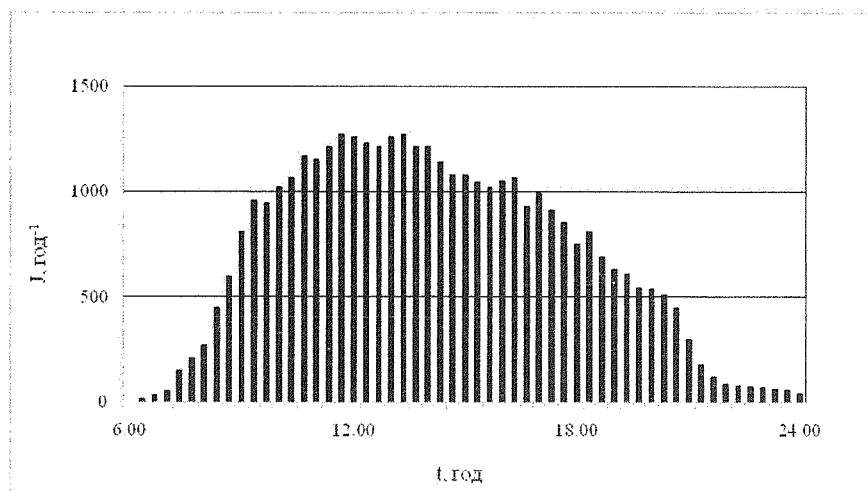


Рис. 1. Інтенсивність транспортного потоку на однорідній ділянці вулично-дорожньої мережі (м.Київ, вул.Кіквідзе)

Аналогічний перебіг мають квазістаціонарні електричні процеси в  $RC$  — і  $RL$  — колах. Це означає наступне. В колах постійного струму розподіл електричних зарядів на провідниках і струмів на ділянках кола стаціонарний. Якщо на будь-якій ділянці кола відбувається зміна сили струму або напруги, то на інших ділянках кола ці зміни відбудуться через деякий час. Оскільки час поширення збурень за порядком величини значно менший тривалості цих процесів, то можна вважати, що в кожний момент часу сила струму однакова на всіх послідовно з'єднаних ділянках кола. Подібні процеси в електричних колах називаються квазістаціонарними. Ці процеси досліджуються за допомогою законів постійного струму, якщо застосовувати ці закони до миттєвих значень сили струмів і напруг на ділянках кола.

Якщо в  $RC$  — колі увімкнено джерело зі сталою електрорушійною силою  $\Xi$ , то джерело збудує струм, який заряджає конденсатор. Електричні заряди, які накопичуються на обкладках конденсатора перешкоджають проходженню струму і зменшують його. Тоді справедливе наступне рівняння:

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{RC} = \frac{\Xi}{R}.$$

де  $R$  повний опір з урахуванням внутрішнього опору джерела. Це неоднорідне рівняння зводиться до однорідного, розв'язок якого після інтегрування набуває вигляду

$$Q = \Xi \cdot C(1 - e^{-t/\tau})$$

де  $\tau = RC$  — час релаксації, час за який електричний заряд на конденсаторі зміниться в  $e$  раз.

При  $t \rightarrow \infty$  заряд конденсатора прагне до максимального значення  $Q_{\max} = \Xi \cdot C$ . Тоді

$$Q = Q_{\max} (1 - e^{-t/\tau}).$$

Відповідно до напруги на конденсаторі, маємо

$$U = U_{\max} (1 - e^{-t/\tau}) = \Xi(1 - e^{-t/\tau}).$$

Аналогічні процеси відбуваються в  $RL$  — колі. Процес встановлення струму при замиканні та розмиканні кола описується рівнянням

$$RI = \Xi - L \frac{dI}{dt}$$

Розв'язок цього рівняння має наступний вигляд:

$$I = \frac{\Xi}{R}(1 - e^{-t/\tau}),$$

де  $\tau = \frac{L}{R}$  — час релаксації сили струму.

Режим зарядки конденсатора відтворює зміну напруги аналогічну поведінки щільності ранкових транспортних потоків (ТП), а режим розрядки — вечірніх потоків. Аналогічно відбуваються процеси в  $RL$  — колі, де закон зміни сили струму тотожній зі зміною інтенсивності транспортного потоку.

Виходячи з ізоморфізму рівнянь Ома та основного транспортного рівняння, можна запропонувати електротехнічну аналогову модель дослідження транспортних потоків, відповідність між електричними та транспортно-дорожніми характеристиками в якій наведені в табл.1. Запропонована модель, на наш погляд, дозволяє проводити оцінки транспортно-дорожніх характеристик і, відповідно, описувати кінетику транспортних потоків у вулично-дорожніх мережах міста. В роботі, в рамках даної моделі, як приклад, проведени оцінки деяких з таких характеристик.

Транспортні засоби, які починають наповнювати в ранковий час ділянку дороги, поступово призводять до перешкоджання їх вільному руху, кількість транспортних засобів в потоці зростає повільніше, при цьому має місце:

$$N = N_{\max} (1 - e^{-t/\tau}). \quad (1)$$

Оскільки  $N = C\rho$ , де  $C = const$  для даної ділянки дороги, тоді справедливо

$$\rho = \rho_{\max} (1 - e^{-t/\tau}). \quad (2)$$

Відповідно для інтенсивності транспортного потоку, маємо

$$J = \frac{\rho_{\max}}{R} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (3)$$

Спираючись на емпіричні значення  $J = f(t)$  (рис.1) знайдемо

$$J_1 = \frac{\rho_{\max}}{R} (1 - e^{-t_1/\tau})$$

$$J_2 = \frac{\rho_{\max}}{R} (1 - e^{-t_2/\tau}).$$

Звідки час релаксації

$$\tau = \frac{t_1 \ln J_2 - t_2 \ln J_1}{\ln(J_1 - J_2)}. \quad (4)$$

Тоді з (2),(4) можна визначити час, коли на даній ділянці дороги транспортні потоки будуть відповідати оптимальним :

$$t_{opt} = -\tau \ln(1 - \frac{\rho_{opt}}{\rho_{\max}}) \quad (5)$$

Якщо на момент початку спостереження  $t_1 = t_0 \neq 0$ , інтенсивність транспортного потоку відома —  $J_0$ ; тоді емпірично визначивши інтенсивність потоку  $J_2 = J$  на довільний момент часу  $t_2 \leq t_{opt}$ , можна встановити час виникнення оптимальних та критичних потоків. Згідно [1-3] оптимальні потоки

відповідають екстремуму основної транспортної діаграми ( $\rho_{opt} \approx 0,3\rho_{max}$ ), а критичні — початку заторного руху  $\rho_{кр} \geq 0,5\rho_{max}$ .

Таблиця 1.

Електричні характеристики 1	Транспортно - дорожні характеристики 2
$q$ – точковий заряд	Транспортний засіб (ТЗ)
$Q = \sum_i q_i$ – заряд провідника	$N$ – кількість ТЗ в транспортному потоці (ТП) даної ділянки дороги
$I = \frac{dQ}{dt}$ – сила струму	$J = \frac{dN}{dt}$ – інтенсивність ТП, $[J] = \text{zod}^{-1}$
$R = \rho \frac{l}{S}$ – опір лінійного провідника, $\gamma = \rho^{-1}$ – питома електропровідність	$R = \frac{1}{\gamma} \frac{l}{S}$ – опір руху на ділянці дороги, де $l$ – довжина ділянки дороги, $[l] = \text{км}$ ; $\gamma$ – пропускна здатність смуги даної дороги, $[\gamma] = \text{zod}^{-1}$ ; $S$ – ефективний переріз ділянки дороги, $[S] = \text{км}^2$ ; $S = nd(1+h)$ ; $n$ – кількість смуг; $d$ – ширина смуги, $h$ – уклін дороги
$G = R^{-1}$ – електрична провідність	$R = \frac{1}{\gamma} \frac{l}{nd(1+h)}$ , $[R] = \frac{\text{zod}}{\text{км}}$ , $\bar{v} = R^{-1}$ пропускна здатність ділянки дороги, середня швидкість ТП $[\bar{v}] = \frac{\text{км}}{\text{zod}}$
$U$ – напруга на лінійному провіднику $\Xi$ – е.р.с.	$\rho$ – щільність ТП, $[\rho] = \text{км}^{-1}$ $\rho_{max}$ – максимальна щільність ТП
$L$ – індуктивність провідника	$L = a^{-1}$ – реактивність ТП; де $a$ – прискорення ТП; $[L] = \frac{\text{zod}^2}{\text{км}}$
$X_L = \omega L$ – реактивний індуктивний опір	$R_L = t^{-1} L = (at)^{-1} = v^{-1}$ – реактивний опір руху
$C = \frac{Q}{U}$ – ємність провідника	$C = \frac{N}{\rho}$ – ємність дороги $C = l$ ;
$X_C = \frac{1}{\omega C}$ – реактивний ємнісний опір	$[C] = \text{км}$ $R_C = tC^{-1} = tl^{-1} = v^{-1}$ – реактивний опір руху
Закон Ома: $U = IR$ $\Xi = I(R+r)$	Основне транспортне рівняння: $\rho = JR$ $\rho_{max} = J(\bar{v}^{-1} + w^{-1})$ ; $w^{-1}$ – пропускна здатність перехрестя;

Звідки час зародження оптимального потоку:

$$t_{opt} = 0,40\tau \quad (6)$$

Аналогічно виникають критичні потоки, які зароджуються після проходження екстремуму інтенсивності:

$$t_{кр} = 0,7\tau \quad (7)$$

Отже  $t_{кр} \approx 2t_{opt}$ , що підтверджується рівністю часу зарядки та розрядки конденсатора.

Час релаксації, емпірично встановлений для досліджуваного ТП (рис.1), становить  $\tau \approx 2,6$  год., в свою

чергу  $t_{opt} \approx 1$  год.  $t_{кр} \approx 2$  год. Тоді з (2) слідує, що  $\rho_{opt} = 0,32\rho_{max}$ .

Таким чином, маючи час релаксації транспортного потоку, можна прогнозувати час зародження оптимальних та критичних потоків.

Оскільки  $\tau = RC, (C = l)$ , опір руху на даній ділянці дороги, визначається відповідно

$$R = \frac{\tau}{l} \quad (8)$$

Таким чином, емпірично встановлений час релаксації транспортного потоку на фіксованій ділянці дороги (6), дає можливість визначити реальний опір ділянки дороги вулично-дорожньої мережі. І тоді, маючи банк опорів (8), можна визначати і, відповідно, прогнозувати значення основних характеристик транспортного потоку (4),(5) та його розподіл у вулично-дорожній мережі міста.

**Висновки.** На основі виявлення аналогій в закономірностях перебігу електричних процесів в RC- і LC-колах та транспортних потоків запропоновано електротехнічна аналогова модель аналізу транспортних потоків у вулично-дорожніх мережах міста.. Отримані в рамках такої моделі значення деяких характеристик кінетики транспортних потоків добре узгоджуються з результатами відповідних емпіричних спостережень. Це дає підстави вважати, що запропонована модель може знайти своє застосування для дослідження певних закономірностей функціонування транспортних систем.

### Література

1. Семенов В.В. Математическое моделирование транспортных потоков мегаполиса. Препринт № 34 Института прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, 2004. — 45 с.
2. Kerner B.S. Three-Phase Traffic Theory and Highway Capacity, Physica A, 333 (2004), 379 — 440.
3. Олійник Р.В., Никонович С.О. Фазові переходи в транспортних потоках // Вісник НТУ №18,2009, 160 — 164 с.